



# 岐阜大学機関リポジトリ

Gifu University Institutional Repository

## 新高等学校学習指導要領を踏まえた「高等学校数学 科教育法」の構築

メタデータ	言語: ja 出版者: 公開日: 2023-10-18 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 中島, 潤 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.12099/0002000049">http://hdl.handle.net/20.500.12099/0002000049</a>

# 新高等学校学習指導要領を踏まえた 「高等学校数学科教育法」の構築

岐阜大学工学部非常勤講師 中 島 潤

キーワード：数学科指導法，高等学校数学，数学のよさ，情報機器，深い学び

## 1 はじめに

平成30年に告示された新高等学校学習指導要領の改編の趣旨を踏まえた「高等学校数学科教育法」の講義の構成や指導内容の精選について考察する。講義を担当するにあたって、既存の数学科指導法のシラバスを調査したが、定まったものがなく各大学で構成や指導内容はまちまちで、講座担当者の意図が反映されたものが多くみられた。更に、数学科教育法の文献も調査したが、高等学校に絞ったものは少なく、小中学校の算数数学を対象としたものや中学校数学を中心して高等学校数学の必修科目である数学Ⅰまでを対象としたものをみるに止まった。しかし、文献の中には、多様化・情報化が進展する時代において、数学の学習意欲の向上や考える力、発展的な学習・補充的学習の記述が補われ、これからの数学科教育に必要な内容に改訂されているものや、情報化への対応や問題解決型学習の取り組みとして、コンピュータなどの情報機器やオープンエンドアプローチなどの学習が取り上げられているものがみられた。新高等学校学習指導要領の趣旨を踏まえた高等学校数学科教育法には、数学科教育の学習に普遍的な数学のよさの認識と、学校学習指導要領の改訂で取り上げられるこれからの時代に対応する力の両方の内容をバランス良く取り上げることが必要である。数学科教育法を構成するに当たり、教師として担うことは何か、数学のよさとは何か、それを伝える方法や課題の与え方について具体的に考察することとした。平成30年3月には高等学校の次期学習指導要領が告示され、情報機器の活用や深い学びなどを取り入れた授業の実施や、幅広い数学の知識や実践的な指導力を備えた数学の授業づくりが求められており、これらの力を身に付けた学生の育成を目指す高等学校の数学科教育法の構築を図ることとした。

## 2 「高等学校数学科教育法」の位置付け

岐阜大学の教育学部以外の学生を対象とした「教職に関する科目」は、免許法施行規則に定める区分により6区分で構成されている。数学科教科教育法は、その中の「教育課程及び指導法に関する科目」の指導法の科目として設定され、高等学校数学の免許取得を目指す工学部電気電子・情報工学科物理コースの2年次の学生を対象に「高等学校数学科教育法Ⅰ」と「高等学校数学科教育法Ⅱ」を前期後期各々2単位行う。教科指導に係る科目は、1年次には「教育課程論」、2年次には「教育方法論」などが設定されているが、3年次には教科指導に係わる講義は集中講義の「教育実習事前指導」しかなく、4年次で教

育実習に臨むためには2年次で学ぶこの講座で高等学校の数学科指導法を習得する必要がある。

その為、本講座には2年次1年間の4単位で、高等学校数学科の指導内容や指導法の理論だけでなく実践を含めて教授しなければならない難しさがある。将来教壇に立ち授業を行う学生が理解しておかなければならないことには、数学指導関係の法規や理論、指導内容や指導法などがあり、これは指導者として必要な事柄である。一方、高等学校数学科においては小学校や中学校と比べて教科の専門性が求められており、高等学校数学の基礎的基本的な知識の習得と、数学の理論を背景とした発展的な知識の裏付けも数学を豊かに教えるために指導者が身に付けておかなければならないことである。このように数学指導の技能の取得と、数学本来の知識の向上の両面を1年間で教授する必要があるため、講座30時間の構成は多岐にわたる。そのため本講座では数学の指導法と数学の知識・技能の習得を適切に行い、高等学校数学の模擬授業などの実践を積む中で理論を体験的かつ探究的に考察していけるような講座の構成を目指すこととした。

本講座の構築に当たり、特に留意した点があるので次に述べることとする。

### 3 高等学校数学科の授業と講座の目標

高等学校の授業を取り巻く教育環境を知ることは、本講座の目標を明確にすることにつながる。学生には前期1時間目の講義で「高等学校数学科の指導者が担う部分は何か」をテーマとして示し、そのために指導者として必要なことは何かを考えさせている。本講座の1時間目の講義は「数学科指導の法的根拠」と題して、高等学校での数学の授業がどのような法規や規定に基づいてつくられているかを理解することを目標とした。数学科の授業展開においては、学習指導要領などで規定されている部分と、指導方法など教師の判断に任されており法などで規定されていない部分がある。規定されていない部分は指導者の教材の解釈や生徒の実態に応じて変化する部分で、その解釈や指導は指導者に任せられている。高等学校は義務教育と異なり、普通高校や専門高校、全日制高校や定時制通信制高校など様々な学びがあり、各高等学校で学ぶ生徒の目的や学力には大きな違いがある。高等学校にはどの学校で

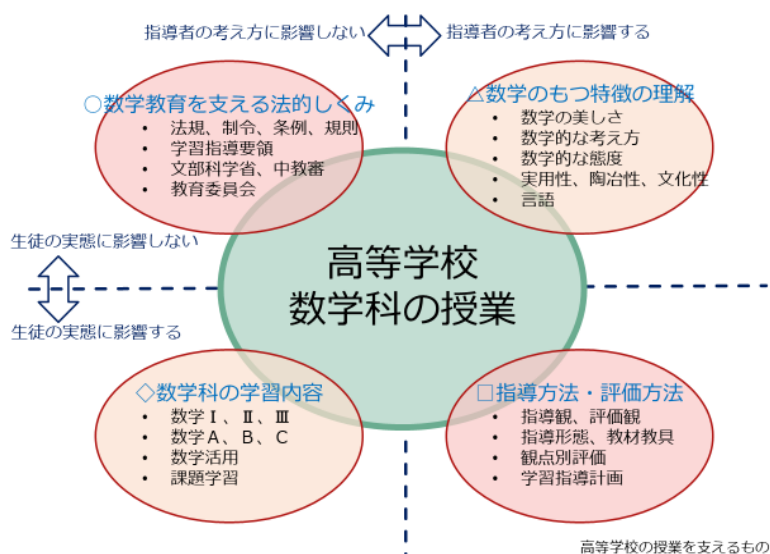


図1

も通用する指導計画はなく、学校が変わると指導者自身のもつ生徒観や指導観を新たに組み立てないと極端な場合授業が成立しないこともある。そのためには、生徒の実態に応じた指導法や教材の扱い方が求められ、このことは指導者をもつ指導観や教材観、数学指導に対する考え方によることが大きい。「高等学校数学科教育法」では、従来の数学指導に係る教材観や指導観に加えて、新たに求められる情報機器の活用や探究的な学習などを通して幅広く身に付けることを目標の一つとしており、図1を用いて学生の理解を深めさせている。

図1は、高等学校の数学の授業を、「数学の授業を支える法的しくみ」、「数学のもつ特徴の理解」、「数学科の学習内容」、「指導方法・評価方法」の4つの側面から捉え、それを指導者の考えにより影響するか否か、また、生徒の実態に影響するか否かという観点で分類している。指導者の考えと生徒の実態ともに影響を受けるのが指導観や評価観の「指導方法・評価方法」であり、指導者の考えに影響を受けるのが教材観の「数学のもつ特徴の理解」である。本講座においては、特に指導観、教材観、評価観を身に付けることを目標の一つに掲げており、講座内容を構築する際の大きな柱となっている。

#### 4 高等学校数学科の目標と教師の担う内容

実際の数学の指導者の指導姿勢を踏まえて講座の内容を構築することも必要である。学生には前期2時間目の講義で「数学の目標は何か」をテーマとして、そのために指導者として必要なことは何かを考えさせている。本講座の2時間目の講義は「数学教育の目標」と題して、高等学校での数学の目標は何かを理解させる。高等学校数学科の目標は、学習指導要領にもあるように、数学的よさを認識して、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てることであり、高等学校の数学教育が現代社会を生きるために必要な資質能力を育むことを示している。多くの高等学校の数学の指導者は、高校数学の指導を通して、数学の知識や数学的な態度を身に付けて社会の形成者として活躍する人材となるよう願っている。そのために、数学の指導者は単なる知識を教えるだけでなく、社会の形成者としての必要な数学の知識を育てているのである。この認識が数学の指導においては大切であり、すべての数学の指導者が備えなければいけないことである。このことを図に示すと、図2のように表される。

図2は数学の指導を氷山に例えて示している。海面に出ている部分は2次関数や2次方程式などの具体的な指導項目で、学習指導要領で一律に定められたものである。とすると、数学の指導ではこの部分の知識理解が問われ、指導者もその結果のみを評価す

## 数学科指導での教師の担う部分

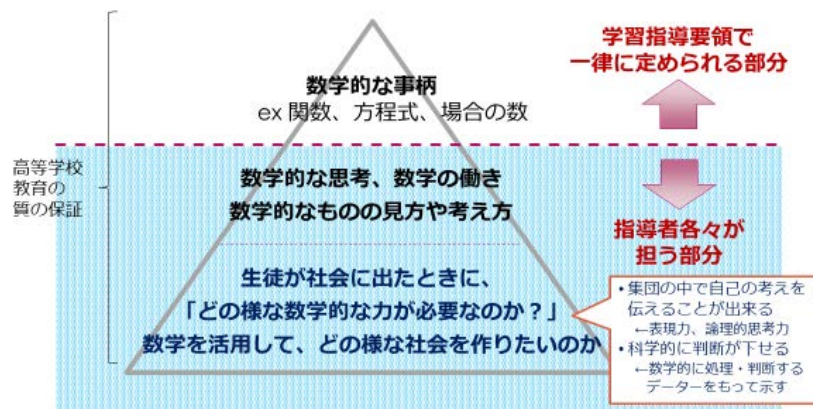


図2

ることがある。しかし、数学の指導には氷山の様に海面に隠れて見えない大きな部分が存在して見える部分を支えており、そのことが数学の指導を揺るがないものになっている。その部分は指導者各々が担う部分で、海面近くで支える数学的な考え方やものの見方と、さらに深いところで支える数学が社会においてどのような役目を担っているか、また数学の指導を通してどのような人材や社会を作りたいのかという指導に対する理念の二つを数学を指導する者がもっている必要がある。

## 5 「数覚」の育成と情報機器の活用

数学とよく似た言葉で、「数覚」という言葉を聞いたことがある。「数覚」とは、数字や数学に対する感覚と私は捉えている。自然現象などをシミュレーションし、複雑で難しい計算でたどり着いた答えをつい何の疑いもなく信じてしまうことがある。例えば、富士山の高さは32800mである。10万円ずつ20年間貯金したら652億円になる。敷地の面積が $\sqrt{32}i\text{m}^2$ なるなどである。これらは、問題を解くことばかりに目を奪われ、その結果を得ることで満足してしまい実際の場面と照らし合わせようとしないことに起因する。数字の意味や数学の解法が実際の場面を常に意識していればこのような間違いには気付くものである。数学の世界で得られた知識や結果を、現実の世界に当てはめて確認したり活用したりする態度が求められている。

高等学校学習指導要領解説数学編理数編においては、コンピュータの活用を積極的に活用することの重要性が述べられている。解説では、高度情報通信社会の進展によるコンピュータの普及という社会の変化への対応の面と、数学の学習に関心や意欲が高くない生徒に数学を学習する意義を認識させるための道具としての活用の面の二つが挙げられている。数学教育は、数学の学習を単に内容の習得に留めるのではなく、数学的活動を重視し、す

すべての高校生の人間形成に資することを意図しているため、コンピュータなどの活用がその一助になると記述されている。

指導者がコンピュータを活用することで、生徒に数学的なイメージをもたせて理解しやすい指導項目がある。そのような例として、本講座では、前期6時間目の「2次関数」の講義の中で2次関数の最大値と最小値を題材とした講義や、後期4

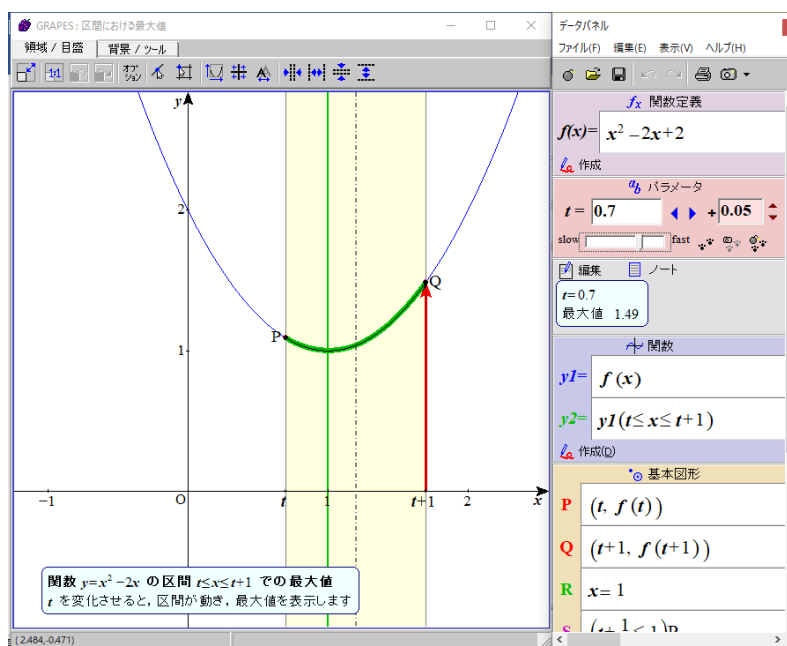


図3

時間目の「図形と方程式」の講義の中でオープンエンドアプローチの学習の具体例としてアポロニウスの円を題材にしてコンピュータを活用した指導法の学習を設定している。

例えばコンピュータの利用では、具体的には、「問題： $x$  の関数  $y = x^2 - 2x + 2$  ( $t \leq x \leq t+1$ ) について、最大値と最小値を求めよ。」を与えて、2次関数の最大値と最小値は、 $t$  の値の変化により幅1の区間が動くとき、どの様に変化するかを題材として扱っている。

実は、この問題を黒板で解説しようとするとき、 $t$  の値の変化によって最大値と最小値は色々と変化し、解法には  $t$  の場合分けがいくつも必要となり説明に苦勞を要する。ところが、 $t$  の値の変化による最大値と最小値を、図3のようにグラフソフトGRAPHSを用いて2次関数のグラフをかき、 $t$  の値を変化させて範囲を左右に動かして生徒にみると、 $t$  の値の変化による最大値と最小値の変化がよく分かり、問題を解く際に頭の中に変化をイメージとして描くことができ、生徒のもつ「数覚」を育てることができる。実際の指導では、グラフの移動と最大値と最小値の変化をコンピュータで示した後に問題を解説するとよい。生徒は問題を解く際にコンピュータで捉えたイメージを基にして、変化の場面を頭に描きながら自分で解答することができる。

さらに、グラフソフト以外の教材や教具、補助資料を工夫して、分かりやすく説明することもできる。例えば、パワーポイントで放物線と2本の直線をかいておき、2本の直線は固定し放物線をドラックしながら動かして、最大値と最小値の変化を理解させることもできる。もし、コンピュータがないのならば、A3判程度の紙の中央を長方形の縦型に切り抜き、長方形に切り抜かれた部分の両端を範囲の両端  $t$  と  $t+1$  に見立てて、黒板にかいた2次関数のグラフの上に切り抜いた紙を重ねてずらすことで、長方形に切り抜かれた窓から見える2次関数のグラフの表れ方で最大値と最小値を読み取らせることもできる。生

徒の実態や黒板だけではイメージしにくい教材に応じで、コンピュータなどの情報機器やいろいろな工夫した教材教具を活用することは必要であろう。生徒の「数覚」を育てる指導法については「高等学校数学科教育法」の講義に盛り込まなければならない内容である。

## 6 数学の世界から現実の世界へのフィードバック

高等学校学習指導要領解説数学編理数編においては、数学の事象について統合的・発展的に考え、問題を解決できることと、日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に処理し、問題を解決することができること、が求められている。ともすれば、数学の世界の中で数学の知識を高めていくことが多いが、そこで獲得した知識を日常生活や社会の事象に実際に活用することは大切である。与えられた知識は活用して初めて本当の知識として身に付くのである。この具現化を図るには、数学の世界を現実の世界に適応して本当の知識として活用できるような講義内容を設定する必要がある。

講義では、前期4時間目の講義「集合と命題」の中で記号論理学の内容を学習する。学生には工学部で学習する電気回路の設計の背景となるように、次のような課題を与えている。

### 104 真理表と電気回路

次の問いに答えよ。

(1) 次の真理表を完成させなさい。

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\overline{p \wedge q}$	$\overline{p \vee q}$	$\overline{p} \wedge \overline{q}$	$\overline{p} \vee \overline{q}$
T	T						
T	F						
T	F						
F	F						

(2) また、 $A = \{p | p \in U\}$ ,  $B = \{q | q \in U\}$  のとき、(1)の性質が成立することを、集合を用いて示せ。

(3) ド・モルガンの法則  $\overline{p \wedge q} = \overline{p} \vee \overline{q}$ ,  $\overline{p \vee q} = \overline{p} \wedge \overline{q}$  を、集合を用いて示せ。

(4) 真理表の  $p, q$  をスイッチに、結果を電球の点灯に置き換えて、スイッチの操作により電球の点灯結果を表示する電気回路を作成せよ。

また、後期11時間目の講義「微分積分学の歴史と科学技術への応用」や、後期15時間目の講義「統計学と社会」では次のような課題を与えている。

### 211 数学史

「微分と積分はどのように形作られたか」を次の人物の業績に基づき述べよ。

人物：アルキメデス、カヴァリエリ、デカルト、フェルマー、ニュートン、ライブニッツ、オイラー、ガウス、コーシー、リーマン

### 215 統計の歴史

次の問いに答えよ。

統計学の発展と数学的背景について、「記述統計」と「推測統計」を調べ、それぞれの特徴について述べよ。

いずれの問題も、数学の世界の学習を現実の世界の事柄にフィードバックさせ、学習の定着を図るとともに、数学と社会との関わりから数学の発展を理解させるための課題である。

## 7 数学のよさを体得させる課題の設定

高等学校学習指導要領では、数学のよさの認識を深めることが目標に書かれている。本講座の7時間目の講義は「数学のもつ特徴（数学のよさ）」と題して、学生に数学の問題に潜む数学のよさをどの様に気付かせていくかを考えさせることとした。具体的には、次のような課題を解答することで、この問題の「数学のよさ」の体得と課題の与え方に学生自ら気付くことをねらいとしている。

課題1 次の各問いに答えよ。

- (1) 連続する3整数の和、 $1+2+3$ 、 $2+3+4$ 、 $3+4+5$ 、……には、どのような性質があるか。
- (2) その性質を、式やそれ以外の色々な方法で分かりやすく説明せよ。
- (3) 連続する4つの整数の和は、どんな性質をもつのだろう。
- (4) 連続する5つの整数の和は、どんな性質をもつのだろう。
- (5) この違いは、何に由来するのか考えよ。
- (6) 連続する整数の和についてはどうなるか、結果を予想して問題を解き一般化しなさい。

課題2 次の発問1と発問2が解答者の考え方に与える違いは何か答えよ。

- (1) 発問1：連続する3整数の和は、3の倍数であることを示せ。
- (2) 発問2：連続する3整数の和、 $1+2+3$ 、 $2+3+4$ 、 $3+4+5$ 、…には、どのような性質があるか。

以降、講義を受けた学生の解答を具体例として、解答にみられる数学のよさの広がりを見考察してみる。

- (1) 連続する3整数の和、 $1+2+3$ 、 $2+3+4$ 、 $3+4+5$ 、……には、どのような性質があるか。

解答1) 和は3の倍数である。

解答2) 和は常に3つの真ん中の数の3倍となる。

解答1はある程度予期された回答であったが、解答2は予想外の解答であった。

解答1では、和の結果の値だけをみて、その和の値の性質を見つけ出しているが、解答2では、和の結果の値とその和が作られる3整数の数字の並びとの関係に踏み込んだ見方をしている。これは、課題の問題文に「連続する3整数の和」だけでなく、具体的な数字

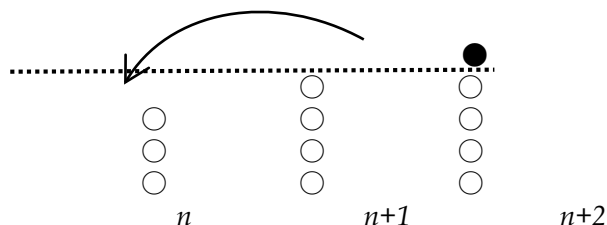


の並びである「 $1+2+3, 2+3+4, 3+4+5, \dots$ 」を示すことで、解答の見方の幅が広がっていると考える。

(2) その性質を、式やそれ以外の色々な方法で分かりやすく説明せよ。

解答 1) 3 整数を  $n-1, n, n+1$  とすると、 $(n-1)+n+(n+1)=3n$  である。

解答 2)



解答 1 は代数的に示した解答であり、解答 2 は図形を用いて視覚的に示した解答である。

解答 1 は、整数  $n$  を用いて数を表す教科書によくみられる解答で、一般的な 3 整数の置き方にうまさがあり、その結果の簡潔さは数学的に美しく模範解答といえるのではない。解答 2 では、数の大きさを図形で示し、一番大きな数から一番小さな数に一つ移すと、3 整数の高さがそろい真ん中の数の 3 倍となっていることが視覚的に分かる。数の大きさを図形的に表現する点がよい解答である。この解答には、計算が不得意で数学を苦手とする生徒にも感覚的に納得できるよさがある。

(3) 連続する 4 つの整数の和は、どんな性質をもつのだろう。

解答) 4 整数を  $n-1, n, n+1, n+2$  とすると、 $(n-1)+n+(n+1)+(n+2)=4n+2$  である。

3 整数の和の次は、4 整数の和を考えるのは自然な流れである。しかし、3 整数と同様な結果にならず変形すると和は  $2(n+1)$  と表され偶数であるが、4 の倍数でないことが分かる。

(4) 連続する 5 つの整数の和は、どんな性質をもつのだろう。

解答) 5 整数を  $n-2, n-1, n, n+1, n+2$  とすると、 $(n-2)+(n-1)+n+(n+1)+(n+2)=5n$  である。

では、5 整数の和はどうなるのだろう。解答にあるように 5 の倍数となり、3 つの整数の和は 3 の倍数、5 つの整数の和は 5 の倍数で、奇数の場合は規則性をもつのではないかと予想できる。奇数の場合は帰納的に推論できるが、偶数の場合は、まだ規則性自体がよく分からない。そこで次の設問で今までの結果を振り返り、整理することになる。

(5) この違いは、何に由来するのか考えよ。

解答) 初めの数に拘わらず、加える個数が奇数個の場合は真ん中の数の加えた個数倍となるが、偶数個の場合は真ん中の数がないので個数倍にならないのではないか。加える数が偶数個と奇数個では結果が異なるのではないか。

などと結果に影響を与える条件を絞って行くと、和は加える個数と和の真ん中の数に関係に関するのではないか、という推測にたどり着くであろう。

そこで、奇数個の整数の和の場合は、「加えた個数倍になる」という規則性があるが、偶数個の整数の和の場合は、どのような規則性があるのか、それとも規則性はないのか自分で新たな課題を見出し、その課題を解決しようと考え、次の問いに展開して行く。

(6) 連続する整数の和についてはどうなるか、結果を予想して問題を解き一般化しなさい。

解答) i) 奇数個の和の場合、奇数  $2m+1$  個の和  $S_{2m+1}$  は個数の真ん中  $m+1$  番目の数を  $n$  とすると、

$$S_{2m+1} = (n-m) + \cdots + (n-2) + (n-1) + n + (n+1) + (n+2) + \cdots + (n+m) \\ = (2m+1)n + (-m) + \cdots + (-2) + (-1) + 1 + 2 + \cdots + m = (2m+1)n$$

となり、常に奇数  $2m+1$  個の真ん中の数  $n$  の  $2m+1$  倍となることが分かる。

ii) 偶数個の和の場合、偶数  $2m+2$  個の和  $S_{2m+2}$  は初めから  $m+1$  個目の数を  $n$  とおくと、

$$S_{2m+2} = S_{2m+1} + (n+m+1) = (2m+1)n + (n+m+1) = \cdots = (m+1)(2n+1) = (2m+2) \times \frac{2n+1}{2} = (2m+2) \times \frac{n+(n+1)}{2}$$

となり、常に偶数  $2m+2$  個の中央の 2 数  $n$  と  $n+1$  の平均の  $2m+2$  倍数となっている。

連続する整数の問題の最後に、一般化して深く追求していく問を設けることで、整数の世界では結果が違うように見えた奇数個と偶数個の和は、見方を広げて数を拡張すると数学的には同じことをいっていることが分かる。このように学生のもつ疑問を解決させる課題を各自が作って探究する「問題づくり」の問を設定することは数学の考え方や美しさを追求するにはよい教材となる。

## 8 「高等学校数学科教育法Ⅰ」から「高等学校数学科教育法Ⅱ」への展開

以上一部ではあるが、2年次の前期に開設される「高等学校数学科教育法Ⅰ」を中心にその構築について、考え方や具体的な指導内容について述べてきた。前期のこの講座では、数学自体がもつ数学的な考え方のよさや数学の美しさを感じられる題材を与え、学生がそれを感じ取れることを主に講座を構築したり指導したりしてきた。将来数学を教えることを目指す学生が数学のよさを理解し感じ取っているかは、数学の教師としての資質の一つであろう。さらに、後期に開設される「高等学校数学科教育法Ⅱ」においては、各学生が感じ取った数学の考え方のよさや美しさをどの様に授業で生徒に伝えていくかを主眼として講座を構築していきたい。そこでは、高等学校における生徒の実態や授業の課題にもふれ、新高等学校学習指導要領で求められる指導などを実際に体験させていく数学科教育法の講座の構築に努めていきたい。

#### 参考文献

1. 樋口禎一・渡邊公夫, 池田敏和(2007)。数理情報科学シリーズ4「数学科教育法(改訂版)」, 牧野書店
2. 文部科学省, 高等学校学習指導要領解説数学編理数編(平成21年12月), 実教出版株式会社
3. 文部科学省, 高等学校学習指導要領解説数学編理数編(平成30年7月), 文部科学省ホームページ
4. グラフソフトGRAPHS7.40。大阪教育大学付属高等学校友田勝久