



岐阜大学機関リポジトリ

Gifu University Institutional Repository

非線形構造解析技術の社会的普及に関する研究

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2016-02-15 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 小林, 卓哉 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/20.500.12099/54098

非線形構造解析技術の社会的普及
に関する研究

Social Dissemination of Nonlinear Structural
Simulation Technologies

2015 年 12 月

小林 卓哉

1	はじめに	1
2	材料非線形問題・ゴム材料の超弾性	
2.1	はじめに	6
2.2	ゴム弾性とひずみエネルギー関数	7
2.3	Ogden モデル	9
2.4	多軸場への適用	11
2.5	ひずみエネルギー関数の発展・Ogden モデルの意義	15
2.6	ひずみエネルギー関数の同定の実際	18
2.7	ゴム材料の引張および圧縮試験	21
2.8	ゴムバルーンの解析	25
2.9	カーブフィットプログラムの開発	27
2.10	結論	27
3	材料非線形問題・樹脂材料の粘弾性	
3.1	はじめに	29
3.2	一般化 Maxwell モデル	30
3.3	時間-温度換算則	32
3.4	粘弾性材料の動的性質	39
3.5	一般化 Maxwell モデルの同定とカーブフィットプログラムの開発	41
3.6	制振用薄板製品への応用	45
3.7	結論	47
4	幾何学的非線形問題・薄肉構造の不安定性	
4.1	はじめに	48
4.2	人工粘性法	50
4.3	2 本トラスの飛び移り座屈	51
4.4	軸圧縮を受ける弾性円筒シェル の 座屈 (従来の研究)	54
4.5	軸圧縮を受ける弾性円筒シェル の 座屈解析 (Yamaki 実験のトレース)	59
4.6	軸圧縮を受ける弾性円筒シェル の 座屈解析 (Esslinger 実験のトレース)	61
4.7	軸圧縮を受ける粘弾性円筒シェル の 座屈	63
4.8	結論	68

5	境界条件非線形問題・原子力分野への応用	
5.1	はじめに	69
5.2	配管支持構造物・従来の実績	71
5.3	ホットクランプ方式の提案	72
5.4	解析モデル	74
5.5	プラント履歴のモデル化と非弾性解析	76
5.6	非弾性解析の結果	78
5.7	結論	81
6	構造シミュレーションと社会	
6.1	はじめに	82
6.2	シミュレーションから計算へ	82
6.3	アンケートに見る動向	84
6.4	説明知としてのシミュレーション	89
6.5	遂行知としてのシミュレーション	95
6.6	シミュレーションを遂行する力	99
6.7	結論	100
7	結言	101
8	参考文献	104
9	謝辞	116

1 はじめに

ティモシェンコは、その著名な「材料力学史^(1.1)」を以下のような序文で書き始めている。『人間が建物をつくるようになるとまもなく、安全な部材寸法を決める法則を得るには、材料の強さについて知らなければならないことがわかった。今日もなお残っているエジプトの巨大な建造物を築くことができたのは、エジプト人がなんらかの法則を知っていたからに違いない。ギリシア人の時代を経て、ローマ人は構築技術をさらに進歩させ、記念碑や寺院ばかりでなく道路、橋、城砦などをつくった。しかし彼らのアーチと今日のアーチを比較すれば、今日のアーチの方がはるかに軽い。ローマ人は応力解析の恩恵を受けていなかったのである。かれらは適当な「形」を選択する方法を知らなかったので、比較的小スパンの半円アーチを使うのを常とした。』

本研究が対象とする構造解析という技術は、1950年代から60年代にかけて実用化された有限要素法の開発に端を発する。有限要素法による解析が機械設計の分野において特段の地位を得た理由は、実際の「形状」に対する解がダイレクトに得られるという点に尽きる。機械製品の力学的な挙動は材料の特性と形状から定まるが、このうち形状の効果を精確に表現する手段が提供されたということである。近代の力学によっても十分に手が届かなかった「形状」のハードルを越えた結果、材料特性に対する洞察が深まり、また物体の運動に関わる力学的な表現、物体同士の接触など、機械製品を取り巻く評価技術の発達が広く促される結果となった。有限要素法が数学的解法の一つであったことに間違いはないが、学術においては計算工学という新しい分野を生み、また実業の分野への応用を踏まえて「シミュレーション」と総称される技法を成立させる端緒となった点において、時代的な意味が深い。

シミュレーションという用語が広辞苑に初めて掲載されたのは、1983年に発刊された第三版からである^(1.2)。「システムの挙動を、これとほぼ同じ法則に支配される他のシステムによって模擬すること」という定義が明確に示された。すなわちシミュレーションとは、一挙には到達しがたい複雑系を対象とし、その一部をより簡単なシステムで代替させることによって、その本質を見きわめる試みとすることができる。機械設計の作業は、多様な可能性の中から実現の方法を選択し、生産し、提供し、維持管理を経て廃却に至る一連のプロセスである。シミュレーションという試みが計算機上で手軽に実感できるようになると、計画、開発、試作、製造、保守といった従来の工

程を区分する壁が低くなり，これら設計行為の連鎖は，総じてシミュレーションという思想に属するという考え方が現れてきた．実際，昨今の製造業に見られる部署の統廃合は，この変遷を反映している．

今日，数万点を超える部品数を持ち，学問分野を横断する特性をもった工業製品は稀ではない．たとえば現在の自動車は，約 3 万点の部品と 8 千万行のプログラムが組み込まれた複雑製品である．多くの部品ではミクロとマクロの構造が輻輳し，マルチフィジックスという用語で呼ばれるように，機械工学だけでは捌き切れない特性が特殊な機能を実現している．また人的組織の面からは，国内では 550 万人が従事する巨大産業でもある．計算機の使用を前提に，シミュレーションという新しい体系に支えられた問題解決の能力が伴わない限り，これら大規模に複雑化した設計に対処することは難しい．すなわちシミュレーションは，旧来の理論・実験という二分法の枠に収まらない新しい思考法⁽¹⁻³⁾として，発展せざるを得ない時代背景の下にある．

構造解析は，これまで高度な科学技術の庇護の下で育成されてきた経緯を持っている．しかし有限要素法は出現の当初から設計の実務に受け入れられたために，個人に付着した職能として発展してきた側面も持っている．特に，商用を目的に開発された汎用有限要素法ソフトウェアが果たした役割は大きい．適切な指導者がいればたとえ文系出身者であっても，非線形を含む高度な力学現象を，組織として計算できる環境を整えることができるからである．汎用ソフトウェアにすがって学問と技術のはざまを浮上し，自分もまた機械工学の一派に属するという自信を，嘯みしめるように思い出したエンジニアは少なくないはずである．今日，低価格の製品分野に技術人口の重心が移り，時間や費用といった世俗的な要求が優先する時代であるにもかかわらず，解析エンジニアという職能が成立し，基礎工学の重要性が以前に増して問われるのは，この体験の数が増加しているからに他ならない⁽¹⁻⁴⁾．シミュレーションを学術と技術の両面から支える努力が必要である．本論文は，以上の趣旨に従い筆者がこれまで得てきた知見をとりまとめたものである．

本論文は，構造解析の中でも特に非線形構造解析に関する技術について言及している．機械設計の進歩は，構造が有する非線形性の克服ないし利用と密接な関わりがあることは言うまでもない．出力が大きくなれば材料の非弾性的な効果が現れる，軽量化すれば薄肉材料の座屈をはじめとする不安定現象が現れる，複雑化が進めば部品同

士の接触や摩擦の効果が顕在化することを思い出せば良いだろう。これらの非線形性を扱えるソフトウェアは、いずれも十分な信頼性を備えて市場に提供され、普及と呼べる数が今日の国内には出回っている。しかしながら非線形の問題は、本来、重ね合わせができない、経路依存性がある、解の唯一性や存在の保証がないといった本質的な困難を抱えている。各種の工業規格に見られるように、従来（線形的な）設計法はこれらの問題に足をとられることを巧妙に避けながら発達してきた経緯があるために、非線形解析を実際の設計に適用しようとする、その難しさもさることながら運用面での困難によって行き詰まることが少なくない。材料データが用意できない、解析結果の妥当性を検証できないといった問題は、実際の場面においてありがちである。

筆者、および筆者が代表取締役を務める株式会社メカニカルデザインは、汎用非線形有限要素法ソフトウェア（以下、汎用 FEM）の利用を前提に、研究開発と技術コンサルティングの業務に従事してきた。その取引実績は、国内大手製造業（約 900 社）を対象として 20 年間で 1500 案件に及ぶ。本論文はこれらの実績を踏まえ、非線形構造解析全般にわたる解析技術の向上、ならびに運用上の課題を解決してきた経過を取りまとめたものである。第 2 章以下では下記 3 種に分類される構造物の非線形性について各論を述べ、最後に第 6 章において総論を述べる。

- 材料非線形問題
- 幾何学的非線形問題
- 境界条件非線形問題

各章の概要を以下に示す。

第 2 章 材料非線形問題・ゴム材料の超弾性

樹脂材料によって従来の金属部品を置き換えようとする動きは、現代の工業製品の付加価値を高めるために極めて重要であるが、同時に多種類、安価という特質を持っているため、材料モデリングの努力は敬遠されがちである。すなわち樹脂化の要求は高まる一方であるにもかかわらず、コスト面の制約が解析の運用を妨げる足かせとなってきた。ここではまずゴムの超弾性に注目し、そのひずみエネルギー関数の利用技術を計測と解析の両面から確立した。また引張試験の結果からひずみエネルギー関数を同定するために、カーブフィットプログラムを開発した結果を報告する。このカーブフィットプログラムは国内市場に提供され、汎用 FEM による実用的な解析を可能なら

しめている。

第 3 章 材料非線形問題・樹脂材料の粘弾性

次に本章では樹脂の粘弾性に注目し，線形粘弾性解析の利用技術を開発した結果を報告する．一般化 Maxwell モデルの適用を前提に，時間-温度換算則を応用した動的試験方法，材料モデルの同定，汎用 FEM への組み込みの手順を実用化した．粘弾性は経時的な材料の特性を追跡するため，寿命評価など，これからの社会的な要請に対して重要な役割を期待されている．本手法によって開発されたソフトウェアは，今日国内で粘弾性解析を行う際の必須のツールとして認められている．

第 4 章 幾何学的非線形問題・薄肉構造の不安定性

初期不整に対して鋭敏な構造の安定問題では，わずかな不整を引き金として局所的な変形が発達し，構造全体の安定性の喪失がもたらされる．そのため弧長法に代表される従来の手法では解析による追跡が難しい課題であった．本研究では人工的な粘性を与える手法を採用し，圧縮を受ける円筒シェルについて，深い後座屈領域までの過程を，ほぼ完全にトレースすることが可能になった．現在，筆者らの手法は，欧州における圧力容器の実用的な設計に適用されるようになってきている．

第 5 章 境界条件非線形問題・原子力分野への応用

筆者は，現在運転を停止している高速増殖炉もんじゅの設計に携わってきた履歴を持っている．国内に限らず，原子力開発が有限要素法の発達に貢献してきた現実を踏まえ，当時実用化され始めた接触問題の解析を，非弾性解析と組み合わせて検討した事例を報告する．これらの経緯は，第 6 章におけるシミュレーションの思想に大きく関わっている．

第 6 章 構造シミュレーションと社会

今日インフラの整備が進み，民生用の製品に一般の関心が集まる世相からは，安全や環境といった生活に直結する問題が世間の耳目を集める傾向を持っている．また東日本大震災の経過からも明らかなように，今日の工学の価値は，社会との整合性を高めることに重点が移りつつある．要因は 2 つあり，一つは人工物の複雑化，いま一つは自然の圧倒的な威力との折り合いである．いずれも社会との合意の形成，端的に言えば専門家以外に対する説明の達成が要件である．シミュレーションも例外ではない．

むしろ現代工学の担い手として、この社会的な課題に積極的に関わることが求められている。本章ではこの 50 年にわたるシミュレーション技術の発展を振り返り、主にその検証技術と非専門家をも含む外部への訴求力向上の観点から分析した結果を報告する。

2 材料非線形問題・ゴム材料の超弾性

2.1 はじめに

ゴム材料は，しなやかである反面，変形にともなって体積がほとんど変化しないという性質を持っている．たとえば O リングが高いシール性を示すのは，ゴムが自由に変形して接触面になじむからだけではなく，シール溝のなかで充満し体積の逃げ場を失うと，急激に剛性が立ち上がり高い接触面圧が実現されるからである．すなわち自由表面積の割合を変化させることによって，機能性を自由に設計できるという特質をゴム材料は持っている．それ以外にも，組成や形状を容易に調整できる，粘性の効果により減衰特性を付与できる，安価に市場に供給されるといった長所に助けられ，ゴム材料は現代の工業製品の付加価値を高めるために大きな貢献を果たしてきた．

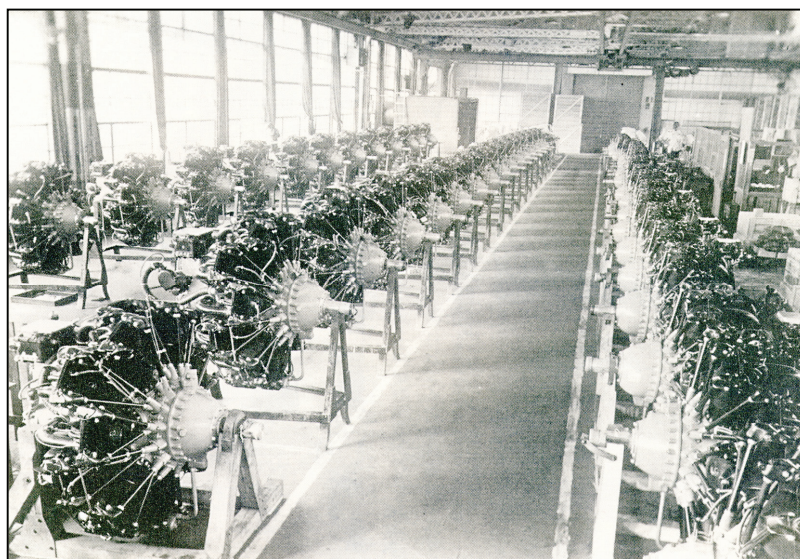


Fig.2-1 金星 4 型エンジン(2-21)

三菱重工名古屋発動機製作所，1939～1940 年頃

太平洋戦争の当時，捕獲された米軍機のエンジンを見て，油漏れのない清浄な整備の様子に，国内の技術者は驚きを禁じえなかったと言われている．エンジン単体の動力性能もさることながら，それを支える部品群の標準化，安定な供給網の整備といった考え方は，当時の国内では Fig.2-1 に示すようなコンツェルンといった古いタイプの企業形態を除いては達成することが難しかったと推測される．ひとつの製品を，部

品群からなるシステムの一員として理解するという近代的な品質保証の考え方は、ゴムに代表されるような高い付加価値をもった部品類の出現によるところが大きい。ここでは、汎用 FEM を用いた実用の設計のなかに、ゴム材料の解析をいかに適合させるかという観点から、検討した結果を示す。

2.2 ゴム弾性とひずみエネルギー関数

金属のように結晶構造からなる物質は、その構成要素である原子または分子が整然と配列しており、外力による変形に対しては原子間力の増加で抵抗する。この特性は結晶弾性と呼ばれ、発生する歪みは微小に留まる。これに対してゴムに代表されるような高分子材料は、複雑に入り組んだ長い鎖状の分子構造を持ち、その鎖が伸びることによって数百%に達する大きな歪みが許容される。

熱力学的なエントロピー（状態の雑然さ、すなわち自由度の多さ）の観点から見ると、分子鎖は伸びきって自由のない状態よりも自由に縮んだ状態を好むので、この自由度の差に基づくエネルギーによってゴムは外力に抵抗する。これをエントロピー弾性と呼ぶ。実際、ゴムを引き伸ばし、これを肌当てれば発熱を感じる。これは分子鎖の自由度として保持されていたエネルギーが、外界に放出された結果である。このような熱力学的なゴム弾性の理論は、1940年代には一応の完成を見せている⁽²⁻¹⁾。

一方、材料力学の観点からは、ゴムの変形は大ひずみ（有限変形）弾性に属する。材料が弾性体であるための条件は以下の2点である。

- (1) 弾性体に作用した（熱）力学的過程はエネルギー（仕事）の散逸がない。すなわち可逆である。
- (2) 弾性体の応答は変形の履歴に依存しない。すなわち各点の応力は現在の変形のみによって定まる。

いま物体に力が加わり位置が移動することを考える。それに伴う仕事が物体の経路に依存しないということは、ポテンシャルと呼ばれる位置のスカラー関数が存在し、その微分勾配が力に等しいことを意味している。例えば重力と位置エネルギー、あるいはバネ力とたわみエネルギーの関係はその最も代表的な例である。閉じた経路に沿ってそのような力（保存力）が行う仕事は0であり、ポテンシャル関数を知れば、作用した力が求まることになる。

連続体の場合，経路をひずみによる変形の過程，力を応力とすると，ポテンシャルはひずみエネルギーである．大ひずみ弾性にこの考え方を適用し，応力成分がひずみエネルギー関数のひずみ成分による微分から定められるとき，その材料を超弾性（Hyperelastic）材料と称する(2-2), (2-3), (2-4)．ゴムは粘弾性効果のため応力緩和を示すものの，支配的な性格である非線形弾性の部分については，超弾性材料として研究が進められてきた．ここではまず，ひずみの尺度として次のような伸長比 λ を考える．

$$\lambda = l/l_0 = 1 + e \quad (2-1)$$

ここで， l_0 ：変形前の長さ， l ：変形後の長さ， e ：工学ひずみ

座標軸として，せん断の効果を省くために主応力の方向を考える．Fig.2-2 に示すように単位寸法をもつ立方体の面に主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ が作用するものとする．各辺は $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ のように変形し， $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ は変形後の面積に加わる応力，すなわち真応力である．ここに変形の微小変化によって生ずる歪エネルギーの変化 dW は，次のようになる．

$$dW = \sigma_1 \lambda_2 \lambda_3 d\lambda_1 + \sigma_2 \lambda_1 \lambda_3 d\lambda_2 + \sigma_3 \lambda_1 \lambda_2 d\lambda_3 \quad (2-2)$$

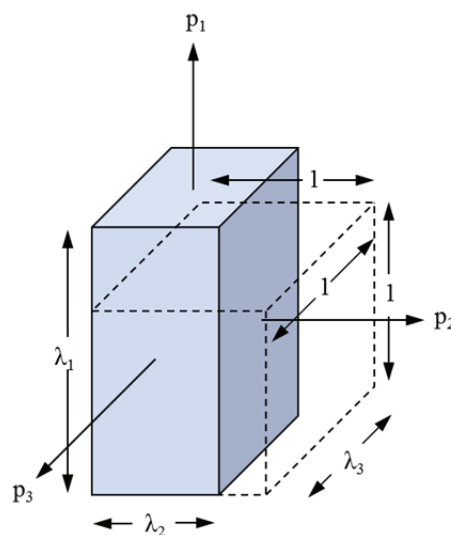


Fig.2-2 単軸立方体要素の変形状態

例えば、右辺第一項の $\sigma_1\lambda_2\lambda_3$ は第一方向の力であり、移動量 $d\lambda_1$ を乗じてエネルギーを表している。

(2-2) 式を応力に対して示すと、

$$\sigma_i = \frac{1}{\lambda_j\lambda_k} \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \quad (2-3)$$

一方、ゴム材料は変形によって体積がほとんど変化しない非圧縮の材料である。この条件を伸長比を用いて示すと (2-4) 式、さらに (2-3) 式に代入して (2-5) 式となる。

$$\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1 \quad (2-4)$$

$$\sigma_i = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} - p \quad (i = 1 \sim 3) \quad (2-5)$$

材料が非圧縮であると静水圧応力 p は仕事をしないので、(2-5) 式には任意の大きさを持つ p を追加している。この事実は、非圧縮性材料の応力場は変形から完全には決定できないことを示している⁽²⁻²⁾。

2.3 Ogden モデル

Fig.2-3 は Ogden によって同定された実在のゴムのひずみエネルギー関数 W を示す。2つの方向の伸長比 λ_1 と λ_2 に対して W の分布を描いており、この曲面の勾配が応力に相当している。研究の初期においては、Neo-Hookean 則あるいは Mooney 則に代表される W のモデル化がある程度の成功を収めてきた^{(2-2), (2-7)}。これらは主に統計力学的な考察や比較的単純な力学的考察を背景にした理論である。

しかし、Fig.2-3 からわかるように、 λ_1 と λ_2 が共存する高いひずみの領域では W は強い非線形を示し、これらの理論の適用には限界があった。一方、多軸場のひずみエネルギー関数を表すために、Valanis と Landel は次のような簡単な仮定を提案している^{(2-5), (2-6)}。

$$W = w(\lambda_1) + w(\lambda_2) + w(\lambda_3) \quad (2-6)$$

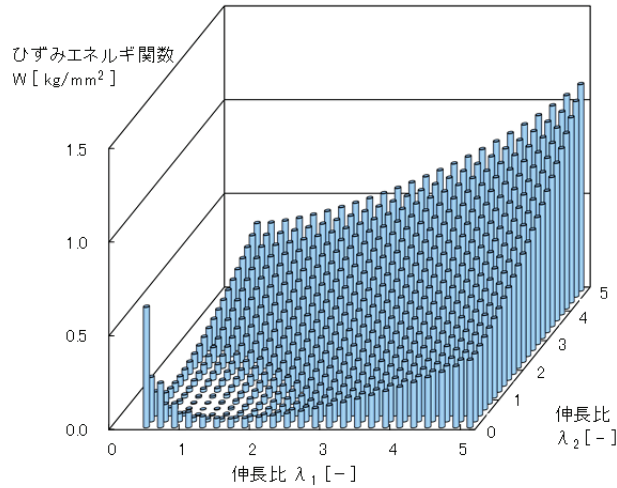


Fig.2-3 実在ゴムのひずみエネルギー関数

すなわち 1つの関数 w の各方向に対する値の線形和で W が示される. 各方向のエントロピーの和が全エントロピーに相当することが念頭におかれているが, それ以上の根拠はなく, むしろ後述のように, W を効率的に近似するための便宜と考えるのが妥当である(2-8). Ogden はこの式に対応する実際の関数形として, 次のような N 次の級数を提案した(2-9), (2-10), (2-11).

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad \text{ここで, } \mu_n \text{ と } \alpha_n \text{ は定数} \quad (2-7)$$

Ogden の論文では, Treloar⁽²⁻¹²⁾ の実験結果を用いて, 以下の数値が与えられている.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 1.3 & \alpha_2 &= 5.0 & \alpha_3 &= -2.0 \\ \mu_1 &= 6.3 \times 10^{-2} & \mu_2 &= 0.012 \times 10^{-2} & \mu_3 &= -0.1 \times 10^{-2} \text{ [kg/mm}^2\text{]} \end{aligned}$$

(2-7) 式は無変形状態 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ のときに, $W=0$ となるようになっている.(2-7) 式を (2-5) 式に代入すると, 次のように簡単な応力の表示が得られる.

$$\sigma_i = \lambda_i \sum_{n=1}^N \mu_n \lambda_i^{\alpha_n - 1} - p = \sum_{n=1}^N \mu_n \lambda_i^{\alpha_n} - p \quad (i = 1, 2, 3,) \quad (2-8)$$

2.4 多軸場への適用

複雑な曲面形状をもつひずみエネルギーの分布を同定するには、応力場の異なる単純な材料試験を組合せ、係数を推定するのが現実的な方法である。ゴムの非圧縮性を利用すると、以下のように単純化された（実験可能な）応力場の設定が可能となる。

2.4.1 単軸引張 (Simple Tension)

これはリボンのような長尺の試験片の引張に相当する。引張方向の伸長比を λ_1 とすると、それ以外の方向は (2-4) 式の非圧縮性を満足するように、なりゆきで縮む。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{引張方向} \quad \lambda_1 & & (2-9) \\ \text{断面方向} \quad \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_1^{-\frac{1}{2}} & \quad (\text{自由なので、同時に } \sigma_2 = \sigma_3 = 0) \end{aligned}$$

これらを (2-8) 式に代入すると、

$$\sigma_1 = \sum_{n=1}^N \mu_n \lambda_1^{\alpha_n} - p \quad \sigma_2 = 0 = \sum_{n=1}^N \mu_n \lambda_1^{-\frac{1}{2}\alpha_n} - p \quad (2-10)$$

(2-10) 式から p を消去し、また単に $\sigma_1 = \sigma$, $\lambda_1 = \lambda$ と表記すると次のようになる。ただし σ は真応力である。

$$\sigma = \sum_{n=1}^N \mu_n \left(\lambda^{\alpha_n} - \lambda^{-\frac{1}{2}\alpha_n} \right) \quad (2-11)$$

また公称応力を s とすると、 σ に断面積比を乗じて

$$s = \sigma \lambda^{-1} = \sum_{n=1}^N \mu_n \left(\lambda^{\alpha_n - 1} - \lambda^{-\frac{1}{2}\alpha_n - 1} \right) \quad (2-12)$$

Fig.2-4 は FEM を使用して単軸引張を解析した例を示す。軸対称要素を使用し、長さ と断面積が共に 1 となるモデルを作ると、引張によって生ずる力と変位は、そのまま公称応力 s と工学ひずみ e に相当する。使用した Ogden モデルの係数は、(2-7) 式による。

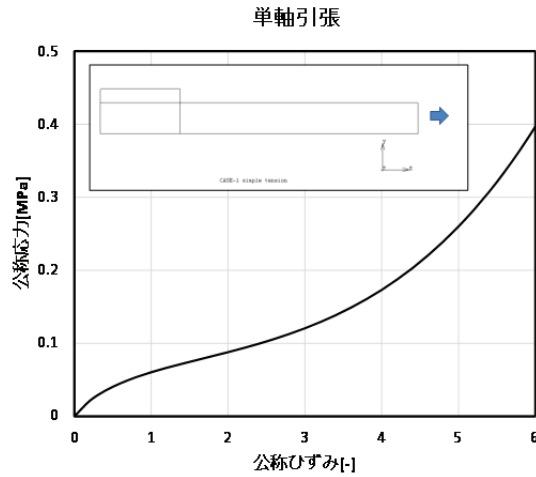


Fig.2-4 単軸引張

次に (2-12) 式で得られた単軸の公称応力-ひずみ関係と、初期弾性率 (ヤング率) E との関係調べてみよう. (2-1) 式に示したように伸長比と公称ひずみの関係は $\lambda=1+e$ である. これを (2-12) 式に代入する.

$$s = \sum_{n=1}^N \mu_n \left\{ (1+e)^{\alpha_n-1} - (1+e)^{-\frac{1}{2}\alpha_n-1} \right\} \quad (2-13)$$

これを二項定理を用いて級数展開し e の高次項を省略すると, E は (2-14) 式のような形で導くことができる. Mooney モデルの初期弾性率が $E=6(C_1+C_2)$ で定められること (2-7) を思い出すと, (2-14) 式ははるかに柔軟な係数の選択が可能であると推測できる. Ogden モデルの同定では, この初期弾性率の評価が最初の足がかりになる.

また微小ひずみ弾性の下で非圧縮 (ポアソン比 $\nu=0.5$) を考えると, 横弾性係数 G を (2-15) 式のように与えることができる.

$$s = \sum_{n=1}^N \mu_n \left[\left\{ 1 + (\alpha_n - 1)e \right\} - \left\{ 1 + \left(-\frac{1}{2}\alpha_n - 1 \right) e \right\} \right] = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^N \alpha_n \mu_n e \equiv Ee$$

$$\therefore E = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^N \alpha_n \mu_n \quad (2-14)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{1}{3}E = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \alpha_n \mu_n \quad (2-15)$$

2.4.2 純せん断 (Pure Shear)

通常の材料では純せん断試験は容易ではなく、ねじり試験などによらざるをえない。ゴムの場合はその非圧縮性を利用して、Fig.2-5 に示すような長尺のリボンの長辺を拘束したまま短辺方向に引張ることで、純せん断のひずみ場を実現できる。

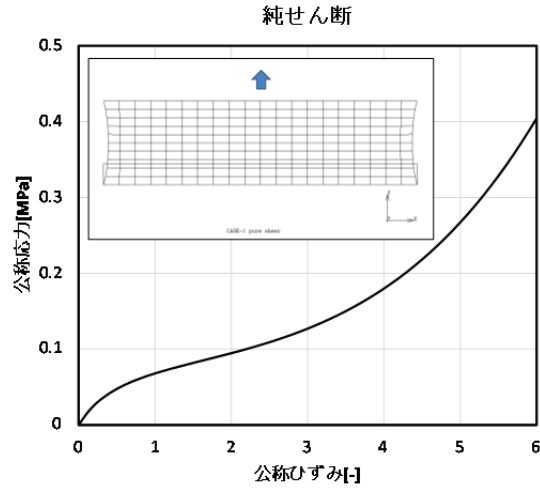


Fig.2-5 純せん断

これを伸長比で示すと、

$$\begin{aligned}
 \text{引張方向} & \quad \lambda_1 \\
 \text{長辺方向} & \quad \lambda_2 = 1 \quad (\text{拘束}) \\
 \text{厚み方向} & \quad \lambda_3 = \lambda_1^{-1} \quad (\text{自由なので、同時に } \sigma_3 = 0)
 \end{aligned} \tag{2-16}$$

すなわち、引張方向と厚み方向には正負逆のひずみが生じる。これらは主ひずみであるので、下記の主せん断ひずみが試験片内部に生ずることになる。

$$\gamma = e_1 = e_3 = \lambda_1 - \lambda_1^{-1} \tag{2-17}$$

単軸引張るときと同様に、これらを (2-8) 式に代入すると

$$\sigma_1 = \sum_{n=1}^N \mu_n \lambda_1^{\alpha_n} - p \quad \sigma_2 = \sum_{n=1}^N \mu_n - p \quad \sigma_3 = 0 = \sum_{n=1}^N \mu_n \lambda_1^{-\alpha_n} - p \tag{2-18}$$

(2-18) 式から p を消去し、また単に $\sigma_1 = \sigma$, $\lambda_1 = \lambda$ と表記すると (2-19) 式のようなになる。ただし σ は真応力である。また公称応力を s とすると、 σ に断面積比を乗じ

て (2-20) 式が得られる.

$$\sigma = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n} - \lambda^{-\alpha_n}) \quad (2-19)$$

$$s = \sigma \lambda^{-1} = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n - 1} - \lambda^{-\alpha_n}) \quad (2-20)$$

Fig.2-5 は Ogden が参照している Treloar⁽²⁻¹²⁾ の実験に用いられた試験片を FEM によって解析した結果である. 試験片の初期寸法は 75mm×5mm であり, 引張によって側部に凹の湾曲を生じるが, 精度にはほとんど影響しない.

2.4.3 一様二軸引張 (Equi-Biaxial Tension)

この試験では, Fig.2-6 に示すように正方形の薄板試験片を縦横に一様に引張る. Ogden モデルの前後には, この種の試験が多数行われ, 以下のような知見がまとめられている (2-6), (2-8), (2-12).

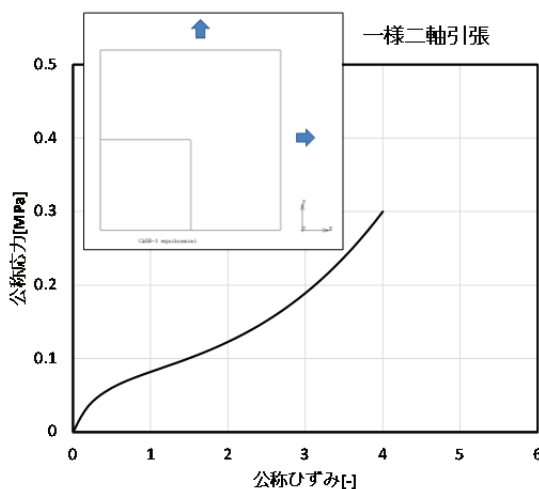


Fig.2-6 一様二軸引張

- (1) 二軸の各引張方向の伸長の組合せを変えた試験を行うことより, Ogden モデルの基礎をなす Valanis らの仮定 (2-6) 式が実験的に裏づけられる.
- (2) 高ひずみ領域の弾性の立ち上がりは, 二軸試験において顕著に現れる.
- (3) ひずみ場の等価性より, 単純圧縮に相当するデータが得られる. (以下の (2-21) 式は厚み方向に単純圧縮した場合と等価である.)

一様二軸引張を伸長比で示すと、

$$\begin{aligned} \text{2 軸方向} & \quad \lambda_1 = \lambda_2 \\ \text{厚み方向} & \quad \lambda_3 = \lambda_1^{-2} \quad (\text{自由なので, 同時に } \sigma_3 = 0) \end{aligned} \quad (2-21)$$

これらを (2-8) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \sigma_2 &= \sum_{n=1}^N \mu_n \lambda_1^{\alpha_n} - p \\ \sigma_3 = 0 &= \sum_{n=1}^N \mu_n \lambda_1^{-2\alpha_n} - p \end{aligned} \quad (2-22)$$

(2-22) 式から p を消去し、また単に $\sigma_1 = \sigma$ 、 $\lambda_1 = \lambda$ と表記すると次のようになる。
ただし σ は真応力である。

$$\sigma = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n} - \lambda^{-2\alpha_n}) \quad (2-23)$$

また公称応力を s とすると、 σ に断面積比を乗じて

$$s = \sigma \lambda^{-1} = \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n - 1} - \lambda^{-2\alpha_n - 1}) \quad (2-24)$$

2.5 ひずみエネルギー関数の発展・Ogden モデルの意義

現在の FEM に使用されているひずみエネルギー関数として、最も古い形式は 1940 年に提案された Mooney⁽²⁻¹³⁾ によるものであろう。Mooney は、Hencky (1993) あるいは Love (1920) による初期の一般化された弾性論を引用しつつ、

- ・材料は等方性であり非圧縮である。
- ・材料の引張はフック則に従わないが、せん断はフック則に従う。

という仮定の下に、以下のエネルギー関数を提案した。

$$W(\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3) = C_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + C_2 (1/\lambda_1^2 + 1/\lambda_2^2 + 1/\lambda_3^2 - 3) \quad (2-25)$$

ここで C_1 、 C_2 は定数、 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ は主伸張比である。この Mooney の論文中には 2 種のゴム材料の引張のデータが与えられ、引張終盤の剛性が立ち上がる領域の前までは、実測値との一致は良い。またせん断については 200% 以下のひずみでは実験的にほぼ

線形であったので，上記の仮定を施したとしている．

Mooney に少し遅れ，Treloar⁽²⁻¹⁴⁾は高分子鎖に対する過去の統計力学的な考察を引き継ぐ形で，以下のひずみエネルギー関数を導いた．

$$W = \frac{1}{2}G(\lambda_1^3 + \lambda_2^3 + \lambda_3^3 - 3) \quad (2-26)$$

ここで G は分子量と絶対温度に依存する定数である．この形式は，現在では Neo-Hookean モデルと称されており，結果的に Mooney モデルの特殊な形になっているが，Mooney モデルが材料力学的な検討に基づいているのに対して，Neo-Hookean モデルは統計力学的な考察に基づいている点において両者の背景は異なる．また Treloar の論文中には単純引張だけではなく，二軸引張および純せん断の試験結果との比較も示されている点で意義は大きいと言える．

これらの知見を踏まえて，Rivlin ら⁽²⁻¹⁵⁾は 1950 年前後に以下のような一般化されたひずみエネルギー関数の形式を提案している．現在，Mooney-Rivlin モデルと呼ばれる形式がこれである．

$$W = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2-27)$$

ここで I_1 と I_2 は主伸張比に対する不変量であり，次式によって示される．

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad I_2 = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2} \quad (2-28)$$

Rivlin らの論文の中では，先行の Mooney と Treloar に対する扱いは公平と見てとれるが，下記のように Mooney の (2-25) 式を書き改め，比較的小さなひずみ範囲では十分な近似精度を有するとしている．これは現在でも適切な認識である．

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (2-29)$$

この Rivlin らの知見は，Green ら^{(2-16), (2-17)}によって当時発展の途にあった有限変位の弾性論に引き継がれた．今日の大変形理論によれば，初期の微小線素ベクトル $d\mathbf{X}$ が次

の時点で $d\mathbf{x}$ に変化したとき，この変化を次のように記述する．

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \quad (2-30)$$

ここで \mathbf{F} を変形勾配テンソルと呼ぶ． \mathbf{F} の作用は対称テンソル \mathbf{U} による形状の変化（伸び，縮み，せん断など）とそれに続く剛体回転 \mathbf{R} によって表され，これを変形勾配テンソルの右極分解と呼ぶ．ここで \mathbf{R} は直交テンソルであり大きさの変化を伴わない回転を表している．

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} \quad (2-31)$$

ここで右 Cauchy-Green 変形テンソルと呼ばれる \mathbf{C} を次のように定義する．

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} = \mathbf{U}^2 \quad (2-32)$$

\mathbf{C} は正定値対称テンソルであることから実固有値が存在し，その固有値が (2-28) 式で用いられている主伸張比に相当する．すなわち，ひずみエネルギー関数が主値 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ あるいはその不変量 $I_1 \sim I_2$ で表現されているということは，単に変形を記述できるだけでなく，座標系に依存しないこと（客観性）を保証していると言うことができる．

ゴム弾性の理論は，本来，熱力学的な考察から始まった経緯を持っているために，ひずみエネルギー関数の形式に材料科学的な意味を持たせようとする期待が少なくない．例えば Mooney-Rivlin モデルの低次項はゴム材料の性格をある程度表現すると言われており，また最近の Arruda-Boyce モデル⁽²⁻²⁰⁾は分子論的な考察から多軸挙動を表現しようとする試みである．しかし，ゴムは超弾性体として挙動するだけでなく，粘性，ダメージ，結晶化といった高分子特有の複雑な挙動を示すため，材料科学的な期待と数値的な精度の折り合いをつけることは，現実的には非常に無理がある．旧来のモデルと異なり，Ogden モデルは材料科学の視点から離れ，完全に数値近似に主眼をおいたモデルになっている．（例えば，右辺の分母にある α_n は応力を計算するために一回微分すると消える，といったように．）

近似精度の面からは，(2-29) 式からわかるように Mooney-Rivlin モデルが λ の係

数だけを定める形式であったのに対し、Ogden モデルでは λ の係数だけではなく指数までも定める形式になっている。そのため、単に近似精度が向上するだけではなく、Ogden が数値例として示したように、特定の方向の特定のひずみ水準に対して W の傾向を操作できるといった巧妙な数式上の配慮が可能になっている(2-9), (2-18)。ただし最小二乗法による近似操作の面から見ると、係数だけを定める Mooney-Rivlin モデルの近似が線形問題に帰着できるのに対して、指数を求める Ogden モデルの近似は非線形問題となる。そのため Ogden モデルの同定のためには多軸試験の結果に非線形最適化の手法を用いることが必要であった。前述の Arruda-Boyce モデルは、この煩多な手続きを避けるために再び材料科学的な考察を援用したという一面を持っている。ただしその表現精度は必ずしも良いとは言えない。

今日では非線形最適化の手法が進化し、例えば Excel の中で Ogden モデルの同定を行うことが可能である。Ogden モデルは数値的な扱いに特化したモデルであるだけに汎用 FEM による解析とは折り合いが良く、超弾性以外のゴムの材料特性、たとえば粘弾性やダメージモデルと組み合わせた応用も昨今では多く見られる。

2.6 ひずみエネルギー関数の同定の実際

ひずみエネルギー関数を精度よく定めようとするならば、Fig2-7 のような 3 種の試験を行うことが最善である。応力と伸長比の関係の例として、Ogden が (2-7) 式に与えた係数を使って(2-12)式、(2-20)式、(2-24)式を計算した結果を Fig.2-8(a)に示す。実際の試験からも、この曲線に相当した結果が得られる。試験のイメージを理解するためにひずみエネルギー関数の曲面 (Fig.2-3) を再掲し、それぞれの試験がたどる経路、すなわち(2-9)式、(2-16)式、(2-21)式に示した λ_1 と λ_2 の関係、を重ねて描いたのが Fig.2-8(b) である。図から明らかなように、単軸引張と純せん断の経路は隣接しているため、Fig.2-8(a)におけるこれらの応力と伸長比の関係は大差がない。しかし一様二軸引張の結果は、これら 2 本に対して 1.5 倍程度高くなるのが通常である。

3 種の試験を行うという作業は、得られる 3 本の経路からこの曲面の全体像を把握することに他ならない。具体的には、最適化を用いて Fig.2-8(a)にある 3 種の実測値を曲線近似し、材料モデルの係数を同定する。これをカーブフィットと称する。2.9 節において、筆者らが開発したカーブフィットプログラムについて言及する。

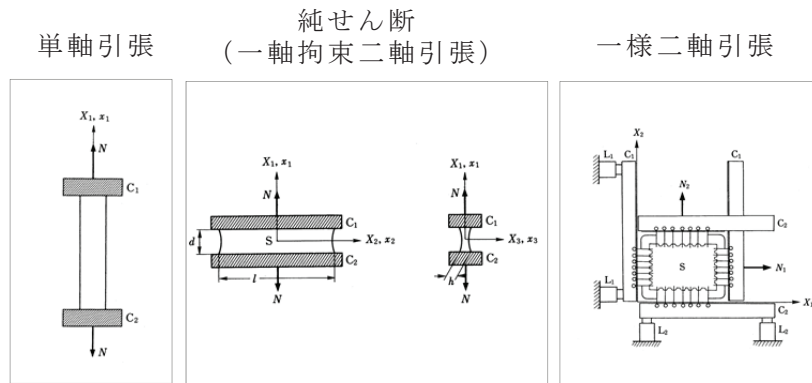
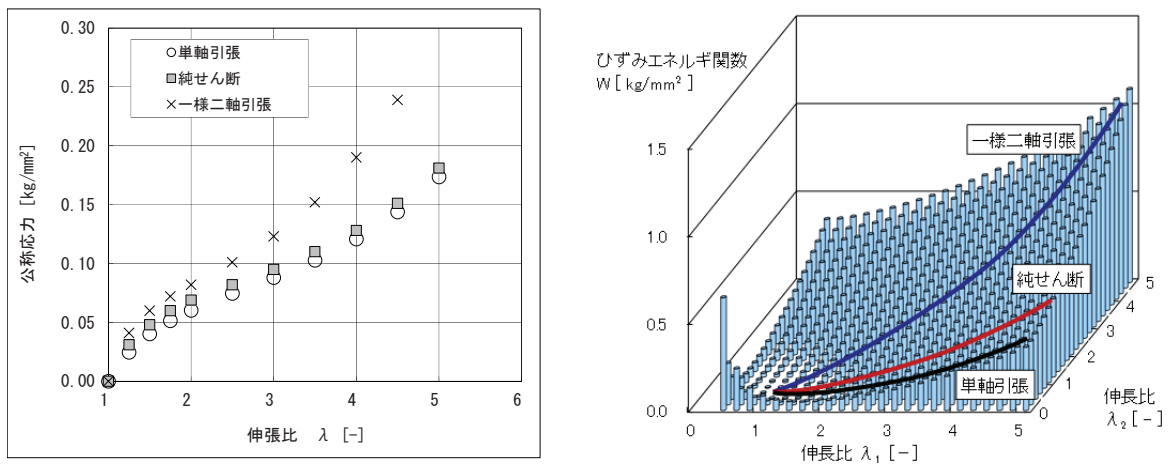


Fig.2-7 代表的な試験方法



(a) 引張試験で得られる応力と伸長比の関係

(b) 各引張試験が描く経路

Fig.2-8 引張試験の実測値例

一方、二軸引張試験機は特殊な構造を持つため、タイヤ製造など特定の分野を除いては普及を期待することは難しい。代替としてゴムバルーンをふくらませるような試験もあるが一般的とは言い難い。実際、JIS において規格化されているのは、単軸引張試験 (K6251, K6254) と圧縮試験 (K6254) に限られている。このうち圧縮試験は、2.4.3 項に述べたように二軸引張と等価であるとはいえ、現実には加圧面の摩擦の効果を排除できないだけでなく、得られるひずみ範囲が低いので、FEM 用の材料試験としては不利が多い。そのため工業上は、単軸引張試験の結果だけに頼らざるを得ないことが少なくない。その場合の注意事項を以下に示す。

Fig.2-9 は、単軸引張だけのデータを用いた最小二乗近似によって Ogden の係数を 3 次まで求めた例を示す。図中の曲線はその係数を用いて (2-12) 式, (2-20) 式, (2-24) 式を計算した結果である。単軸引張の近似精度は良いが、純せん断の曲線は単軸引張を下回ってしまう。また一様二軸引張の曲線は伸長比 1.5 (ひずみ 50%) の付近で応力の極大値を示し、それ以降の剛性が負になってしまう結果となった。Fig.2-8(b)から推測できるように、1 本の曲線だけから 3 次元曲面を推定することは無理がある。

実際の FEM 解析にこの Ogden の係数を適用すると、このひずみを超えた時点でマトリックスが非正定となり、たとえ強制的に解析を続行したとしても、解が発散して収束しない結果を招く。ゴム材料の解析で遭遇するトラブルは、この種の材料定数の近似のまずさに起因することが少なくない。このような不具合の発生を防ぐためには、ひずみ範囲を正しく想定し、その範囲に見合っ正しく最小二乗法を適用することが必要である。またひずみエネルギー関数の次数をいたずらに多くしないことも重要である。例えば Ogden モデルであれば 2~3 次にとどめても実用的に十分な結果が得られ、それ以上の次数による改善は大きく期待できない。

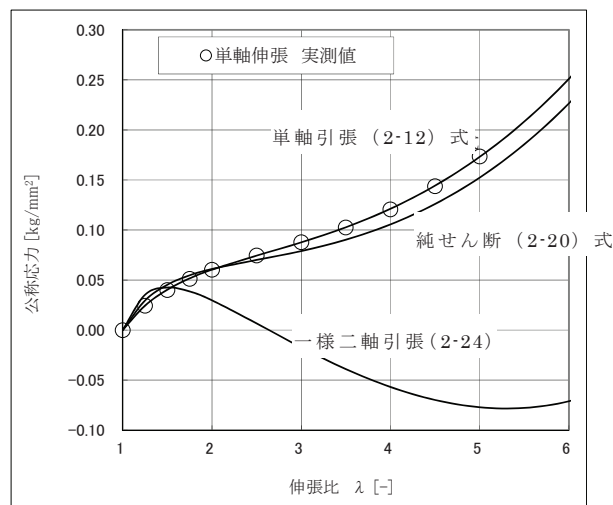


Fig.2-9 単軸の実測値のみを用いたカーブフィットによる不具合の例
 $(\alpha_1 = 0.69, \mu_1 = 0.186, \alpha_2 = -1.07, \mu_2 = 0.0460,$
 $\alpha_3 = 4.14, \mu_3 = 0.000643)$

なお単軸引張の試験結果しか得られない場合の対策としては、以下のような手段が考えられる。

- (1) 想定されるひずみ範囲が 10%以下のように小さい場合には、縦弾性係数 E を用いた通常の線形弾性材料として取扱うことも実用的である。この場合、ポアソン比を 0.5（非圧縮）とすると一般の FEM ではエラーとなるので、0.48~0.49 とするのが良い。この方法は、材料データとして JIS の硬さ試験の結果しか得られない場合にも有効である。硬さ試験からは横弾性係数 G が求まるので、ポアソン比を 0.5 とし、 $E=2(1+\nu)=3G$ として E を定めれば良い。
- (2) ひずみ範囲が 50~100%程度以下であれば Neo-Hookean モデルの適用が簡便、かつ適当である。この関数は 1 つの材料定数しか持っていないので、ひずみが 100% を大きく超え（弾性率が立ち上がる）領域の近似はできないが、応力-ひずみ曲線が極値を持つなどの不具合をもたらさない利点がある。材料定数は縦弾性係数から、 $E=6C_{10}$ として換算できる。
- (3) また最近では Arruda-Boyce モデル等の分子論的な考察に基づいた関数形も提案され、汎用 FEM に組み込まれている場合もある。単軸引張試験のみからエネルギー関数の全体像を同定できるのがこのモデルの特徴であるが、実際の二軸引張試験の結果などと比較してみると近似精度は十分とは言い難い。
- (4) また単軸引張、純せん断、一様二軸引張の曲線の相似性から応力値を予測して、カーブフィットの際に補足点として追加する方法もある⁽²⁻¹⁸⁾。同様に 3 種の試験の曲線の大小関係を適正にバランスさせる方法としては、(2-29) 式の Mooney モデルを用いて係数の和すなわち $C_{10}+C_{01}$ の値は一定としたまま、比 C_{01}/C_{10} の値を 0.05~0.1 程度とするような手段も考えられる。このとき和 $C_{10}+C_0$ は初期弾性率を代表し、比 C_{01}/C_{10} は二軸引張の立ち上がりの程度を表す。不完全ではあるが、Williams⁽²⁻¹⁹⁾にも同種の知見を示唆する指摘があり、比 C_{01}/C_{10} は 0.2 以下であることが多く、またこの値を変えても単軸引張の挙動にはほとんど影響せず単軸圧縮（一様二軸引張と等価）に対してのみ影響があるとしている。

2.7 ゴム材料の引張および圧縮試験

ゴム材料は組成を容易に調整できるだけでなく、製造時の条件や製造後の時間経過によって性質が変化する。したがって、その製品段階での力学的な特性を厳密に特定することが難しい。またゴム材料の価格は、特殊タイヤのような例外はあるものの一

般には低廉であるため、個々の材料特性を問うことが経済的に引き合わないという側面もある。

また樹脂材料の試験片の製作は金型による成形を経るため、ゴムに限らず試験片形状に制約がある。そのため一般的に用意できる試験片は JIS に従うか、薄板を切り出す程度のものしか期待できないのが通常である。すなわち工業上の実際としては、JIS に規定された試験から、何とか FEM に適用すべき材料定数を取得するのが精一杯の対応と言わざるを得ない。ここでは、以下の JIS 規格に従う試験片を実際に FEM で解析し、どのような問題があるかを検討してみた。

- ・ ダンベル状 3 号形 引張試験片
(JIS K 6251 加硫ゴムの引張試験方法)
- ・ 短冊状 1 号形 引張試験片
(JIS K 6254 加硫ゴムの低変形における応力・ひずみ試験方法)
- ・ 円柱状 圧縮試験片
(JIS K 6254 加硫ゴムの低変形における応力・ひずみ試験方法)

Fig.2-10～Fig.2-12 にそれぞれの初期形状と変形図を示す。材料は Ogden モデルとし、(2-7) 式に示した材料定数を適用した。要素タイプとして、引張試験片には平面応力要素、圧縮試験片には軸対称要素を適用した。

引張試験あるいは圧縮試験では、単軸の挙動が得られることが期待されている。Ogden モデルの公称応力と公称ひずみの単軸応答は、(2-13) 式を再録して以下のようになる。

$$s = \sum_{n=1}^N \mu_n \left\{ (1+e)^{\alpha_n-1} - (1+e)^{-\frac{1}{2}\alpha_n-1} \right\} \quad (2-33)$$

Fig.2-13 に、この式を Excel で計算した結果、およびそれぞれの試験片に対応した FEM 解析の結果を示す。図中、縦軸は試験片の両端で計測された荷重を着目部位の初期断面積で除した値(公称応力)、横軸は着目部に生じた変位を初期長さで除した値(公称ひずみ)を示す。

ダンベル状試験片は最も一般的な試験片であり、その平行部の標線間で変位を計測すれば理論式に一致する単軸応答が得られる。しかしチャック間で計測された変位を

使用すると、その変位はもっぱら平行部で生じた変形であるために、応力-ひずみ関係としては倍程度も異なった応答を与える。これに対して短冊状試験片は、チャック間で計測した変位をそのまま適用してひずみを算出しても、理論解との一致は良い。

一方、圧縮試験では、押圧面と試験片の間の摩擦が常に問題となる。JIS K 6254 では界面の扱いに関して、接着、潤滑剤、研磨紙の適用が規定されているが、ここでは最も確実な方法として、界面を完全に接着した条件で解析した。ゴムは非圧縮であるために、このような条件下では、Fig.2-12 に示すように、円柱面の側面がバルジングする（はらみ出す）。この結果、単軸応答は得られず倍程度に硬い結果を与える。

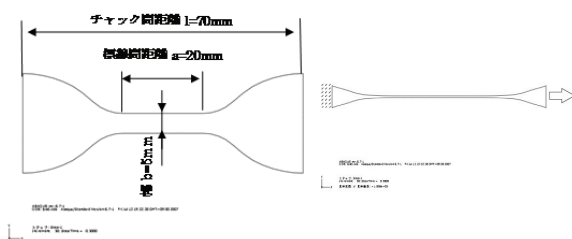


Fig.2-10 ダンベル状 3号形引張試験片
JIS K 6251

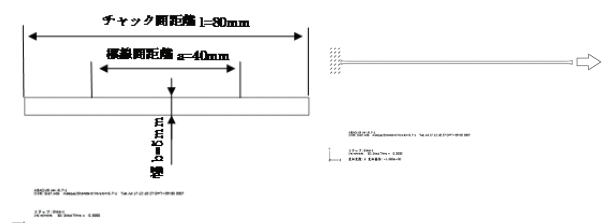


Fig.2-11 短冊状 1号形引張試験片
JIS K 6254

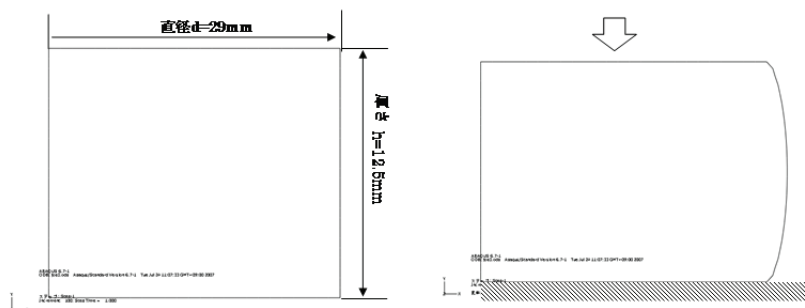


Fig.2-12 円柱状圧縮試験片 JIS K 6254

ゴム材料の変形では、得てして大変形の挙動に目を奪われがちであるが、現実の製品では、10%程度以下のいわゆる微小ひずみ領域で使われることが少なくない。そのため、たとえ Ogden モデルのような形式で FEM 解析を行うにしても、原点付近の初期弾性率を、引張試験から確実に取得しておくことが重要である。Ogden モデルの初期弾性率（ヤング率）は、(2-14) 式を再録して、以下のようになる。

$$E = \frac{3}{2} \sum_{n=1}^N \alpha_n \mu_n \quad (2-34)$$

ここで (2-7) 式の材料データを適用したとき、 $E=0.127 \text{ kg/mm}^2$

Fig.2-14 は、Fig.2-13 の原点付近を拡大し、上の (2-34) 式を併記したものである。当然ながら、Ogden モデル (2-33) 式の原点での傾きは (2-34) 式に一致している。図から明らかなように、ダンベル状試験片のチャック間変位を適用した結果、また接着された圧縮試験片の結果は、前述のように単軸の状態ではないため、原点での勾配はヤング率には一致しない。すなわち「ひずみの大小にかかわらず」、これらの試験の結果を材料の応力-ひずみ関係として扱うことはできない。

なお、引張試験片のチャック方法に関連して、Fig.2-15 にチャック部近傍の試験片の厚さの変化を示す。およそ 100% (公称ひずみで 1) の変形下では、ダンベル状試験片では約 10% の厚さの減少であるのに対して、短冊状では約 40% の減少となる。そのため適切な治具を使用しないと、試験片の滑り出しが無視できないので、注意が必要である。最近では空気圧を利用して常にチャックを確保する治具が市販されている。

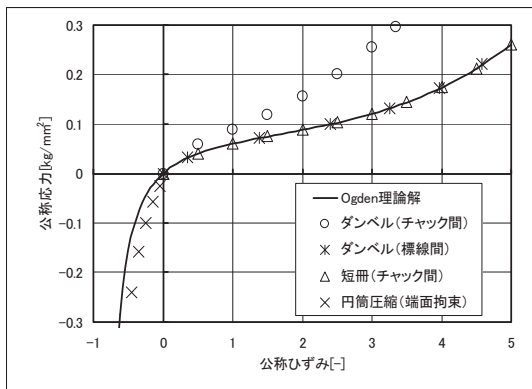


Fig.2-13 各種試験片の単軸応答と理論解の比較

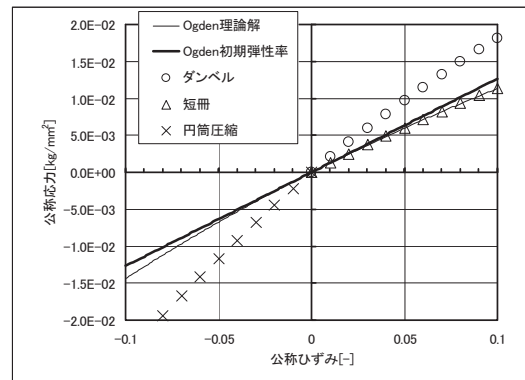


Fig.2-14 各種試験片の単軸応答と初期弾性率 (Fig.2-13 の原点付近の拡大)

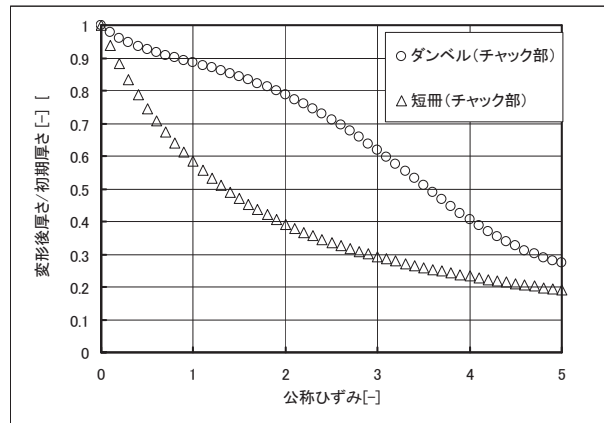


Fig.2-15 引張に伴うチャック部肉厚の減少

2.8 ゴムバルーンの解析

ゴム風船をふくらますとき，当初は高い圧力が必要であるにもかかわらず，吹き込みが始まると一気に楽になる．この問題はゴム材料の膜応力状態（一様二軸引張）の例題として古くから知られており⁽²⁻¹⁶⁾，Ogdenの初期の論文⁽²⁻⁹⁾の中にも引用されている．Fig.2-16に示すような半径 r_0 ，肉厚 h_0 の球状のバルーンに内圧を加えると，バルーンは直交する2つの周方向に一様に伸ばされるので，応力状態は(2-24)式の一様二軸引張に等しくなる．一方，内圧 p を受ける薄肉球殻では一般に次式が成立する．

$$p = 2h_d \cdot \sigma \cdot r_d^{-1} \quad (2-35)$$

ここで h_d : 変形時の肉厚 r_d : 変形時の球の半径 σ : 周方向の真応力

(2-36) 式のようなゴムの非圧縮性を考えると，(2-35) 式は (2-37) 式のようになる．

$$h_d = \lambda^{-2} h_0 \quad r_d = \lambda r_0, \quad p = \frac{2h_0}{r_0} s \lambda^{-2} \quad (2-36, 2-37)$$

(2-24) 式を (2-37) 式に代入すると (2-38) 式のようにバルーンの圧力と伸長比（半径比）の関係が得られる．

$$p = \frac{2h_0}{r_0} \sum_{n=1}^N \mu_n (\lambda^{\alpha_n - 3} - \lambda^{-2\alpha_n - 3}) \quad (2-38)$$

ここでは以下の条件に対して検討した。

バルーン形状： $r_0=100\text{mm}$, $h_0=1\text{mm}$ Ogden 材料モデル：(2-7) 式に同じ

Fig.2-17 に (2-38) 式の計算結果を示す。負荷の初期において圧力は極大値を示す結果となった。これは半径の増加に対してその 2 乗で肉厚が減少し、また受圧面積も半径の 2 乗に比例して増加する傾向をもつからである。この問題を FEM で扱うには、ゴム材料を定義できるシェル要素（膜応力要素）が用意されている以外に、圧力の極値を表現できる弧長法の機能、荷重補正マトリックスを考慮した従動荷重の機能を適用しなければならず、その取扱いは高機能の非線形ソフトウェアに限定される。Fig.2-17 に示すように、汎用 FEM である Abaqus と Marc はいずれも満足すべき結果を与えた。なお、この種の形状的に対称な大変形問題を Fig.2-16 のような 3 次元モデルを用いて解析すると、僅かな不整（初期形状だけでなく、残差力など数値的な誤差も含む）を引き金にして、変形のバランスが大きく崩れて発散する可能性がある。例えばこの例では、頂部の三角形に縮退させた要素の剛性が部分的に高まることで悪影響をもたらす可能性があるため注意が必要である。

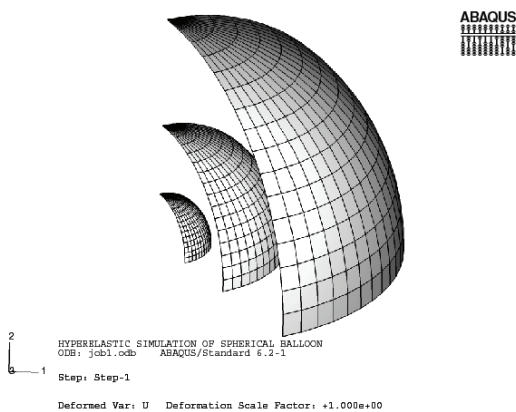


Fig.2-16 ゴムバルーン解析

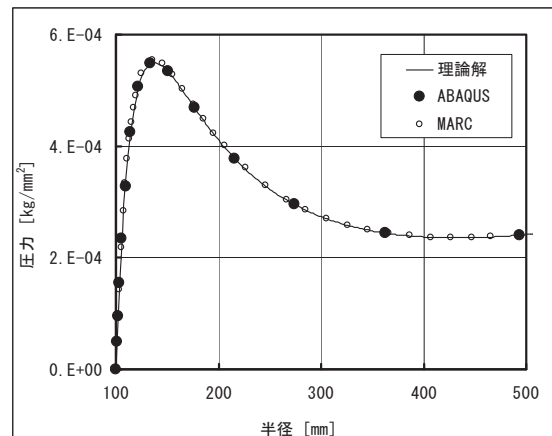


Fig.2-17 半径の増加と圧力の関係

2.9 カーブフィットプログラムの開発

ゴムの超弾性に関して 2.2～2.7 節の知見を総合し，Excel を利用したカーブフィットプログラムを開発した．プログラムの出力例を Fig.2-18 に示す．指定された入力領域において引張試験の結果を与えることにより Ogden によるひずみエネルギー関数が同定される．同定された結果は，自動的に Abaqus, Marc, LS-DYNA の入力ファイル形式によって出力される．このカーブフィットプログラムは，原点近傍の弾性勾配を表示するだけでなく，それを制約条件としたカーブフィットを行うことが可能な点において実用上優れている．特に低荷重領域のデータは誤差も大きくなりがちであるので，実験的にも原点付近の弾性率に関する精度を維持することが重要である．

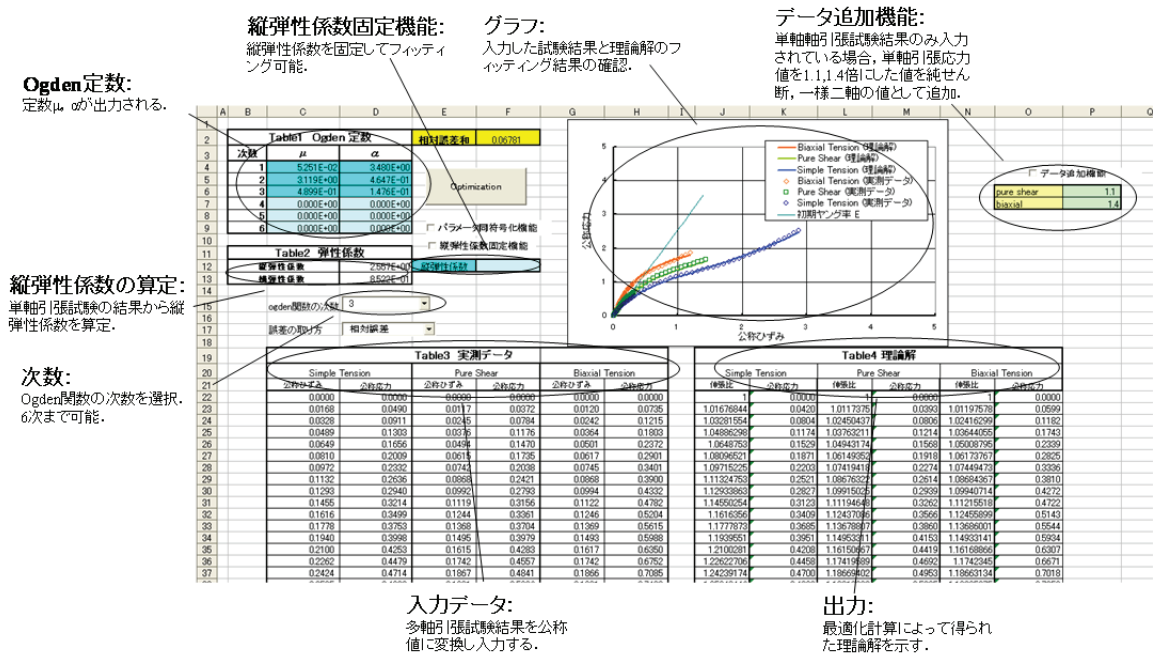


Fig.2-18 超弾性カーブフィットプログラムを用いた Ogden モデルの近似結果

2.10 結論

ゴムの超弾性に注目し，そのひずみエネルギー関数の利用技術を，計測と解析の両面から検討した．ゴムの材料モデルについては，前述のように 1940 年代から近代的な研究が行われ，1970 年代には現在でも一般的に使用されている Ogden によるモデル

化が確立されている。また当時の汎用 FEM への実装も 1980 年代には完了していた。しかし実際にそれを運用しようとするとき、実験の手法、非線形最小二乗法に関する数値処理、FEM における解析上の困難(大変形や接触)など周辺技術の遅れに妨げられ、現実の問題に適用することは著しく困難であった。ゴムが安価であるという特長が高度な評価技術の進歩を妨げた面も見逃せない。しかし近年では、ゴムが持つ高い付加価値に期待して高度な応用への要請が高まってきた。本研究では、単軸引張、純せん断、一様二軸引張という 3 種の実験方法の実際を検討し、Excel を用いたカーブフィットプログラムによる同定手法を実用化した。このカーブフィットプログラムの流通件数(株式会社メカニカルデザインによる)は国内で約 40 本であり、ゴムを対象とする解析分野での需要を満たしている。

3 材料非線形問題・樹脂材料の粘弾性

3.1 はじめに

プラスチックやゴムなどの樹脂材料は、応力緩和あるいはクリープと呼ばれる性質を有している。時間の経過の下で、この性質は材料に流動的な振る舞いを与え、内部に生じていた緊張の弛緩をもたらす。金属や地盤のように、硬質な材料であっても、高温の下や長い時間の経過の下ではこの流動的な振る舞いが現れ、いつかは流れ去ってゆく。粘弾性という材料モデルは、弾性率を時間とともに減衰させ、このような弛緩の作用を表現しようとするものである。

材料に力が与えられたとき、それがどのように変形するかという問題は、きわめて古い課題である。しかし近代以前には変形という概念すらあいまいで、外観と重さだけを頼りに、それが壊れるか否かを問うことが精一杯であったと思われる。崩壊の有様に目を奪われてしまうことが大半であったに違いない。しかし破壊の形態は、材料の種類によっても、荷重の与え方によっても千差万別の結果を与える。手当たり次第に破壊を観察することから離れ、それ以前の材料の挙動に注目できるようになるまでには、長い年月を必要としたと考えられる。

一方、固体と流体という区別も、当初ははなはだ曖昧な概念であったと思われる。固体であれば変形後もそれなりに形が維持されるのに対し、流体は流れ去ってゆく性質を呈する。力と変形が因果関係にあるという前提に立ち、固体であれば力に比例した変位が発生する（弾性）、また流体であれば力に比例した速度が発生する（粘性）という仮定に到達するには、やはり長い年月が必要であったと思われる。弾性と粘性によって固体と流体を説明する試みは、それぞれ Hooke (1678 年) と Newton (1687 年) に起源がある。今でこそこれらの概念は当たり前のモデルとして扱われているが、このような大胆な仮定によって初めて材料に関する秩序立った理解が可能になった。

しかし近代的な化学工業を背景にして現れた材料科学の分野には、このような見方に満足できない人々があったことを否定できない⁽³⁻¹⁾。すでに 1835 年には、弾性余効 (elastic after-effect)、すなわち観測時間を十分に長くすれば固体も流れるという現象が Weber によって見出されていた。これは、固体は弾性、流体は粘性という単純な

切り分けでは律しきれない現象である。その後、Maxwell (1868 年) によって粘性以外に弾性的挙動を示す流体，すなわち粘弾性流体 (viscoelastic fluid) の存在が指摘された。また少し遅れて，Kelvin (1875 年) は粘性的な流動をともなう弾性固体，すなわち粘弾性固体 (viscoelastic solid) の存在を指摘している。

近代的な粘弾性材料の研究は，1950 年代にはじまり，1980 年代には FEM への適用も一応の完成が見られた。しかしながら実験的な計測の困難，大変形や接触を考慮した解析の困難といった課題に阻まれ，その解析の実用化は次第に研究の対象から遠ざけられたというのが近年の実情であった。特に線形粘弾性の解析は極めて応用性が高いにもかかわらず，実用的な解析への最後のステップが放置されていた印象がある。本論文では，粘弾性計測の結果にもとづく樹脂材料の解析について，我々の成果⁽³⁻²⁰⁾を報告する。

3.2 一般化 Maxwell モデル

現在，汎用 FEM で使われる代表的な粘弾性材料として，Fig.3-1 に示すような一般化 Maxwell モデルがある^{(3-2), (3-6)}。このモデルは複数の Maxwell モデルを並列に配置し，広範囲にわたる材料の時間特性を近似的に表現することを意図している。

いま各 Maxwell モデルの弾性率を E_i ダッシュポットの緩和時間を τ_i とするとき，それぞれの τ_i を時間の順に与えると，短い τ_i をもつダッシュポットから順に緩むモデルを作ることができる。このモデルに一定のひずみを負荷したときの応力緩和の応答は，以下のようなになる。

$$\sigma(t) = E_e \varepsilon_0 + \sum_{i=1}^n E_i e^{-t/\tau_i} \varepsilon_0 \quad (3-1)$$

いま各瞬間での応力とひずみの比 $\sigma/\varepsilon_0 = E(t)$ を考えると，見かけの弾性率 $E(t)$ の形式として，(3-1) 式を以下のように書き直すことができる。

$$E(t) = E_e + \sum_{i=1}^n E_i e^{-t/\tau_i} \quad (3-2)$$

すなわち一般化 Maxwell モデルは、弾性率が時間と共に変化する弾性体と考えることができる。ここで $E(t)$ を緩和弾性率と呼ぶ。なお、 $E(t)$ はひずみを一定に保った応力緩和の条件下で定義される弾性率であるので、書籍によっては $E_r(t)$ と表記するものもあるが、ここでは簡便に $E(t)$ とする。

Fig.3-2 に、この緩和弾性率の応答を示す。まず時間 0 で一定のひずみが与えられると、ダッシュポットは凍結して動かないため、全てのばねの総和として $E(t)$ が与えられる。その後、ダッシュポットは τ_i の値にしたがって順に弛緩する。この結果、それぞれのダッシュポットに接続するばねは荷重を負担できなくなるので $E(t)$ は漸減し、最終的にモデルの左端に置かれた線形ばね E_e の弾性率に帰着する。もし E_e を 0 とすれば、残存する弾性のない、すなわち流体に相当するモデルになる。

一般の汎用 FEM では、一般化 Maxwell モデルを構成している個々の要素の E_i と τ_i および E_e を入力データとして与える。実際の樹脂材料では、10~20 個の Maxwell モデルが使用されるのが通常である。このとき τ_i の並びとしては、およそ 1 桁ずつ時間のオーダーが大きくなるような構成とすると、適当な滑らかさを持つ曲線で全体の応答を表現することができることが知られている。すなわち一般の高分子材料は、10~20 桁にわたる時間領域で弾性が変化する材料ということができる。

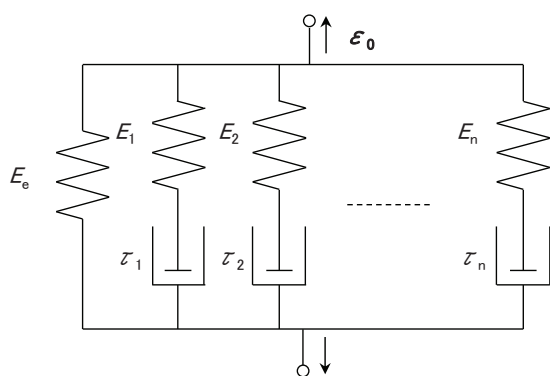


Fig.3-1 一般化 Maxwell モデル

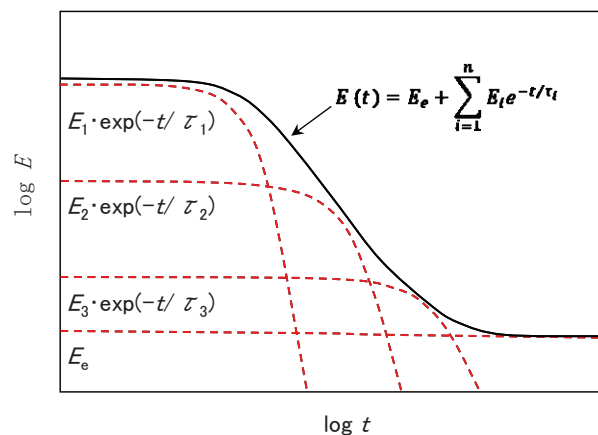


Fig.3-2 一般化 Maxwell モデルの緩和弾性率

3.3 時間-温度換算則

3.3.1 粘弾性材料の温度依存性

高分子材料は、広い時間領域にわたる粘弾性特性をもつだけでなく、非常に強い温度依存性を持っている。実際、ガラス転移点および遷移領域と呼ばれる狭い（50°C以下程度の）温度範囲において、弾性率は数千倍に及ぶ変化を示す。これら広い時間領域にわたる大きな弾性率変化を、単独の試験によって計測する事は現実的に不可能である。そのため、時間と温度の相互関係を見出し、それを利用して限られた時間に対する計測結果から、全体の特性を推測する方法が検討されてきた。以下に示すような「熱レオロジー的に単純（Thermo-rheological Simplicity）」と呼ばれる特性は、その最も代表的な例である。

Fig.3-3 は時間と緩和弾性率 $E(t)$ を対数表示して示す。図中、左側の曲線群は $T_1 \sim T_7$ の各温度で計測されたデータ、右側はそれらに基づいて作成されたマスターカーブと呼ばれる曲線である。まず左側のデータから説明する。温度は T_1 が低温側、 T_7 が高温側である。横軸の目盛りから見て、約 10~1000sec の時間に対して得られた各温度での緩和曲線が描かれていることがわかる。高分子の粘弾性挙動は、内部の分子鎖が自由に熱運動できる空間の大きさ（自由体積）に依存すると言われている。低い温度領域では自由体積が小さいため弾性的にしか挙動できず、この状態をガラス状態と呼ぶ。Fig.3-3 では T_1 がこの状態に相当する。このときの $E(t)$ はおよそ 10^9 Pa でほぼ一定の値を示す。高分子のガラス状態での弾性率としては、この 10^9 Pa 程度の値が一般的と言われている。

温度が高くなると自由体積が広がり、分子鎖は粘性抵抗を受けながら運動することができるようになる。すなわち粘弾性的な挙動が現れ、この状態をゴム状態と称する。Fig.3-3 では $T_4 \sim T_6$ がこの状態に相当し、この例ではガラス状態よりも 1/1000 程度低い弾性率を示すことがわかる。この粘弾性が発現する温度、すなわちガラス状態からゴム状態に移行する温度の目安として、ガラス転移点と呼ばれる材料固有の温度があり、高分子固体の性質を表す代表的な指標として用いられている。Fig.3-3 の例では、曲線が下降を始める T_2 の温度付近にガラス転移点は存在する。またガラス転移点における粘性係数は、材料によらずほぼ 10^{13} poise になることが実験的に知られている。

このような特性を時間と温度の換算則に注目して整理する試みは、粘弾性学の初期（1940～1950年代）に多く行われた。最も代表的なものは、異なる温度で計測された応力緩和曲線を横軸方向（時間軸方向）に移動すれば、同一の曲線に重なるという考え方である。この仮定を熱レオロジー的に単純と呼び、得られる一本の曲線をマスターカーブと呼ぶ。

マスターカーブの作成結果を Fig.3-3 の右側の曲線に示す。この曲線は、Fig.3-3 の左側に示した曲線群のうち T_3 の曲線を基準におき、それ以外の曲線を横軸方向の左右に適宜にずらして一本の曲線になるように並べた結果である。図から明らかなように、滑らかな単一の曲線が得られていることがわかる。得られた曲線の横軸は 0.01sec から 10^9 sec（約 30 年）にわたる広い時間領域をカバーしている。すなわち、幾つかの温度の下で計測された 10～1000sec の試験結果を用いて、短時間側は 0.01sec、また長時間側は 30 年程度の挙動を推測することができることを Fig.3-3 は示唆している。

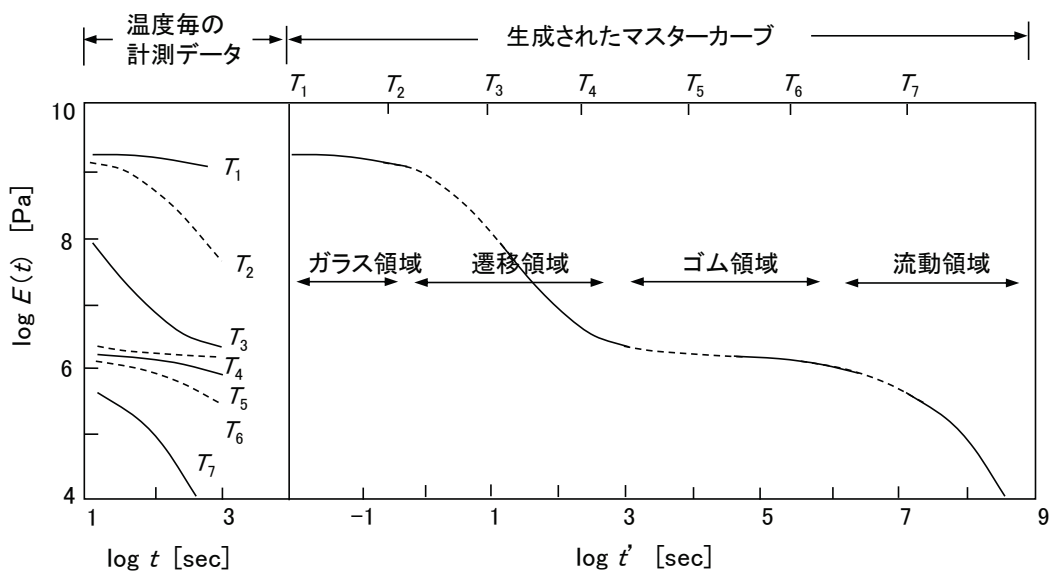


Fig.3-3 熱レオロジー的に単純な材料のマスターカーブ

いま Fig.3-3 の横軸は対数表示された時間である。従って横軸方向に曲線を平行移動する操作は、以下のような時間の比 α_T をそれぞれの曲線に乗ずることに相当する。 α_T をシフトファクターと呼ぶ。

$$\alpha_T = t/t' \quad (3-3)$$

ここで t は任意の温度 T [K] における時間, t' は基準温度 T_0 [K] における時間である. すなわち, 熱レオロジー的に単純な材料は全ての時間領域で同一の温度依存性を持ち, 温度が基準温度 T_0 から任意の温度 T に変わると, その緩和時間は一律に T_0 における緩和時間の α_T 倍になることを意味している. 代表的な時間-温度換算則として, 以下に示す WLF 式とアレニウス式の 2 つが知られている.

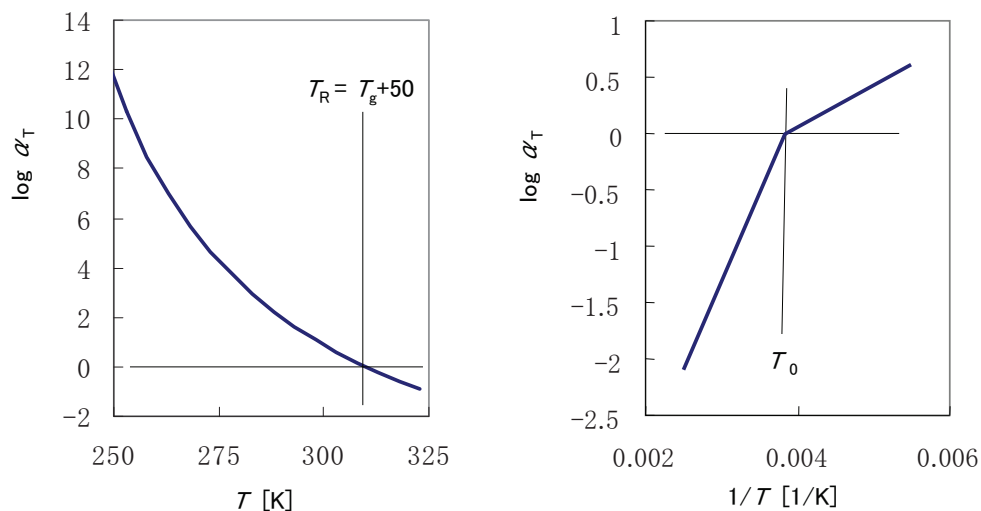
【WLF 式】

WLF 式は, 黎明期の研究者である Williams, Landel および Ferry によって提唱された式であり, 各々の頭文字をとった名称になっている. たとえばゴム材料などの軟質で変形能の大きな高分子材料に対して, 良い近似を示す.

$$\log \alpha_T = -\frac{C_1(T - T_R)}{C_2 + (T - T_R)} \quad (3-4)$$

$$T_R = T_g + 50, \quad C_1 = 8.86, \quad C_2 = 101.6$$

上記のようにガラス移転温度 T_g より 50K 高い温度を基準温度 T_R として採用すると, 非晶性の高分子材料に対して C_1 と C_2 はおよそ (3-4) 式に示すような値を有することが知られている. かつてはこれらの値が普遍的な定数とみなされた時期もあったが, 今日では値に修正を加えることによって, より精度の高い近似を試みるものが少なくない. Fig.3-4 (a) に (3-4) 式の T_g を 260[K] としたときの α_T と温度の関係を示す.



(a) WLF 式 ($T_g=260$ K) (b) アレニウス式 ($T_0=260$ K)

Fig.3-4 時間-温度換算性の例

【アレニウス式】

この換算則は、粘性的な流動過程に化学反応の速度過程の考え方を適用したものである。ここで、 ΔH_a は活性化エネルギー[J/(mol K)]、 T [K]は試験温度、 T_0 [K]は基準温度である。Fig.3-4に(3-5)式の T_0 を260[K]としたときのシフトファクター α_T と温度の関係を示す。式の形から明らかなように、横軸に温度の逆数をとれば(3-5)式は直線的な関係を示すが、 T_0 をはさんで異なる ΔH_a を適用し、Fig.3-4(b)に示すように2直線近似とするのが一般的である。アレニウス式は、比較的硬質、あるいは多少の結晶性のある材料に適合するとされている。

$$\log \alpha_T = \beta \frac{\Delta H_a}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \quad (3-5)$$

$$\beta = 1 / 2.303 = 0.434$$

$$\text{ガス定数 } R = 8.314 \text{ J/mol K} = 1.986 \times 10^{-3} \text{ kcal/mol K}$$

3.3.2 動的粘弾性試験の結果

時間-温度換算則を踏まえたマスターカーブの作成について、われわれが計測した軟質エポキシ樹脂の例を用いて説明する。この樹脂は熱硬化性を有し、また熱レオロジー的に単純な材料であることが知られている。

動的粘弾性試験装置 RSAIII (TA インストルメント社製⁽³⁻⁷⁾) を用いて、エポキシ樹脂の動的粘弾性を計測した。動的な入力を与えたときの粘弾性材料の応答については、次節で詳細を示す。30×5×1mm の薄板状の矩形試験片を使用し、引張りモードで計測を行った。計測温度は-40℃から60℃の範囲 ($T=233\sim 333\text{K}$) とし、連続的な昇温プロセスの中で、4種類の角周波数 $\omega=3.16, 10, 31.6, 100\text{rad/sec}$ (約0.5~16Hz) のひずみ入力に対する応答を計測した。このような入力方法以外に、温度を一定に保持して周波数を変化させるような方法を採用しても構わない。使用する計測器によって、様々な計測モードが用意されているので、適切な方法を採用して構わないが、振動を与える時間が長くなるような方法は、粘性発熱によって試験片自体の温度が変化してしまうため望ましくない。

雰囲気昇温速度は、JIS⁽³⁻⁸⁾にならって毎分1~2℃とした。RSAIIIは堅牢な恒温槽に大流量の窒素ガスを送り込む調温システムを有するため、単に計測温度の範囲が

広いだけでなく、温度制御の安定性に優れている。一般に粘弾性材料の温度依存性は極めて鋭敏である。そのため温度制御に難がある場合は、シフトファクターをいかに調整しても、マスターカーブをなかなか一本の曲線に乗せることができないので注意が必要である。今回の昇温条件の下では、安定な計測結果が得られることを確認している。

また縦軸の弾性率が対数表示されることから明らかなように、試験中に測定される荷重応答の値は大きく変動する。そのためロードセルの感度に応じて適切な大きさの荷重が発生するように、ひずみ入力の振幅を制御することが必要である。通常、動的粘弾性試験におけるひずみの振幅はおよそ 0.1~1%であり、微小ひずみの下での応答を計測することを前提としている。

横軸に温度をとり、貯蔵弾性率 (storage modulus) E' および損失弾性率 (loss modulus) E'' を計測した結果を Fig.3-5 に示す。図中、 $\omega = 3.16, 10, 31.6, 100$ rad/sec の周波数ごとに4つの曲線が得られている。次節に詳細を示すが、一般に E' は材料内に弾性的に貯蔵されるエネルギーの寄与を示すため、温度の上昇あるいは周波数の減少に対して単調に減少する。また E'' は粘性によって消散するエネルギーの寄与を示し、ガラス転移点付近で極大値を示す。今回の計測結果はその傾向に従っているのが分かる。

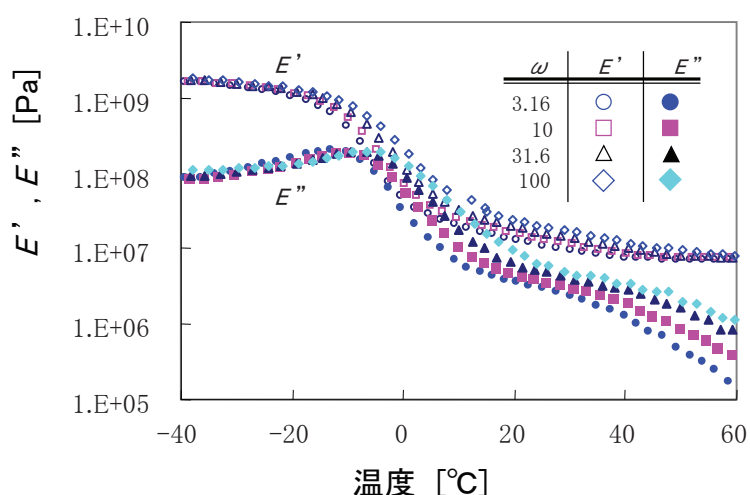


Fig.3-5 エポキシ樹脂の貯蔵弾性率 E' および損失弾性率 E''

3.3.3 マスターカーブの作成

Fig.3-5 のように温度に対して与えられた計測結果からマスターカーブを作成する。マスターカーブは基準温度の下での時間あるいは周波数に対する弾性率として描かれる。いま Fig.3-5 は温度と角周波数をパラメータとする計測から得られた結果であるので、ここではまず横軸の温度を角周波数に変換しマスターカーブを得ることを考える。まず前節において (3-3) 式のように時間に対する係数として定義した α_T を、周波数に対する係数として与えることから始める。一般に粘弾性論では角周波数を時間の逆数として近似できるので、(3-3) 式を改めると (3-6) 式となる。ここで ω は任意の温度 T [K]における角周波数 ω' は基準温度 T_0 [K]における角周波数である。

$$\alpha_T = \omega'/\omega \quad (3-6)$$

今回使用したエポキシ樹脂に対しては、既往の研究から時間-温度換算則として WLF 式が適用できることが知られている。そこで、Fig.3-5 のプロットに示される各計測データの温度の値に対して、それぞれの点における α_T を (3-4) 式により計算する。その点における入力角周波数 ω はわかっているので、基準温度に対する角周波数 ω' を (3-6) 式から知ることができる。得られた ω' と計測されている E' あるいは E'' の関係を描けば、Fig.3-5 の横軸を角周波数に改めたマスターカーブを得ることができる。

Fig.3-6 に上記の手順による作成例を示す。得られたマスターカーブは基準温度に対する結果であるので、もし (3-4) 式によるシフトファクターが適正であるならば、結果は一本の曲線に乗っていなければならないことに注意したい。ここでは (3-4) 式の T_g の値を変えた 2 つの結果を例示している。

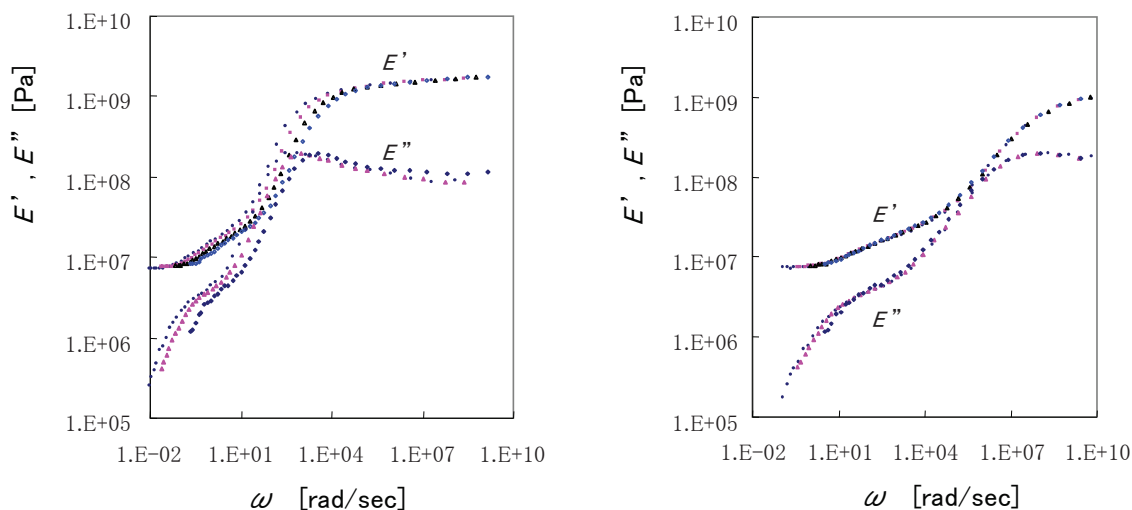
T_g を -40°C とした場合は、曲線群の重なりが得られていない。これに対して -14°C とした場合は、 E' 、 E'' 共に良い重なりを示し、滑らかな一本のマスターカーブを得ることができた。すなわちこれら一連の作業を通じて、今回の材料のマスターカーブが同定されたと同時に、その粘弾性特性は T_g を -14°C とする WLF 式によって時間と温度を換算できることが明らかになった。

既に述べたように、ばらつきのない一本の曲線に乗ったマスターカーブを得るため

には、まず計測の精度を向上させることが重要である。粘弾性特性は温度に対する依存性が非常に強いので、試験片の温度が一様で安定し、かつその温度が正確に計測されていることがポイントである。使用する試験装置について、初期の温度平衡に要する時間や適切な昇温速度を、事前に把握しておくことが必要だろう。

実験の精度が確保されていれば、次のポイントは適切な時間-温度換算則の設定である。WLF式を適用する場合、最も簡単には(3-4)式の C_1 と C_2 を固定し、ガラス転移温度 T_g を操作してシフトファクターを調整する。一般に、 T_g は貯蔵弾性率 E' と損失弾性率 E'' の比 $\tan\delta=E''/E'$ が極大値をとる温度に近いことが知られているので、例えばFig.3-5では、 T_g は $-10\sim-20^\circ\text{C}$ の程度であることがわかる。Excelを使用すれば、 T_g の値を微調整し、マスターカーブの仕上がりを容易に向上させることができるだろう。

Fig.3-6を見ると、 T_g の値の設定を変えることによって、単にマスターカーブの一致が得られるか否かだけでなく、得られた曲線が示す数値に大きな差があることがわかる。粘弾性特性が示す数値の領域は対数で表現され著しく広い範囲にわたるため、同定の良否によって解析における決定的な不具合をもたらすことがありがちである。われわれは最新の最適化手法を用いて、シフトファクターを自動決定するシステムを開発している(3-9)。



(a) T_g を -40°C とした場合(否)

(b) T_g を -14°C とした場合(良)

Fig.3-6 シフトファクターの設定と、マスターカーブの作成結果の良否

3.4 粘弾性材料の動的性質

前節までは、粘弾性材料の時間的な応答について主に説明した。しかし時間的な応答は特定の入力に対する一過性の応答にしかすぎないので、幅広い時間帯域に広がった一般的な入力に対する応答を推定するためには、時間の代わりに周波数に対する応答を知ることが有効な対策となる。既に示したように、応力緩和の現象は時間とともに減少する弾性率によって表現された。これに対して周期的に変動するひずみを与えると、応力の振幅は周波数によって異なる値を示す。すなわち粘弾性材料は、時間に対してだけではなく周波数に対しても異なる弾性率を示す。また入力と応答の間に位相差が現れる、すなわち減衰の効果が現れることも知られている。

1950年代、近代的な粘弾性材料の研究が始まった当時、(履歴積分 hereditary integral で記述される)時間的な挙動をラプラス変換やフーリエ変換を用いて周波数の問題に置き換えるという手法は、電気回路や振動の過渡応答の分野で既に知られている概念であった。この手法を踏襲することによって、初期の粘弾性学は急速な発展を見たと言われている。

今日では、周波数入力による動的試験は粘弾性材料の主要な計測方法として位置づけられている。動的性質によって粘弾性特性の全体像が与えられるという以外に、周波数による試験は計測時間が短いという利点がある理由の一つになっている。すなわち、応力緩和やクリープの試験が $1\sim 10^6\text{sec}$ 程度の長時間を必要とするのに対して、一般的な動的粘弾性試験装置は $10^{-6}\sim 1\text{sec}$ の計測時間を対象としている。このため、クリープ試験などに比べて動的試験の設備的な負担は大幅に小さくなる。また前節に示したように、粘弾性材料の温度依存性を利用すれば短時間側の計測結果から長時間側の挙動を推定することが可能であるので、動的試験によって広い時間領域の粘弾性モデルを特定することが可能である。

動的粘弾性試験装置では、ひずみを周波数入力することによって、貯蔵弾性率、損失弾性率、損失正接 (loss tangent) が計測される。このうち貯蔵弾性率は弾性的な性質を、損失弾性率や損失正接は粘性的なエネルギー損失を示す。これらの動的粘弾性に関する特性は入力ひずみの振幅と応力振幅の振幅、および入力と応答の位相差から次式のように算出される。Fig.3-7にこれらの入力と応答の関係を示す。

$$\begin{aligned}
 E'(\omega) &= \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cos \delta \\
 E''(\omega) &= \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \sin \delta
 \end{aligned}
 \tag{3-7}$$

動的粘弾性の特性は，入力された周波数に対する応答から算出されている．そのため，一般化 Maxwell モデルのような緩和形式のモデルに帰着させるためには，この周波数に対して得られた計測結果を時間の関数に変換する必要がある．動的な粘弾性特性 $E'(\omega)$ ， $E''(\omega)$ と緩和弾性率 $E(\tau)$ との関係は以下のように表される．

$$\begin{aligned}
 E'(\omega) &= \omega \int_0^{\infty} E(t) \sin \omega t dt \\
 E''(\omega) &= \omega \int_0^{\infty} E(t) \cos \omega t dt
 \end{aligned}
 \tag{3-8}$$

定常状態でのひずみの応答は，Fig.3-7 からも分かるように応力に対して遅れる挙動を示す．この遅れを δ とすれば，損失正接は次式のように表される．

$$\tan \delta = E''(\omega)/E'(\omega)
 \tag{3-9}$$

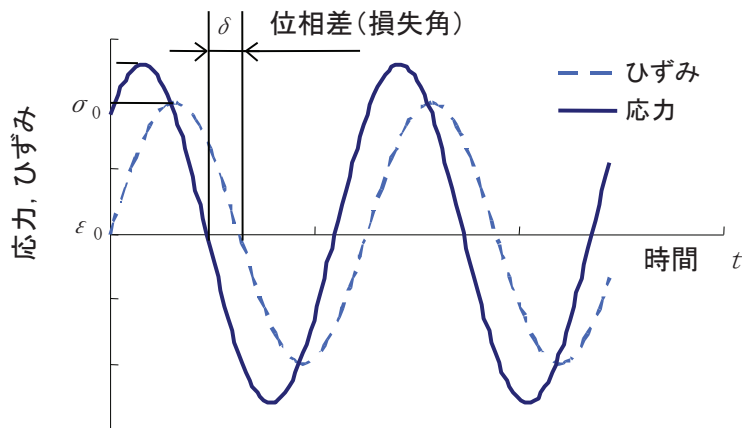


Fig.3-7 応力とひずみの時間波形

(3-2) 式を (3-8) 式に代入することによって、貯蔵および損失弾性率と一般化 Maxwell モデルの関係は、角周波数 ω の関数として次式で表すことができる。

$$E'(\omega) = E_e + \sum_{i=1}^N \frac{E_i \tau_i^2 \omega^2}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (3-10)$$

$$E''(\omega) = \sum_{i=1}^N \frac{E_i \tau_i \omega}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (3-11)$$

いま動的粘弾性の実験からは、Fig.3-6 (b) のような、 $E'(\omega)$ 、 $E''(\omega)$ に関するマスターカーブが得られている。(3-10) 式と (3-11) 式を適用して、このマスターカーブを再現できるような、 E_e 、 E_i 、 τ_i を推定することができれば、一般化 Maxwell モデルの係数を特定できたことになる。以下にその手順を解説する。

3.5 一般化 Maxwell モデルの同定とカーブフィットプログラムの開発 (3-10), (3-11), (3-20)

(3-10) 式と (3-11) 式を用いて周波数に対するマスターカーブから、時間に対する一般化 Maxwell モデルを同定するとき、注意すべきポイントは以下の 3 点である。

- (1) E_e 、 E_i 、 τ_i は、全て正值にする。
- (2) マスター曲線の横軸の桁数を上回る項数の一般化 Maxwell モデルを使用する。
- (3) 緩和スペクトルの平滑性を保つ。

(1) E_e 、 E_i 、 τ_i の正值化

一般化 Maxwell モデルは力学的なモデルであるので、これらの係数値は正であることが望ましいと考えられる。しかし汎用 FEM の種類によっては、これらの値に負値を許すもの、あるいは厳正に許容しないものなど様々な扱いがあり、統一的な扱いにはなっていない。経験的には、負値の項の影響によってマスターカーブが振動したりすることがあるので、(収束した近似結果が確実に得られるような手段を講じた上で) 正值となる制限を与えることが妥当である。

(2) 一般化 Maxwell モデルの項数

マスターカーブの横軸，すなわち周波数は対数で表示されており，10～20 桁程度の広がりを持つのが通常である．これを一般化 Maxwell モデルで滑らかに曲線近似するためには，その項数（2 要素 Maxwell モデルの個数）を，この周波数の桁数と同程度以上とすることが必要と言われている．これを確認するために，弾性モデル（バネ要素のみ）と 2 要素 Maxwell モデルを用いて，簡単な計算を行ってみた．計算条件は以下の通りである．

弾性モデル : $E = 100\text{Pa}$

粘弾性モデル : $E_1 = 100\text{Pa}$, $\tau_1 = 1\text{sec}$

このモデルを用いて，緩和弾性率を計算した結果を Fig.3-8 に示す．図中，実線で示される緩和弾性率の曲線は一桁程度の時間範囲で減衰する．すなわち一つの Maxwell モデルが緩和を表現できる時間領域は，ほぼ一桁程度であることが分かる．

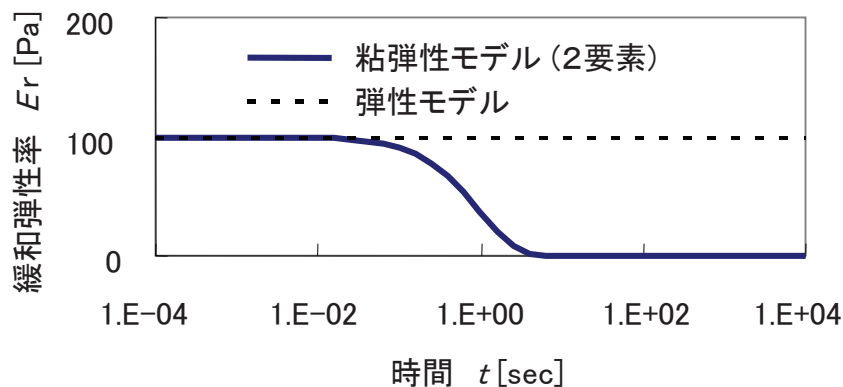


Fig.3-8 2 要素モデルの解析例

したがって一般化 Maxwell モデルにおいて，それぞれのダッシュポットにおよそ一桁ずつ異なる τ_i を与えればそれらは順次緩和し，全体の時間領域における緩和挙動を間断なく表現することができる．すなわち，マスターカーブの横軸が例えば 10 桁の時間で表現されているのであれば，一般化 Maxwell モデルの項数は 10，ないしそれ以上とすればよいことになる．

(3) 緩和スペクトルの平滑性

次の課題は、それぞれの項の寄与が、概ね平準化するような構成とすることである。Emri⁽³⁻¹²⁾らの知見によれば、以下のような離散化された緩和スペクトルの平滑性を保つことが、近似精度を確保する上で有効とされている。ここで δ はクロネッカの δ である。

$$H_i(\tau) = \sum_{i=1}^N E_i \tau_i \delta(\tau_i - \tau) \quad (3-12)$$

この緩和スペクトルの例を Fig.3-9 に示す。われわれは、この離散化されたスペクトルの包絡線を区分的な二次曲線で近似し、その曲率の変化が過大でないことをもって平滑性を維持するようにした。このような処理を施して近似計算を行わせると、Fig.3-10 (b) に示すようなデータに欠落のあるマスターカーブからもカーブフィットを行うことが可能となる。温度依存性が著しい粘弾性材料では、計測装置の温度制御が追いつかず、この種の不具合が発生しがちであるので、緩和スペクトルの平滑化の処理は非常に有効な対策である。

われわれが開発した粘弾性カーブフィットプログラムを用いて、Fig.3-6 (b) のマスターカーブから一般化 Maxwell モデルを同定する。本プログラムは、前述の制約条件を満たすように考慮されている。プログラムの出力例を Fig.3-11 に示す。ユーザは指定された入力領域において「入力実験データ」、「プルーニ級数の数」、「ポアソン比」を入力し「Optimization」のボタンを押すだけで、自動的に近似計算が実行される。最適化の演算には準ニュートン法を用いている。準ニュートン法では、初期条件を最適値の近くに設定する必要があるが、本プログラムでは、比較的収束しやすい初期条件を実験値から自動推定するようにしている。

いま、Fig. 3-6 (b) のエポキシ樹脂のマスターカーブは、角周波数で約 12 桁の範囲を有しているので、Maxwell モデルの項数を 12 と設定する。なお先に示したように、全ての E_e , E_i , τ_i の正値は保証されたまま計算される。同定された一般化 Maxwell モデルの係数は、自動的に Abaqus, MSC.Marc, LS-DYNA の入力ファイル形式によって出力される。

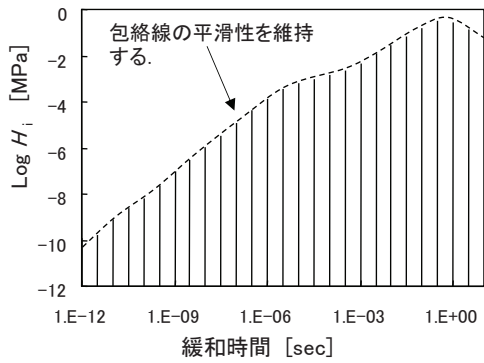


Fig.3-9 離散化された緩和スペクトルの例

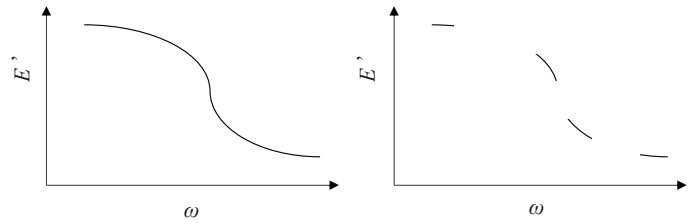


Fig.3-10 マスターカーブの良否

入力データ①:
動的試験結果を入力する。
角周波数が降順となるように入力する。

出力結果②:
最適化計算によって得られた
Prony級数の係数と緩和時間。

出力結果③:
得られた係数より算出した
緩和弾性率。

Prony級数の項数:
概ね桁数と同等の値を入力する。

周波数範囲:
項数が限定されている場合、
短時間側、長時間側の測定
精度が悪い場合など、着目
すべき周波数を限定する。

ポアソン比:
各ソルバーの入力形式に
変換する際に使用する。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
1	Optimization																			
2																				
3																				
4																				
5																				
6																				
7																				
8																				
9																				
10																				
11																				
12																				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18																				
19																				
20																				
21																				
22																				
23																				
24																				
25																				
26																				
27																				
28																				
29																				
30																				
31																				
32																				
33																				
34																				

グラフ:
入力データ①と出力結果②をグラフ化。
良好にフィットしているのが確認できる。

グラフ:
出力結果③のグラフ化。

Fig.3-11 粘弾性カーブフィットプログラムを用いた一般化 Maxwell モデルの近似結果

3.6 制振用薄板製品への応用⁽³⁻¹³⁾

応用例として、制振材料を接着剤で貼り付けた金属板の伝達関数を取りあげる。Fig.3-12 にハンマリングによる計測の例を示す。金属板は炭素鋼製で $200 \times 150 \times 5.3$ mm の寸法を有し、糸によって上部 2 箇所を吊り下げられている。マーキングされた複数の点をハンマで打撃し、標準的な計測方法に従って、伝達関数を測定した。金属板だけの状態で、その固有振動数は約 610Hz (1 次) と 720Hz (2 次) である。

制振材料は、自動車内の騒音低減などを目的として開発された樹脂材料であり、Fig.3-13 に示すように薄板状に加工された製品である^{(3-14), (3-16)}。この制振板は積層構造になっていて、外表面がアルミニウム ($t = 0.22\text{mm}$)、中央の層が制振樹脂 ($t = 1.44\text{mm}$) である。最下層は粘着性の接着層 ($t = 0.12\text{mm}$) で、自動車のドアパネルなどへユーザが取り付けられることを可能にしている。材料の組成は明らかにされていない。

Fig.3-14 に、制振樹脂と接着剤の粘弾性特性を実測した結果を示す。制振樹脂は、人間の可聴範囲である 20Hz から 20kHz の周波数領域で $\tan \delta$ が大きくなるように設計されていることがわかる。前節までに示した方法によって、これらの実測値を Abaqus 用の入力データに変換した。Abaqus では、一般化 Maxwell モデル (*VISCOELASTIC) によって定義された粘弾性材料のモデルを用いて、周波数応答解析を実行することが許されている。Fig.3-15 に周波数応答解析から得られた伝達関数の結果を、実験結果と比較して示す。制振材料によって、応答の低下が顕著であることがわかる。また解析結果は実験結果と良い一致を示す。

旧来の方法^{(3-17), (3-19)}では、制振材料の効果を減衰定数のかたちで表現することが多かったが、粘弾性モデルを直接に解析に組み込むことによって、周波数特性を厳密にシミュレーションすることが可能になった。今後、われわれは、より高度な粘弾性のモデリングに取り組む計画である。

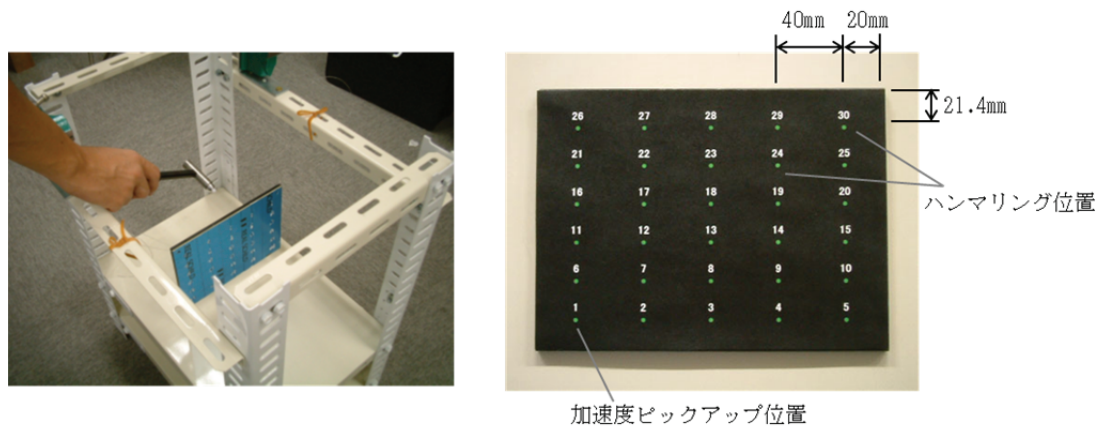


Fig.3-12 制振材料を貼り付けた金属板のハンマリング試験

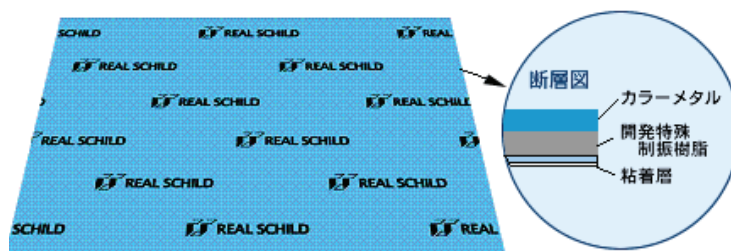
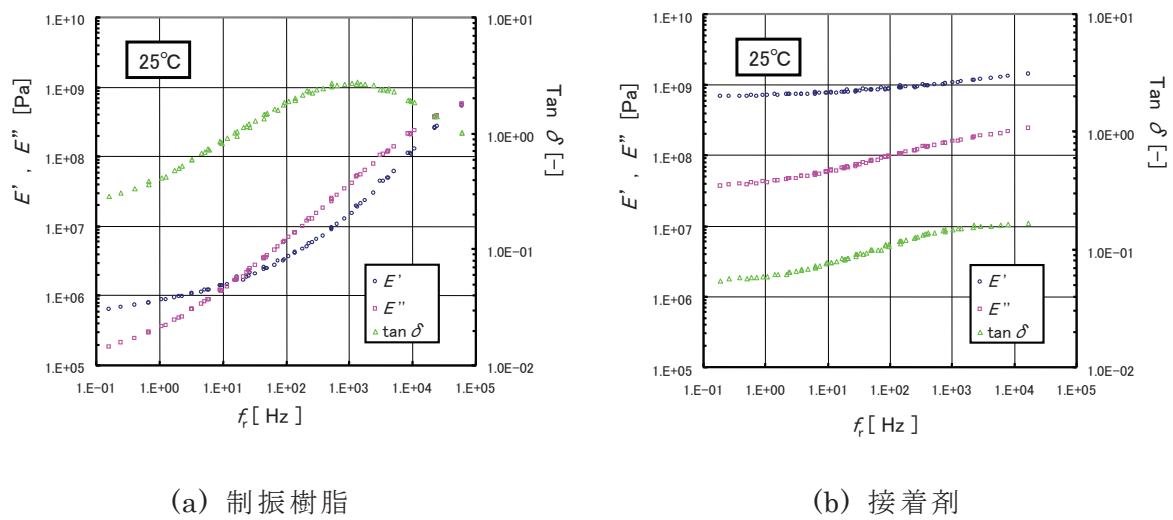


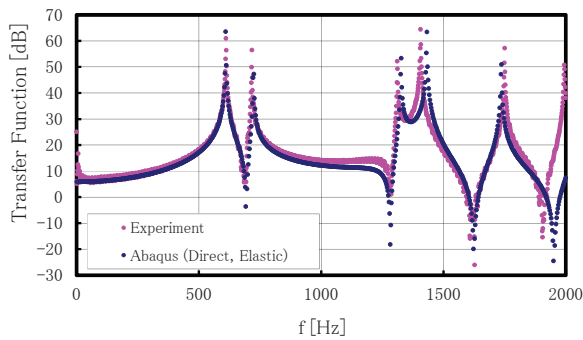
Fig.3-13 制振用薄板製品(3-14)



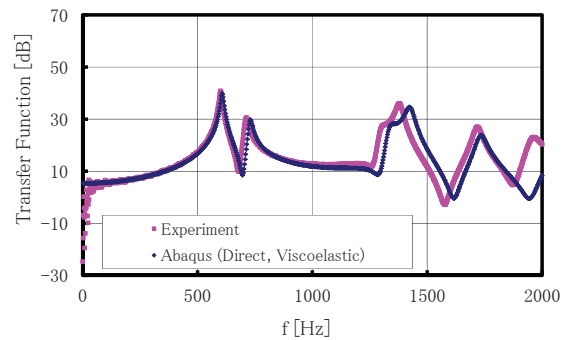
(a) 制振樹脂

(b) 接着剤

Fig.3-14 制振材料の粘弾性特性 (実測値)



(a) 制振材料なし



(b) 制振材料あり

Fig.3-15 伝達関数の実測と FEM の比較

3.7 結論

樹脂の粘弾性に注目し、一般化 Maxwell モデルの利用技術を、計測と解析の両面から検討した。粘弾性モデルは広くはレオロジーと呼ばれる学問分野に含まれる。この分野は 1920 年代に成立したと言われているが、高分子化学と機械工学の境界領域に位置するため、研究の方向性は錯綜し全体像を捉えることが難しい(3-1), (3-5)。しかし実用面では 1950 年代から 60 年代の冷戦時代に、固体推進燃料の燃焼時の力学的挙動の評価を目的として線形粘弾性理論が米国において確立され、近代的な粘弾性理論の端緒となった(3-21)。今日でも、粘弾性を始めとする樹脂関連の計測機器の開発は熱分析と総称され、米国の優位が著しい。汎用 FEM への実装も 1980 年代には完了していた。しかしゴムの超弾性と同様、実際に FEM を運用しようとする、解析上の困難（大変形や接触）など周辺技術の遅れに妨げられ、現実の問題に適用することは著しく困難であった。樹脂材料が多種多様である特長が進歩を難しくした面も見逃せない。しかし近年では、半導体など高付加価値の製品に樹脂が多用され、粘弾性を含む高度な評価技術の確立が強く望まれるようになってきた。本研究では、一般化 Maxwell モデルに対する時間-温度換算則の適用と、動的粘弾性試験から成る実験方法の手順を確立し、Excel を用いたカーブフィットプログラムによる同定手法として実用化した。このカーブフィットプログラムの流通件数（株式会社メカニカルデザインによる）は国内で約 110 本であり、粘弾性を対象とする解析分野での需要を満たしている。

4 幾何学的非線形問題・薄肉構造の不安定性

4.1 はじめに

軽量化を目的とした薄肉構造の設計では，構成部材の座屈強度を確保することが重要な課題である．この種の問題に対しては座屈発生の臨界荷重を知ることがもさることながら，後座屈と呼ばれる領域，すなわち座屈を生じた後における挙動の掌握が求められる．構造が崩壊するまでにどのような変形を生じ，どの程度の耐力が残存するかを知ることは，災害や事故対策など，極限状態に対する評価において重要だからである．

後座屈領域における構造の挙動を見ようとするとき，力学上のポイントは二つある．一つは（実用上避けることができない）初期不整によって臨界荷重が減殺される効果を正しく評価すること，今一つは後座屈領域での荷重-変位関係を（不安定現象の難しさに阻害されずに）正しく把握することである．本研究で取り上げる円筒シェルは圧力容器などに用いられる基本的な軽量構造の一種であるが，特に軸方向に圧縮を受ける場合，この座屈評価に関わる二つの要請に対して最も困難を与える問題として知られてきた．臨界を超えた後に円筒の耐力が急速に失われ，かつその変形モードが千差万別に観察されるからである．この結果，この問題は初期不整に著しく敏感な課題として認識され，これまで多数のアプローチが重ねられてきた．

座屈に代表される構造の不安定問題を解析する手法のうち，弧長法による座屈経路の追跡は最も一般的な方法である．この手法は，分岐のない滑らかな荷重 - 変位関係を持つ問題に対して，経路を自動的に追跡する機能を持つ．経路に分岐がある場合は，分岐経路を直接探索することは容易ではないため，適当な初期不整を与えることによって分岐点を極限点に置き換え，近似的に飛び移り問題として弧長法を適用することも可能である．弧長法は構造全体の挙動を代表する単一のパラメータを荷重増分の制御対象とし，負の荷重 - 変位勾配を克服することを特長としている．したがってアーチの飛び移り座屈のような問題に対しては，優れた経路追跡能力を示す．

しかし局所的な構造不安定の問題，たとえば薄肉構造の局所座屈に代表されるような問題では，部分的な変形が隣接する部分の変形を促し，それらの間でひずみエネルギー

ぎの授受を伴いながら構造全体の不安定性が増大したり、あるいは解消する挙動が現れる。例えば軸方向に圧縮を受ける円筒シェルや座屈、あるいは外圧を受ける球形シェルの座屈は、初期不整に対して著しく鋭敏な問題として知られているが、この種の問題ではわずかな不整を引き金として局所的な変形が発達し、構造全体の安定性の喪失がもたらされる。弧長法は構造全体の応答に注目した手法であるので、強い初期不整を与えて特定の変形を誘引するような操作を加えない限り、このような局所化した不安定性の問題を扱うことは難しい。

実際の構造では、局所的に生じた不安定はその領域の速度を増大させ、系の内部に本来貯えられるべきひずみエネルギーを解放する。したがってこの種の問題を安定に解析するには、慣性力あるいは粘性力の効果を導入するなど、ひずみエネルギーの消散を適正に表現する必要がある。これまで適用例が多い動的陽解法は、その挙動をダイレクトに扱う試みの一つである。これまで筆者らは、最近の汎用 FEM に搭載されている人工的な粘性を付加する手法（以下、人工粘性法）を適用し、軸圧縮を受ける完全円筒に近い弾性円筒シェルの後座屈の経路を解析した結果を報告してきた(4-1), (4-2)。

この問題の臨界座屈荷重は初期不整に対して著しく鋭敏なだけでなく、長柱や平板の圧縮座屈と異なり、臨界値を越えた後に荷重が一気に低下して耐荷性能を失うことが特徴である。そのため座屈問題における主要な課題として多数の研究がこれまで行われてきた(4-3)。Yamaki らの系統的な研究(4-4)によれば、円筒シェルは 1 次座屈を越えた後、非軸対称の 2 次座屈を生じ、この 2 次座屈では周方向の波数を 1 つずつ減じながら変形モードの連続的な飛び移りを生じることが示されている。また Esslinger による高速度カメラを用いた実験(4-5), (4-6)では、初期に発生した局所的な壁面の凹みを起点として同種の凹みが連続的に発生し、荷重の低下をもたらすことが可視化された。この種の挙動はこれまで完全に追跡することが困難であったが、人工粘性法を用いて深い後座屈の領域までを、全自動かつシームレスに解析できることを示した。

本報では、筆者らの手法が欧州における圧力容器の実用的な設計に適用されるようになってきた動向(4-7)を踏まえ、まず簡単なトラスの飛び移り問題を用いて人工粘性法の特長と機能性を検証するとともに、他の手法との比較、また材料に起因する局所的な不安定現象に対する応用的な検討の結果を報告する。

4.2 人工粘性法

人工粘性法は、局所的な構造不安定（局所座屈，表面のしわ，塑性不安定など）の問題を，準静的に解析するための手法である．人工的な粘性の付与は，本研究で適用した Abaqus⁽⁴⁻⁸⁾ 以外に，ADINA， ANSYS， Marc などの汎用 FEM において複数の例があるが，汎用 FEM が持つ高度な非線形解析の機能と組み合わせて実用的な問題が扱えるのが特長である．たとえば Abaqus を例にしたとき，(4-1) 式の粘性的な体積力 \mathbf{F}_v を (4-2) 式に示す全体平衡方程式の中に組み込む手法が用意されている．

$$\mathbf{F}_v = c\mathbf{M}^*\mathbf{v} \quad (4-1)$$

$$\mathbf{P} - \mathbf{Q} - \mathbf{F}_v = \mathbf{0} \quad (4-2)$$

ここで \mathbf{M}^* は質量マトリックス， c は減衰係数， $\mathbf{v} = \Delta\mathbf{u}/\Delta t$ は節点速度ベクトル， $\Delta\mathbf{u}$ は変位増分ベクトル， Δt は時間増分， \mathbf{P} は外力， \mathbf{Q} は内力である．構造に局所的な不安定が発生すると，その領域の速度の増大と共に慣性力によってひずみエネルギーが解放される．動的な解析ではその過程が直接に表現されるが，人工粘性法ではそれを擬似的な粘性によって散逸させることによって安定化を達成する．この結果，準静的な解析のなかで局所的な不安定を含む問題を扱うことが可能になる．

経験的には，人工粘性による全散逸エネルギーが，全ひずみエネルギーの 1～10% を超えない程度となるように (4-1) 式の減衰係数 c を与えることができれば，適正な（発散せずかつ現象を損なわない）安定化が得られる．Abaqus の使用法の面からは， c は直接与えるのではなく“dissipated energy fraction” と呼ばれる間接的なパラメータをユーザが設定する．このパラメータは，全ひずみエネルギーに対する増分散逸エネルギーの上限値であり，デフォルトは $2.E-4$ である．この制限が，モデル全体に対してだけでなく要素レベルでも達成されるように，減衰係数 c は個々の要素に対して内部調節される．なお，散逸エネルギーは非保存であるため累積値として計量されるのに対して，ひずみエネルギーは増減がありえる．したがって上記の制限はあくまで目標である．例えば現象の中で剛体運動が卓越するような場合は，この制限に代えて，要素減衰マトリックスの成分の平均値を時間ステップで除した値が，要素剛性マトリックスの成分の平均値に dissipated energy fraction を乗じた値と等しくなるように，減衰係数 c が設定される．

著者らの実績からは，dissipated energy fraction に対してデフォルト値 2.E-4 の 1/100 ~ 1/1,000 を与えると，後述に示す弾性円筒シェルのような経路間を大きく飛び移る問題に対しても，現象（特定の座屈波数の出現や，飛び移りの鋭敏さなどの挙動）を損なわず，かつ安定な計算が可能であった．他の問題についても，多少の試行錯誤は必要ではあるものの，デフォルト値を小さめの値で見直すことで実用的な解析が可能である．

4.3 2 本トラスの飛び移り座屈

人工粘性法の機能を確認するために，2 本トラスの座屈問題⁽⁴⁻⁹⁾を解析した．Fig.4-1 に解析モデルを示す．浅い傾斜をもって配置された 2 本のトラスからなる形状に，上方から集中荷重 Λp (Λ は荷重係数) を与え，飛び移り座屈を発生させる．全ポテンシャルエネルギー Π は (4-3) 式のように書ける．ここで右辺の第 1 項はひずみエネルギー，第 2 項は外力ポテンシャルに相当する．Fig.4-1 に示すように荷重は鉛直方向のみを考える．対称性より $U_1 = 0$ である． Π を変位 U_2 で微分した結果を，(4-4) 式のようにゼロと置くと，全ポテンシャルエネルギー停留の原理から，平衡な荷重 - 変位の経路を求めることができる．

$$\Pi(U_1, U_2, \Lambda) = \frac{1}{2} L_0 EA \{(\varepsilon_1)^2 + (\varepsilon_2)^2\} - \Lambda p U_2 \quad (4-3)$$

$$\left. \frac{\partial \Pi}{\partial U_2} \right|_{U_1=0} \equiv L_0 EA \left(\varepsilon_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial U_2} + \varepsilon_2 \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial U_2} \right) - \Lambda p = 0 \quad (4-4)$$

ここで，

L_0 : 各トラスの初期長さ ($W = 1000 \text{ mm}$, $H = 100 \text{ mm}$ に相当)，

A : トラスの断面積 (100 mm^2)，

E : ヤング率 ($2.E5 \text{ MPa}$)，

p : 単位荷重 (1 N)，

他の記号は，Fig.4-1 による．

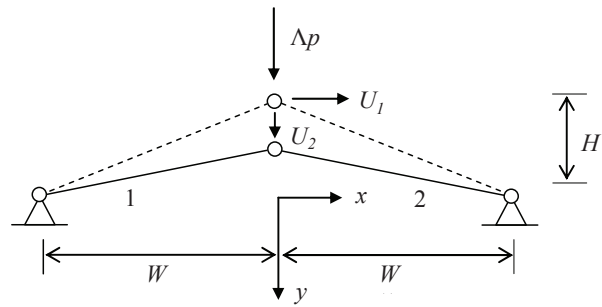


Fig.4-1 2本トラスの飛び移り座屈問題

荷重 - 変位の経路とひずみエネルギーの変化は Fig.4-2 のようになる。荷重 - 変位曲線に負の剛性が表れ，代表的な飛び移り座屈の問題となる。弧長法を適用すれば Fig.4-2 の経路を直接求めることができるが，この問題を人工粘性法によって解析した。Fig.4-3 (a) に示すとおり，トラスは極大値と同じ荷重を維持したまま安定経路上の点に飛び移る。実際の現象でも同様の飛び移りが観察されるはずである。エネルギーの変化を Fig.4-3 (b) に示す。飛び移りの有無にかかわらず，トラスの変形は同じに進行するので，ひずみエネルギーの変化は Fig.4-2 (b) と同一である。しかし荷重は減少しないため，外力仕事は単調に増加する。この外力仕事とひずみエネルギーの差が，人工粘性によってもたらされたエネルギーである。実際の現象では，この人工粘性によるエネルギーは慣性力として解放されるエネルギーに相当する。すなわち運動エネルギーを粘性エネルギーによって代替することによって，不安定現象を安定に解析することが人工粘性法の趣旨である。飛び移りが生じた後は，トラスの挙動は安定に推移するので，新たな人工粘性エネルギーの発生はない。ただし人工粘性エネルギーは回復しないエネルギーであるので，Fig.4-3 (b) のなかでは累積値として表示され，変位約 200mm 以降では一定のまま推移する。

同じ問題を動的に解析した結果を Fig.4-4 に示す。解析の手法は Abaqus/Standard の陰的な動的解法である HHT 法 (Newmark- β 法と類似) である。Fig.4-4 (a) に示すように，人工粘性法の場合と同じくトラスは飛び移りを生じる。しかし人工粘性法の場合と異なり，慣性の効果によって飛び移った後の変位は大きくオーバーシュートし，約 100 ~ 300 mm の領域にわたってトラスは振動する。減衰を設定しなければ，この振動が減衰することはない。ただし今回の解析では荷重を単調に増加させる設定にしており，かつ幾何学的非線形性を考慮しているため，時間の経過とともにトラス

の剛性は次第に高まる．その結果トラスの変位の振幅は，図中右側にシフトしながら徐々に小さくなる．なお Abaqus/Standard の HHT 法では，解析の安定化のためデフォルトの設定ではわずかの数値減衰が含まれている．今回の解析のなかではその効果は排除していない．

Fig.4-4 (b) に，このときのエネルギーの変化を示す．ひずみエネルギーは形状によって定まるので，振動を生じていても 1 本の曲線上からずれることはない．運動エネルギーはトラスが上下に振動するため，極大値をはさんで 0 と 0 の間を往復するが，Fig.4-4 (a) に示した振幅のシフトに従って極大値の位置もずれる．視覚的な理解を助けるために，筆者らのウェブサイト(4-10)にこのエネルギーの変化のアニメーションを用意したので参照されたい．Fig.4-3 (b) と Fig.4-4 (b) の比較から，座屈点以降の飛び移りを生じている区間において，人工粘性エネルギーは運動エネルギーと等価になっていることがわかる．すなわち人工粘性法を使った解析では，運動エネルギーを粘性エネルギーによって代替することによって，不安定現象を安定に解析し，静的解析のなかで平衡解を求めることができる．人工粘性による減衰の効果は，(4-1) 式と (4-2) 式を通して局所的に発生した不安定に対応しているので，弧長法では扱うことが困難であった問題に適用が可能である．かつ慣性力によってもたらされるオーバーシュートの問題を排除できるので，座屈現象を静的な観点から見通し良く評価できる利点がある．

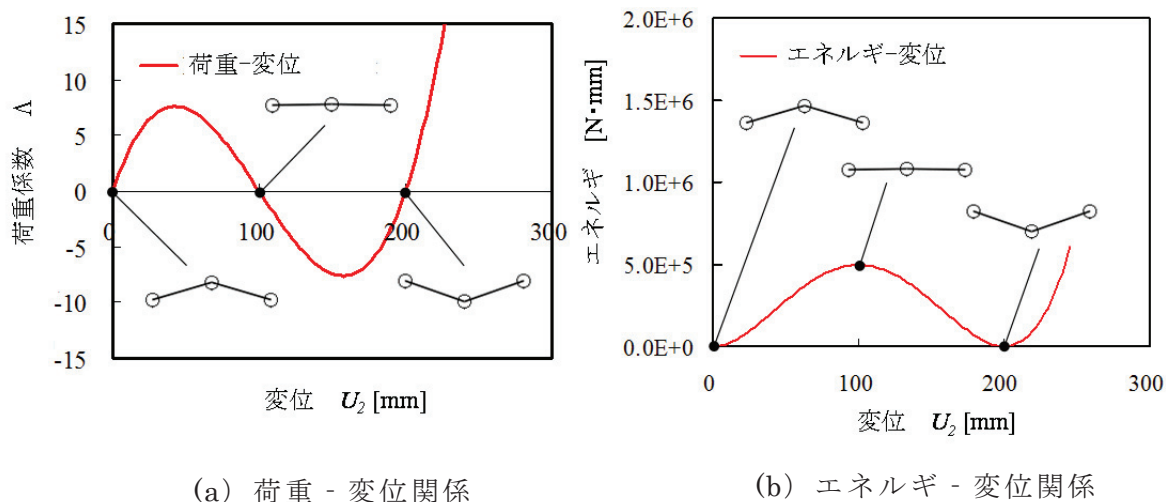
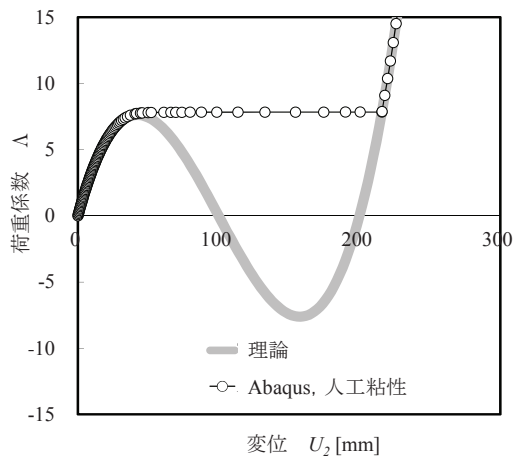
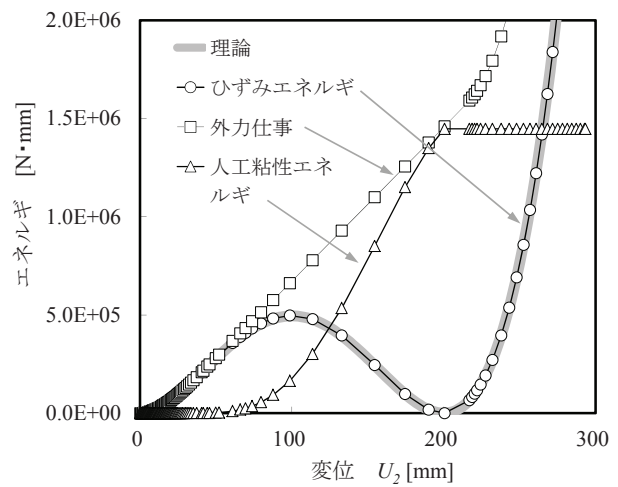


Fig.4-2 2本トラスの飛び移り座屈問題
(平衡経路の理論解，あるいは弧長法)

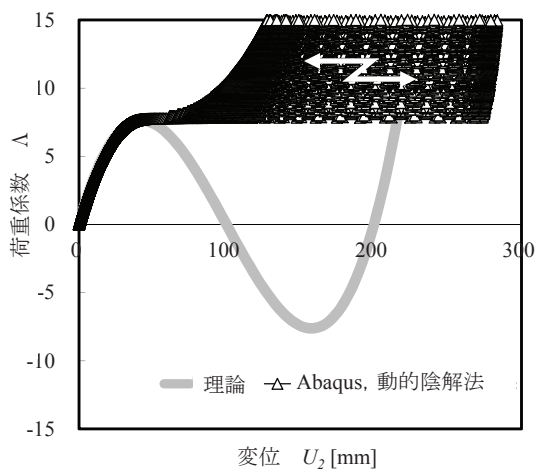


(a) 荷重 - 変位関係

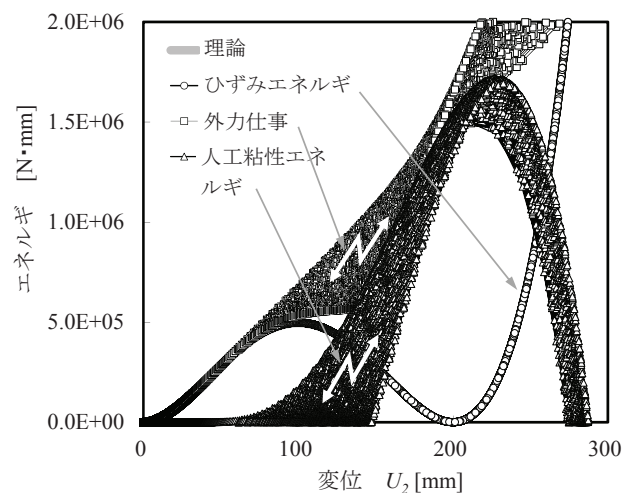


(b) エネルギー - 変位関係

Fig.4-3 二本トラスの飛び移り座屈問題 (人工粘性法)



(a) 荷重 - 変位関係



(b) エネルギー - 変位関係

Fig.4-4 二本トラスの飛び移り座屈問題 (動的陰解法)

4.4 軸圧縮を受ける弾性円筒シェルの座屈(従来の研究)

軸方向に圧縮を受ける円筒シェルに座屈が発生すると、その挙動は形状や材質に応じて様々な様態を示すことが知られている。例えば低圧の容器のごく薄肉の円筒シェルの場合は、圧縮による座屈の臨界応力が低いため、材料が降伏する以前、すなわち弾性状態で座屈が発生する。弾性座屈として代表的な長柱や平板の圧縮の場合

には、座屈発生後も荷重は一定を保つかあるいは漸増し、急速な崩壊にいたることはない。しかし円筒シェルの場合は、座屈発生と同時に構造としての耐荷能力が失われ、急激な荷重の低下をともなう崩壊にいたることが特徴である。軸方向に圧縮を受けて座屈する円筒シェルについては、軸対称の座屈モードを想定した解が古典論にある。その臨界応力（軸方向応力）は以下の簡単な表記によって与えられる。

$$\sigma_{cl} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{t}{r} \quad (4-5)$$

(4-5) 式の信頼性を確認するために、近代の初頭から多数の実験がおこなわれてきた。しかし多くの場合、臨界応力の実測値は (4-5) 式の値を大きく下回り、かつ大きなばらつきを持って観測された。ばらつきの範囲は (4-5) 式の 10~60% 程度といわれ(4-12)、検証の手がかりとしてそのまま受け入れられる大きさではない。試験体の形状が完全円筒からごくわずかに外れることによって、すなわち何らかの初期不整の影響によって、座屈の臨界応力が大きく損なわれる可能性を、これらの実験結果は示唆している。第 2 次世界大戦前後の先駆的な研究では、(4-5) 式が軸対称の座屈モードに対応するだけでなく、軸方向と円周方向に周期的な波をもつ非軸対称の座屈モードの臨界荷重をも表すこと(4-14)、また異なる円周方向の波数をもった複数の荷重 - 変位関係が存在し(4-15)それらが分岐経路となりえることが指摘された。一方、その後の Yamaki らによる系統的な実験(4-4)によれば、円筒シェルは (4-5) 式で示される 1 次座屈を超えた後、荷重の急激な低下とともに非軸対称の形状をもった安定な分岐経路に飛び移ること、さらに圧縮変形の進行とともに周方向の波数を 1 つずつ減じながら飛び移り座屈（2 次座屈）を連続的に繰返すことが示された。

これら安定な分岐経路上で、円筒シェルが負担する応力の水準は (4-5) 式を下回る。そのため円筒に初期不整がある場合は、圧縮载荷の早い時期から、多数ある分岐経路のいずれかに変形が導かれ、応力が (4-5) 式の水準に到達することなく円筒は崩壊の様相を示すことになる。この結果、実験によって得られる臨界応力は初期不整に対する強い鋭敏性を示し、完全円筒に対する予測値すなわち (4-5) 式よりも低い側にばらついて観測される。過去の多くの実験結果は、以上の経緯をものがたっている。Yamaki らの実験は、この初期不整の効果をできるだけ排除し、完全円筒に近い円筒シェルがもつ本来の座屈挙動を把握しようとするものであった。

従来の弧長法に代表されるような手法では、彼らの実験結果を完全に追跡することが困難であったが、人工粘性法を適用し、全自動かつシームレスの解析によって深い後座屈領域までほぼ完全にトレースすることが可能になったので報告する。

以下 5.4～5.6 節においては以下の記号を用いる。

E	:	ヤング率 [MPa]
L	:	円筒シェルの長さ [mm]
m	:	軸方向の半波数
n	:	円周方向の全波数
r	:	円筒シェルの平均半径 [mm]
t	:	円筒シェルの肉厚 [mm]
Z	:	Batdorf parameter
δ	:	軸方向圧縮量 [mm]
ν	:	ポアソン比
P	:	軸方向荷重 ($P=2\pi r t \sigma$) [N]
P_{cl}	:	古典的弾性臨界荷重 [N]
P_{cr}	:	臨界荷重 [N]
σ	:	軸方向応力 [MPa]
σ_{cl}	:	古典的弾性臨界応力 [MPa]
σ_{cr}	:	臨界応力 [MPa]

Fig.4-5 は、Karman と Tsien が導いた円筒の圧縮変位 δ と軸方向応力 σ の関係である(4-12), (4-15)。図中の曲線群は、それぞれ異なる周方向波数 n をもった変形モードに対応して、その周方向応力の平均値がゼロになるような（円周全体で不伸張のモードが実現されるような）経路を示している。曲線は下に凸であり、それぞれの曲線の n は図中右側のものほど少ないのが特徴である。この例では $n=26$ の曲線が最も左側にあり、その縦軸の切片は(4-5)式の古典的臨界応力に一致する。円筒が圧縮を受け、この臨界応力において座屈（1次座屈）が発生したとき、その変形が軸方向にのみ波をもった軸対称のモードであったとしても、初期形状に代表されるわずかの不整を引き金にして、円周方向にも波をもった非軸対称モードに移行する。

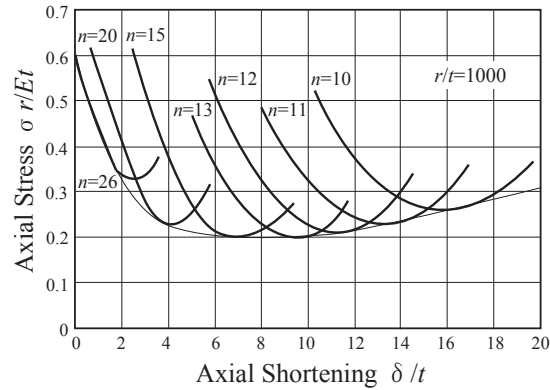


Fig. 4-5 Karman と Tsien^{(4-12),(4-15)}による円筒の圧縮変位 δ と軸方向応力 σ の関係

この非軸対称の変形では円周長の伸びをとまなわない不伸長モードを実現できるため、負担する荷重は小さい。この結果、1次座屈発生後の荷重は低下し、図中の曲線群の底部をなぞるように変形は進行すると推測される。このとき、 n の値は図中右側の曲線ほど少ないので、後座屈変形が進行すると1つずつ波数を減らすような座屈モードの飛び移り（2次座屈）が発生することが示唆される。前述のように薄肉の弾性円筒シェルの座屈に関しては、Yamakiらに系統的な研究がある⁽⁴⁻⁴⁾。試験体の材料としてはMylar樹脂（DuPont社製PET樹脂）が用いられた。Mylar樹脂は高い弾性限界をもつため、弾性範囲内で同一の試験を繰り返し実施できる利点がある。形状の初期不整をできるだけ排除し、完全形状に近い円筒シェルを実現する努力が払われたとされている。試験体の弾性定数は、ヤング率 $E=5560$ MPa、ポアソン比 $\nu=0.3$ と報告されている。試験体の断面寸法は同一であり、長さの異なる複数の円筒シェルが準備された。それらの形状の違いは以下のBatdorf parameter Z によって整理されている。

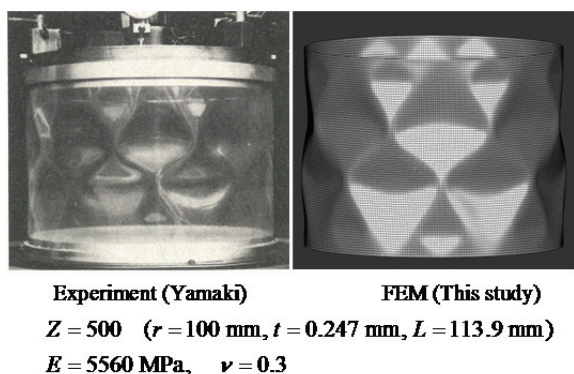
$$Z = \sqrt{1 - \nu^2} \frac{L^2}{rt} \quad (4-6)$$

Fig.4-6 (a) に $Z=500$ （半径 $r=100$ mm、肉厚 $t=0.247$ mm、長さ $L=113.9$ mm）の試験体の変形形状を示す。円筒の両端を完全に固定し、軸圧縮量 $\delta=0.606$ mm まで変形させたときの形状である。図中右側には、本研究のFEM解析で得られた形状も対比して示す。図からDiamond buckling patternと通称される非軸対称の変形形状を見ることができる。この形状は軸方向の半波数 m と周方向の全波数 n の正弦波の組み合わせによって表現される。円筒のどの横断面においても、その円周長は初期の円周長とほぼ等しい、すなわち不伸張に近い座屈モードが達成されることが特徴である。

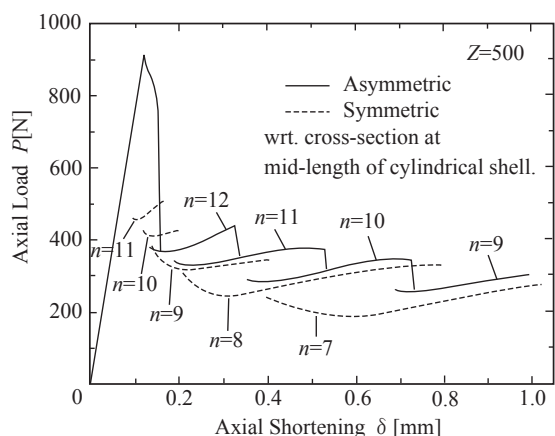
Fig.4-6 (a) からは、軸方向には $m=2$ 、また円周方向には $n=10$ の波形を読み取ることができる。軸方向に $m=2$ の変形は特に **Two-tier diamond pattern** と呼ばれるものである。この試験体は比較的短いために軸方向の全体にわたって変形を生じているように見えるが、より長い試験体の場合には軸方向の特定の部位（例えば円筒の中央）に $m=2$ の波形が現れ、軸方向の変形はそこに集中するという指摘がある⁽⁴⁻⁶⁾。この **Two-tier diamond pattern** は、円筒の軸方向には非対称な形状となっている。

Fig.4-6 (b) に荷重 - 変位曲線の実測値を示す。図中、実線は円筒の軸方向に非対称な変形モードが現れる座屈経路を示す。Fig.4-6 (a) に示した変形はこの経路上で観察されたものである。この経路よりも低い荷重の側に、軸方向に対称な $m=1$ の **One-tier mode** に相当する経路もあり、それは図中の破線で示されている。ただし Yamaki らは何らかの動的な外乱（例えば指先で軽く押すような操作）を与えない限り、通常はこの経路は現れないと指摘している。

Fig.4-6 (b) の実線の経路に注目すると、この荷重 - 変位曲線は、連続的な座屈の発生を示している。図中、最初に現れるピークは 1 次座屈に相当し、その荷重は約 900N を示している。(4-5) 式から計算される古典的な弾性臨界荷重 P_{cl} はこの試験体に対して 1290N であるので、実測値は計算値を約 30% 下回る。従来の研究⁽⁴⁻³⁾ から推測すると、Yamaki らの試験体の真円度に肉厚 (0.247mm) の 10% 程度に相当する不整があったとすると、臨界荷重はこの程度の低減を受ける可能性がある。



(a) ダイヤモンド座屈



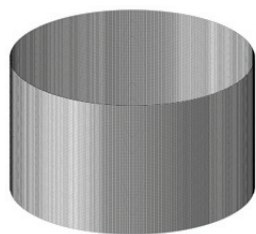
(b) 荷重 - 変位関係

Fig. 4-6 Yamaki ら⁽⁴⁻⁴⁾による軸圧縮を受ける弾性円筒シェルの座屈の実験

1次座屈の発生の後、荷重は大きく低下し非軸対称の変形モードに移行する。すなわち、本図の場合 $n=12$ のモードを有する経路に到達することによって荷重の低下は止まり、その後わずかに荷重が増加しつつ、変形は安定に進行する。しかしさらに圧縮量を増やすと円筒は再び安定を失い、 $n=11$ の経路に向かって飛び移り座屈（2次座屈）を生ずる。この2次座屈は変形の進行にともなって次々に発生し、そのたびに周方向の波数を1つずつ減ずることが特徴である。図中では $n=9$ の形状まで変形が進むことが示されている。本研究の目的は、このモードジャンプを含む後座屈の挙動をシミュレーションすることにある。

4.5 軸圧縮を受ける弾性円筒シェルの座屈解析(Yamaki 実験のトレース)

本研究では、最近の汎用 FEM (Abaqus 6.8) を用いて Yamaki らの実験をトレースする解析を試みた。Fig.4-7 に解析モデルを示す。Abaqus のなかでは最も汎用性が高い S4R シェル要素を適用した。この要素は低減積分の定式化をもち、厚肉・薄肉のいずれにも対応する。円筒のメッシュは軸方向 80 分割、円周方向 400 分割からなる。円筒の上下端は完全固定とし、軸方向に圧縮を加えた。後述のように、非軸対称モードは局所的に発生した単一の凹みを起点として成長する。メッシュ分割が不十分である場合、境界条件では拘束できない円周方向に変形モードを保ったまま回転する、出現する波数が欠落するなどの不具合を生ずる。



$$Z = 500 \quad (r = 100 \text{ mm}, t = 0.247 \text{ mm}, L = 113.9 \text{ mm})$$

$$E = 5560 \text{ MPa}, \quad \nu = 0.3$$

$$\sigma_d = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{t}{r} = 8.31 \text{ MPa}$$

$$P_d = 2\pi r t \cdot \sigma_d = 1290 \text{ N}$$

Fig. 4-7 Yamaki 実験に対する解析モデル

Fig.4-8 に固有値解析の結果を示す。(4-5) 式の古典臨界値の近傍には無数の非軸対称のモードが存在し、今回の例では古典臨界値に対して 1.01~1.04 の範囲で 100 以上の固有モードが検出された。FEM の結果がやや高めであるのは、有限の長さの円筒に両端完全固定の条件を与えているためである。Koiter Circle の概念(4-14), (4-16)を利用して Hunt ら(4-17)は軸方向の半波数 m と周方向の全波数 n の関係式を(4-7) 式のように与え、その結果は Yamaki ら(4-4)および Esslinger ら(4-18)の実験結果と合致すると指摘している。なお同一の式は Timoshenko の著作(4-12)の中にも円筒シェルの一般式から

導かれている。

$$n^2 = m\pi^4 \sqrt{12(1-\nu^2)} \frac{r}{L} \sqrt{\frac{\bar{r}}{t}} - m^2 \pi^2 \left(\frac{r}{L}\right)^2 \quad (4-7)$$

Fig.4-9 に FEM から得られた固有モードの波数と、この式の結果を比較して示す。図中に示すように、この式から計算された m と n の関係は上に凸な曲線となり、今回の条件に対しては $n=18$ が円周方向の波数の最大値である。図中のプロットは FEM から得られた固有モードの波数を示し、これらは (4-7) 式の計算結果とおおよそ一致することがわかる。FEM による 1 次固有値の解は、Fig.4-8 および Fig.4-9 に示すように、 $m=13, n=0$ の軸対称モードであった。古典的な軸対称座屈の理論によれば、 m の値は (4-8) 式によって表され (4-12), FEM の解 $m=13$ はこの式に一致する。なお (4-8) 式は、(4-7) 式で $n=0$ とした結果に帰着することに注意したい。

$$\frac{L}{m} = \pi^4 \sqrt{\frac{r^2 t^2}{12(1-\nu^2)}} \quad (4-8)$$

FEM による固有値の抽出は、Fig.4-9 に示すように m が大きい側から始まり、高次のモードになるほど m は減少する傾向にあった。線形固有値解析から得られる固有モードと実際に得られる変形との関連については、今後の検討が必要であるが、線形固有値解析の結果を初期不整として使用することは実務面から簡便であるため、得られた線形固有モードの中から適当なものを選択して（波数に抜け落ちが無い程度の簡単な注意だけ払って無作為に選択して）、履歴解析に適用した。

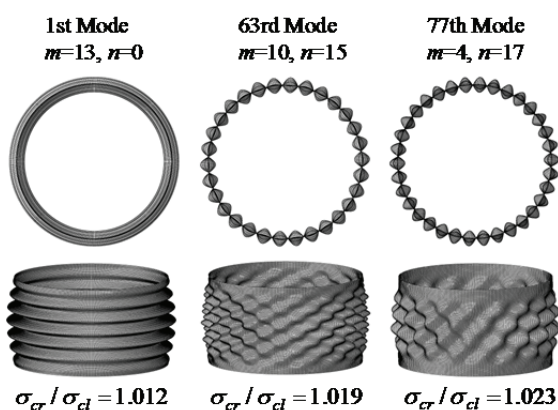


Fig. 4-8 固有値解析の結果

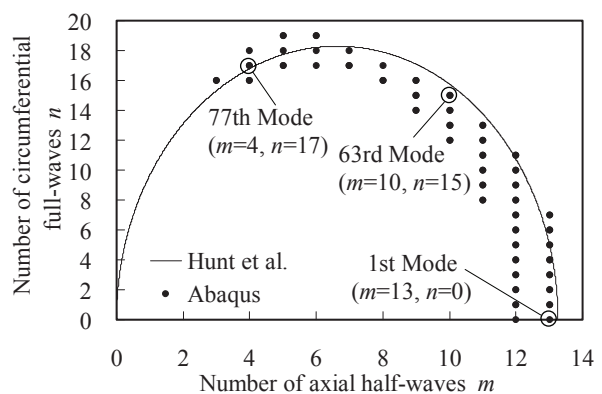


Fig. 4-9 軸方向の半波数 m と周方向の全波数 n の関係

4.6 軸圧縮を受ける弾性円筒シェルの座屈解析 (Esslinger 実験のトレース)

Fig.4-10 は Esslinger による高速度カメラの結果⁽⁴⁻⁵⁾, ⁽⁴⁻⁶⁾と筆者らの解析結果⁽⁴⁻²⁾を比較して示す. Abaqus のシェル要素としては汎用性に優れる S4R を採用した. 最小メッシュ寸法としては, 局所的な座屈を表現できるように $0.3(Rh)^{\frac{1}{2}}$ 程度を下回ることが必要である⁽⁴⁻²⁾, ⁽⁴⁻⁷⁾. ここで R は円筒の半径, h は肉厚である. 実験には Yamaki の実験と同じく Mylar ($E = 5400$ MPa) 製の円筒シェルが使用され, その形状は半径 100mm, 長さ 330mm, 肉厚 0.254mm である. 実験の写真のコマに記載された数値は, 1 次座屈開始後の時間 (msec) である.

図中 A 点 0.33msec に示すように, 1 次座屈は円筒の中央部で局所的に発生した凹みを起点とする. この局所的な変形に隣接して, 同じ形状の変形が次々に現れ (B 点 0.83msec), 円筒の円周全体にわたるようになる (C 点 1.3msec). このときの円周方向の波数は $n=18$ であり, この波数は古典理論⁽⁴⁻¹²⁾からも推定が可能である. 荷重の低下が終わりに近づくと, 凹みの形状は大きくなり波数も変化して (D 点 2.8msec), 安定な後座屈の経路に至る. このときの形状は E 点 24msec に示す通りであり, $n=9$ の周方向波数を持っている. このとき軸方向の半波数は $m=2$ であり, いわゆる "two-tier diamond pattern" と呼ばれる形状である. この形状は, 多数の観察例がある円筒シェルの代表的な座屈後の形状である. 以上, 1 次座屈直後に現れる局所的な構造不安定から安定な後座屈経路までを, 人工粘性法を使って解析的にトレースできた. 筆者らのウェブサイト⁽⁴⁻¹⁹⁾に解析結果のアニメーションを用意したので参照されたい.

Esslinger は, 毎秒 5200 コマの高速度カメラを使ってこの連続的に発生する局所座屈の挙動を観察できることを示した. 確かに座屈の発生そのものは短時間に (動的に) 推移するが, 円筒シェルの座屈に関する既往の研究の経緯から見ると, この挙動は複数存在する静的な平衡経路間の飛び移りによって解釈できることが早い時期から指摘されている⁽⁴⁻¹²⁾. 実際, Esslinger の実験では圧縮速度の影響をできるだけ排除するために, 試験機の最低速度である 0.039mm/sec が採用された⁽⁴⁻⁶⁾. また前述のように Yamaki は出現しにくい座屈モードを取得するために, 円筒シェルの壁面を指先で押すなどの操作が必要であったと述べている⁽⁴⁻⁴⁾. これらの操作の実際は, 彼らの実験の意図が, 動的な影響をできるだけ排除した上で, 静的な平衡経路間の飛び移りの挙動を見出すことにあったことを示唆している. Singer⁽⁴⁻⁶⁾は, 円筒シェルの試験体に採用された Mylar 樹脂が高い弾性限界を持ち, その結果, 永久変形を生じることなく反復

動的な実験を可能にしたと指摘している。人工粘性法による解析は、これらの（動的な効果を排除した）研究の趣旨に見合う解析手法であるといえることができる。

動的な効果を排除することによって解析の応用性が広がる一方で、現実の問題の中では慣性力の効果は不可避免的に現れる。例えば Fig.4-10 の C 点(1.3msec)で発生している円周方向の波数（18 波）は静的な古典理論から推測可能であるが、一方、その変形をたとえば周辺固定の円板と見立てて固有振動数を計算すると約 800Hz となり、msec オーダで飛び移りが生じることが示唆される。あるいは軸圧縮を受ける弾性円筒シェルの臨界座屈荷重は、古典理論によれば円筒の長さに依存しない。しかし長い円筒は弾性エネルギーを多く貯えるため、局所座屈の発生によってそれが解放されると、変形がオーバーシュートして一気に崩壊に至るなど大きな動的な効果を与えることが予想される。たとえば Fujii ら(4-13)は動的な飛び移りと静的な飛び移りの計算手法を対比し、静的な手法によって軸圧縮を受ける円筒シェルの飛び移りを伴う後座屈経路の追跡手法を提案している。本研究はこれらの経緯を踏まえ、汎用 FEM において実用的な静的座屈解析の手法の確立を目指したものである。

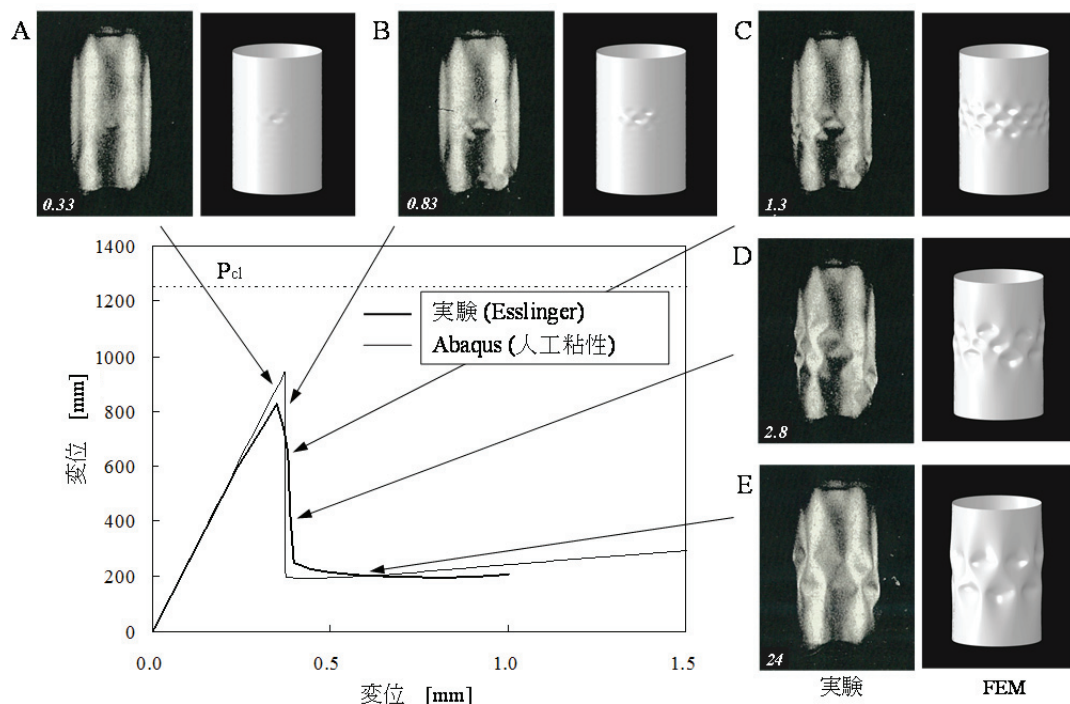


Fig.4-10 軸圧縮を受ける弾性円筒シェルの座屈，高速度カメラとの比較

4.7 軸圧縮を受ける粘弾性円筒シェルの座屈⁽⁴⁻²⁰⁾

座屈挙動に対して動的な効果の影響があることを踏まえると、材料構成則のひずみ速度依存性も無視できない因子である。本研究では代表的な例として樹脂の粘弾性を取り上げて検討した。現実の工業分野においては、熔融樹脂のブロー成形や、樹脂フィルムへの延伸による成形など、樹脂の流動的な特性を利用した製造プロセスにおいて、この種の課題が問題になる。軸圧縮を受ける粘弾性円筒シェルの座屈を対象として、先に示した弾性の結果と対比しつつ、実験と解析による検討を行ったので報告する。

試験体には、既往の弾性円筒シェルの実験に多く使用されているのと同じ Mylar 樹脂を採用した。前述のように Mylar 樹脂は高い弾性限界（本研究で使用した材料では、常温での弾性限界ひずみは約 2%）を持つだけでなく、（粘弾性挙動が発現する）ガラス転移点温度 T_g が 100°C 以下にあるため、粘弾性を考慮した実験を比較的容易に行える利点がある。

Fig.4-11 は動的粘弾性計測⁽⁴⁻¹¹⁾ (DMA) によって計測した貯蔵弾性率 E' 、損失弾性率 E'' 、損失正接 $\tan\delta$ の温度依存性である。計測には TA Instruments 社製 RSAIII を使用した。この計測器は堅牢な恒温槽と大流量の雰囲気供給システムを有し、温度制御の安定性に優れた性能を有する。計測にあたっては、 30°C から 200°C の温度範囲で $2^\circ\text{C}/\text{min}$ 一定の昇温速度で雰囲気温度を変化させ、試験片に 3.16, 10, 31.6, および $100 \text{ rad}/\text{sec}$ の角周波数 ω で正弦的なひずみ入力を与え、応力の応答を取得した。Fig.4-11 より、 T_g は 70°C と推測される。この結果から粘弾性のマスターカーブを作成するために、時間-温度換算則として以下の WLF 則を採用した。WLF 則の係数 C_1 と C_2 は材料によらない定数であり、今回の Mylar 樹脂に対してもそのまま適用可能であった。以下、粘弾性に関して第 3 章の議論を再掲する。

$$\log \alpha_T = -\frac{C_1(T - T_R)}{C_2 + (T - T_R)} \quad (4-9)$$

ここで

$$T_R = T_g + 50, \quad C_1 = 8.86, \quad C_2 = 101.6$$

粘弾性の構成則としては、最も広く使用される線形粘弾性の表現として、一般化 Maxwell モデルを適用した。このモデルは広い時間領域にわたる応力緩和の特性を欠落なく表現できる利点がある。一般化 Maxwell モデルによる緩和曲線の定式化を(4-10)

式に示す.

$$E(t) = E_e + \sum_{i=1}^n E_i e^{-t/\tau_i} \quad (4-10)$$

ここで,

$E(t)$: 緩和弾性率

E_e : 緩和終了後に残る固体としての弾性率

E_i : 第 i 項の弾性率

τ_i : 第 i 項の緩和時間

n : 一般化マックスウェルモデルの項数

(4-10) 式は時間領域における弾性率の緩和を表す式であるのに対して, Fig.4-11 に示した E' , E'' は周波数領域での弾性率である. 両者の関係は (4-11) 式と (4-12) 式で与えられるので, これらの式が Fig.4-11 を表現するような E_e , E_i , τ_i の値を最適化によって求めた(4-11).

$$E'(\omega) = E_e + \sum_{i=1}^N \frac{E_i \tau_i^2 \omega^2}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (4-11)$$

$$E''(\omega) = \sum_{i=1}^N \frac{E_i \tau_i \omega}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (4-12)$$

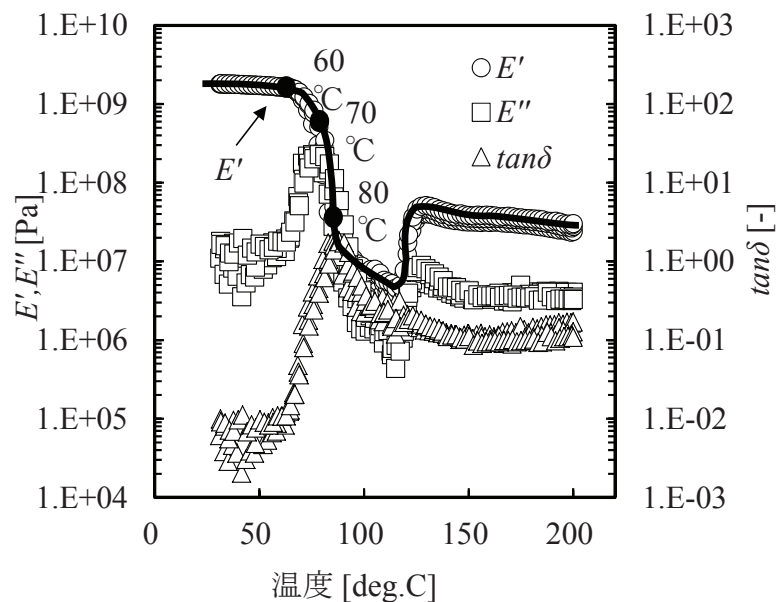


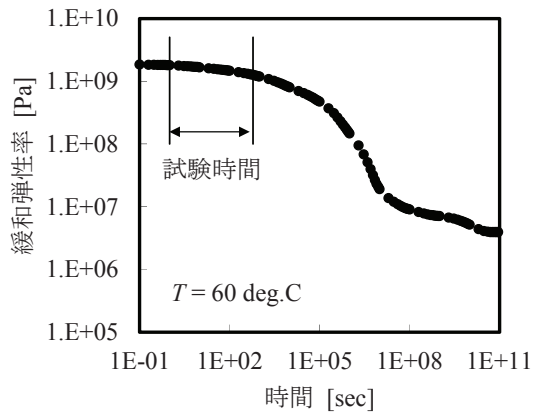
Fig.4-11 Mylar 樹脂の動的粘弾性特性

円筒シェルの試験体に対する座屈試験の雰囲気温度は、Fig.4-11 の温度特性を鑑みて、60°C、70°C ($=T_g$)、80°C の 3 水準とした。これらの温度は粘弾性材料のいわゆるガラス領域、ガラス転移領域、ゴム領域に相当し、材料がそれぞれ弾性的に、粘弾性的に、粘性的に振る舞うことが期待される。Fig.4-12 (a) から Fig.4-12 (c) に、それぞれの温度に対する緩和曲線を示す。これらの緩和曲線は、(4-10) 式に従って弾性率の時間に対する緩和を表している。

今回の粘弾性材料は (4-9) 式に示す時間・温度換算則に従う、すなわち熱レオロジー的に単純であることが想定されており、緩和曲線の形状は温度によって変わることがない。基準温度 T_R に対して得られたマスターカーブを、(4-9) 式によって計算されるシフト量 $\alpha(T)$ だけ時間軸方向 (図中の水平方向) に移動することによって、Fig.4-12 (a) から Fig.4-12 (c) の曲線は得られる。後述のように今回の座屈試験は 300sec で行うことを想定し、1sec から 300sec に相当する時間範囲を図中に示している。すなわち各温度に対してこの時間範囲で圧縮試験を行えば、円筒シェルはそれぞれ異なる 3 つの領域 (ガラス領域、ガラス転移領域、ゴム領域) における弾性率の緩和を受けながら圧縮されることが期待できる。

Fig.4-13 は、各温度に対して円筒シェルの圧縮した結果を示す。試験体は直径 80mm、高さ 100mm、肉厚 0.30mm の形状を有し、長手方向に継ぎ目を持つ板巻きによって作られている。試験にあたっては、試験体の上下端を厚いアルミ板に接着し、一定の圧下速度で最大 5mm までの軸圧縮を、300sec 間で加えた。試験体は恒温槽の中に置き、前述の 3 水準の温度条件に対して試験を行った。

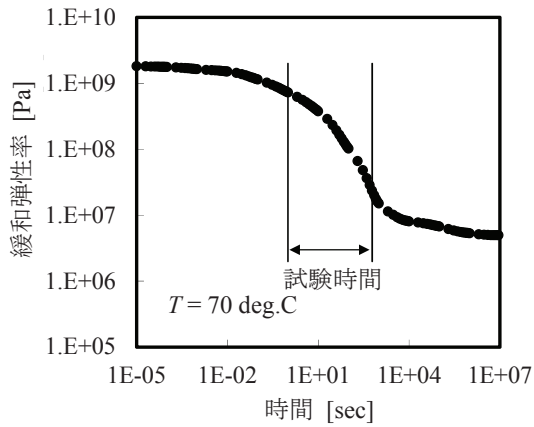
Fig.4-14 に荷重 - 変位関係を示す。図中には実験結果と解析結果を併記しており、概ね良い一致が見られた。シェル要素の選択、メッシュの細分化に関する配慮は、前節の弾性円筒シェルの例と同じである。まずガラス領域 60°C に対する結果を見ると、試験体は軸圧縮を受ける弾性円筒シェルとして、典型的な後座屈の挙動を示す。すなわち Yamaki らの実験⁽⁴⁻⁴⁾が示すと同じように、1 次座屈を越えた後、円周方向の波数 n を 1 つずつ減じながら 2 次座屈を繰り返す挙動である。ここでは $n=8$ から $n=6$ の波数が観察された。



(a) 60 °C; ガラス領域



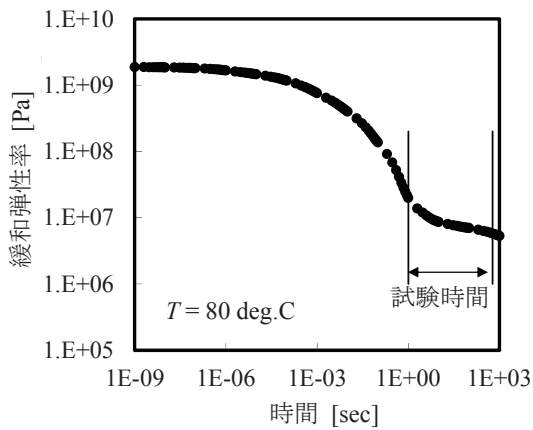
(a) 60 °C; ガラス領域



(b) 70 °C; ガラス転移領域



(b) 70 °C; ガラス転移領域



(c) 80 °C; ゴム領域



(c) 80 °C; ゴム領域

Fig.4-12 Mylar 樹脂の緩和曲線

Fig.4-13 軸圧縮を受ける Mylar 樹脂製の円筒シェルの粘弾性座屈の挙動

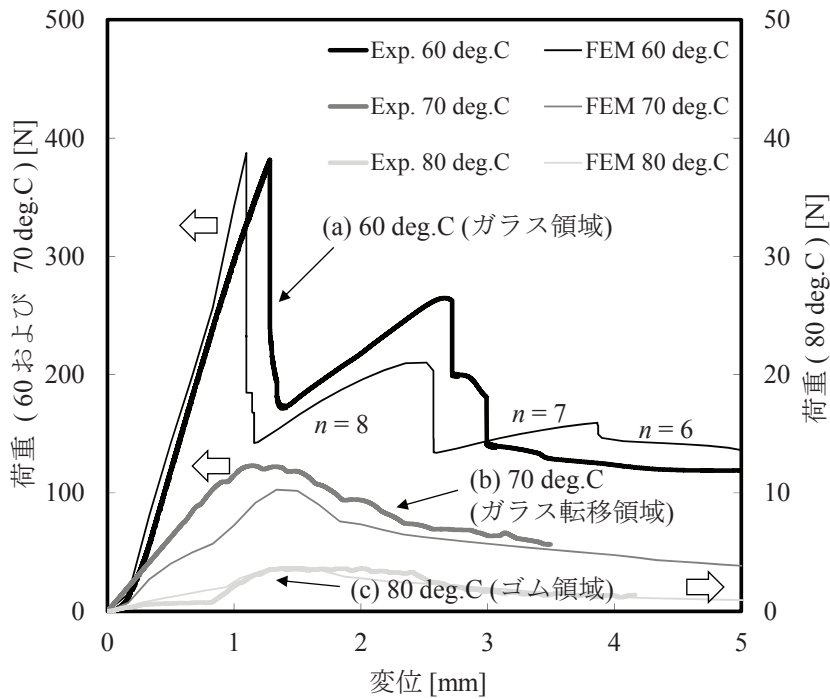


Fig.4-14 軸圧縮を受けるMylar 樹脂製の円筒シェルの荷重 - 変位曲線

同様にガラス転移領域 70°C においても、 $n=8$ の座屈モードが現れるが、Fig.4-12 (b) に示すように圧縮中に 2 桁に近い弾性率の緩和を受けるために、ひずみエネルギーは粘性によって急速に消散され、2 次座屈を生ずることなく、Fig.4-13 (b) に示すように初期の座屈モードがそのまま永久変形として残る。

最後のゴム領域 80°C においては、Fig.4-12(c) に示すように弾性率はほぼ緩和しきっており、ガラス領域の弾性率に比べて 2 桁以上低い水準になっている。そのため Fig.4-14 からわかるように、円筒シェルに発生する荷重も対応して低い水準のまま推移する。そのため、圧縮開始のごく初期には円筒シェルは $n=8$ の変形形状を示すが、即座に角の丸い、いびつな形状に推移する。高温下では、弾性率の低下に伴って自重による変形も重畳するようになるため、ゴム領域における実験には困難を伴う。

衝撃の緩和に代表されるように、動的な領域では樹脂の粘弾性特性は確かに安定化の方向に作用する。しかし静的な観点からは、Fig.4-12 に示すような 3 桁程度の弾性率の緩和によって構造の耐荷性能は著しく損なわれ、不安定性が現れる。人工粘性法

は瞬時々の構造の応答に応じて付加的な減衰を与え解析を安定化させるので、この種の材料に起因する不安定性を含めて克服できることを、ここでは示した。

なお、粘弾性のように現象の継続時間が長い問題（経験的には 1sec 以上の問題）に対しては、累積誤差が大きくなるため動的陽解法を適用することはできないことを付記する。蛇足ながら、動的陽解法は本来、衝突などの高速な問題を扱うことを意図して開発された手法である。そのため、シェル要素の性能、メッシュの品質、現象の持続時間、材料構成則との兼ね合いなどに関して制約が多い。不用意な動的陽解法の適用は、特定の座屈モードの脱落、変形モードのゆがみ等の問題をもたらす可能性が高く⁽⁴⁻²⁾、単に収束の困難から逃れるために静的な問題に適用するなどの安易な試みは避けるべきである。

4.8 結論

軸方向に圧縮を受ける円筒シェルの座屈は、球形シェルの外圧による座屈とならび、初期不整に対して著しい鋭敏性をもつ問題として知られている。これらの問題では、わずかな不整を引き金として局所的な変形が発達し、構造全体の安定性の喪失がもたらされる。そのため弧長法に代表される従来の手法では解析による追跡が難しい課題であった。本研究では最近の汎用 FEM を使用し、人工的な粘性を与えることによって、局所的な不安定に起因する解析の困難を克服した。この結果、圧縮を受ける完全円筒に近い円筒シェルについて、深い後座屈領域までの過程を、全自動かつシームレスの解析によって、ほぼ完全にトレースすることが可能になった。

現代の工業製品では、高度に合理化が進む結果、極限状態での挙動の把握が従来にまして必要になる。そのため構造の最終耐荷性能を知るために、深い後座屈の領域まで含めたシミュレーションの技法の確立が望まれる。人工粘性法による解析は、従来の弧長法や動的陽解法にない特長を有する解法であり、今回、弾性問題だけでなく、材料に起因した構造不安定の問題にも適用できることを示した。

5 境界条件非線形問題・原子力分野への応用

5.1 はじめに

高速増殖炉「もんじゅ」は、実験炉「常陽」に続く原型炉として計画され 1985 年に本体工事を開始し、1994 年に臨界を達成したが、翌年ナトリウム漏えい事故を起こし運転を停止中である。筆者はそのナトリウム機器に特有の薄肉配管の設計に、1981 年から 8 年間にわたって携わってきたのでその知見を報告する (5-1), (5-2)。

高速増殖炉 (以下 FBR) では、炉心の熱エネルギーを外部に取り出す冷却材として、高速中性子の減速効果の少ない液体金属 (主にはナトリウム) を使用する。水を冷却材として使った軽水炉と異なり FBR は顕熱で熱を輸送するため、高温側 (ホットレグ) の温度が約 500°C 以上と高く設定され、かつ低温側 (コールドレグ) との温度差が 100°C を超える程度に大きい。したがって材料のクリープが問題になると同時に、原子炉スクラムと呼ばれる非常停止時には冷却材温度の過渡的な変化が大きくなる。温度変化によって発生する熱衝撃応力の観点からは、液体金属は熱伝導率が高く、また構造材に用いられるオーステナイト系ステンレス鋼の熱膨張率が大きいことも不利に作用する。したがって、FBR の機器は他のプラント機器に比べて薄肉の設計が求められるのが特徴である。

Fig.5-1 にもんじゅの 1 次主冷却系の構成と配管の仕様を示す。配管の寸法は、外径 600~800mm に対して肉厚が 10mm 前後、また圧力は低いものの運転温度は最高で 529°C に達することがわかる。配管はナトリウムを内包するだけでなく、予熱ヒータや断熱材を外側に抱いている。建屋の限られた空間のなかで配管を引き回し、大きな熱膨張を許しながらその自重を支え、かつ配管系の固有振動数を 10Hz 以上の高い領域で維持して耐震性を確保することが要件になる。そのため配管自身もさることながら、それを支持する構造の設計が重要になる。本研究は、従来炉の実績を踏まえながら、配管支持構造物のより合理的な設計をめざして開発を行ってきた経過の報告である。

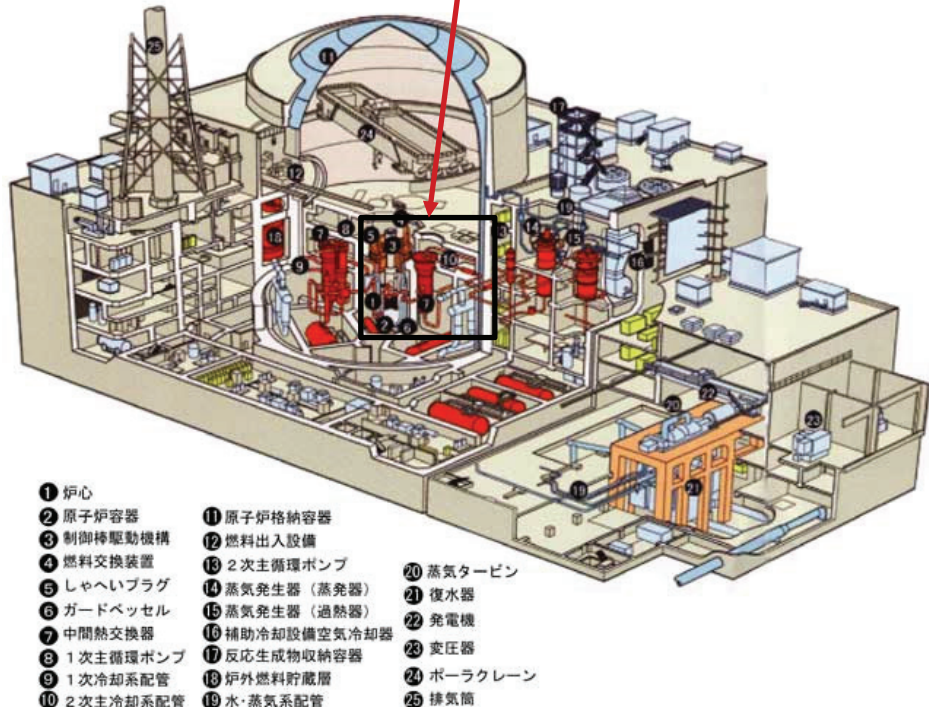
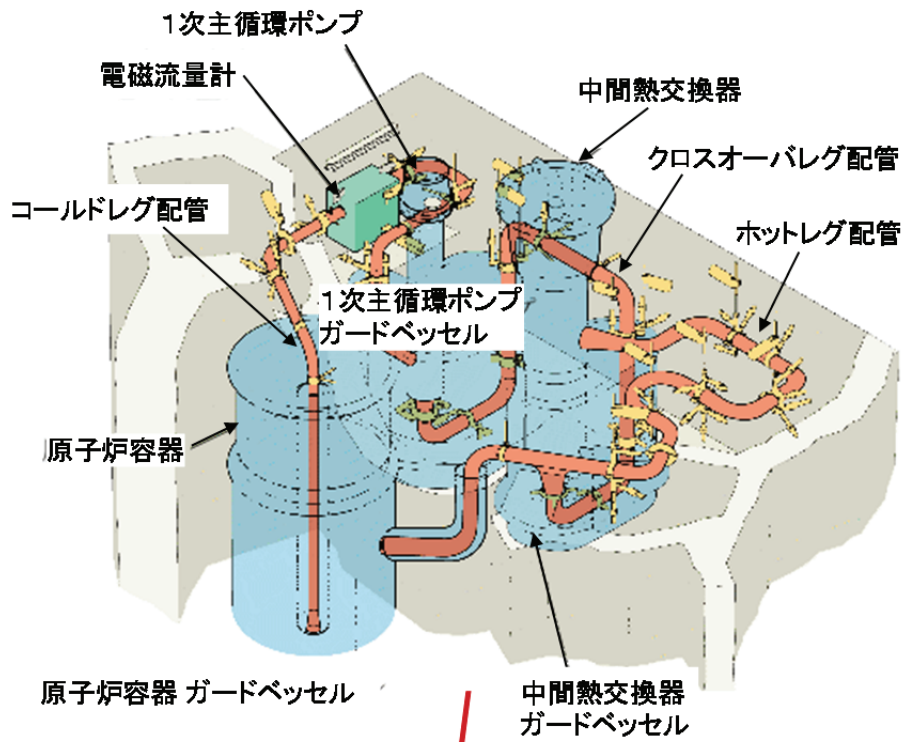


Fig.5-1 もんじゅ 1次主冷却系の構成

5.2 配管支持構造物・従来の実績

Fig.5-2 に、米国の高速実験炉 FFTF (1980 年臨界) 及び高速原型炉 CRBRP (1983 年に計画中止) における配管支持構造物の例を示す^{(5-3), (5-4)}。一次主冷却系ホットレグ配管の寸法は、それぞれ外径 711.2mm, 肉厚 9.5mm 及び、外径 914.4mm, 肉厚 12.7mm であり、いずれもクランプ方式の支持構造を採用している。両者の基本的な構造は共通しており、配管とクランプの間に断熱材を挿入し、皿バネを介して 2 つ割りのクランプを締結する。建屋に対してはクランプに取り付けられた金具を介して接続するこの方式は断熱材によってクランプの温度が高温にならないので、コールドクランプ方式と呼ばれる。この構造では、配管とクランプの間の伝熱が妨げられ、配管内に局所的な熱応力を発生させることがなく、またクランプを低温下で設計できる利点がある。実際、Fig.5-2 の例ではクランプの外表面温度は 150°C 以下に保たれ、材質には比較的安価な 2¹/₄Cr-1Mo 鋼が使われた。断熱材は、珪酸カルシウムを主成分とする成型固体であり、ステンレス鋼板を被覆している。また、皿バネはクランプに常時適切な締結力を与え、配管断面の熱変形によるガタもしくは過大なたが締めを防止する目的を有している。

しかしながらこの構造では、断熱材の脆性、また皿バネの使用に伴う配管支持剛性の低下など、耐震が問題となる国内のプラントでは成立しなくなる可能性が高い。また物量が多くなる配管の設計としては構造が複雑に過ぎ、コスト的に成立させることも難しい。実際、CRBRP の計画を中止に追い込んだ一つの要因となっている⁽⁵⁻⁶⁾。

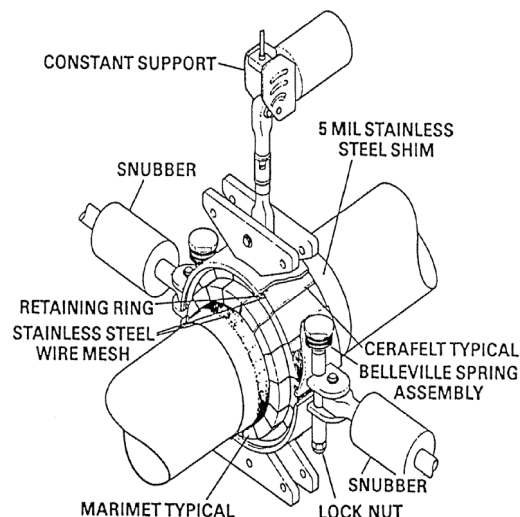


Fig.5-2 米国 FFTF での先行例；コールドクランプ方式⁽⁵⁻⁴⁾

5.3 ホットクランプ方式の提案

在来的な配管支持構造物の設計では、クランプを配管に直接取り付け、(必要に応じて)断熱材で全体をくるむ方式が多く採用される。この方式ではクランプの温度が配管温度とほぼ同じになるため、ホットクランプ方式と呼ばれる。FBR配管に対してこの方式を採用する場合は以下の2点を満たす必要がある。

➤ 材料の高温設計の課題

オーステナイト系ステンレス鋼などを採用し、配管およびクランプ本体に発生する応力に対して、クリープによる損傷が小さいことを確認する必要がある。クランプを剛な構造とすれば配管にのみ注目すれば良いので、設計を簡素化する利点がある。

➤ 支持剛性に関する課題

耐震設計上の要求からは、配管を支持する剛性を確保し、配管系の固有振動数の低下を避けることが必要である。このとき、内部流体の温度変化に伴って配管の外径が変化するため、過大なたが締めやガタの発生を防止することが必要である。

配管のクランプによる締め付けは、Fig.5-3に示すように大まかに2つの状況に分けられる。(a)界面が一様に締め付けられた状態、(b)初期にギャップを持った状態の2つである。本研究では、(b)に示すような初期のギャップを持った構造によって上記の課題に対応できるかを検討した。

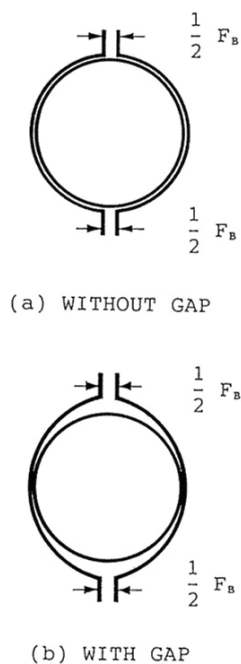


Fig.5-3 クランプ締め付けの様式

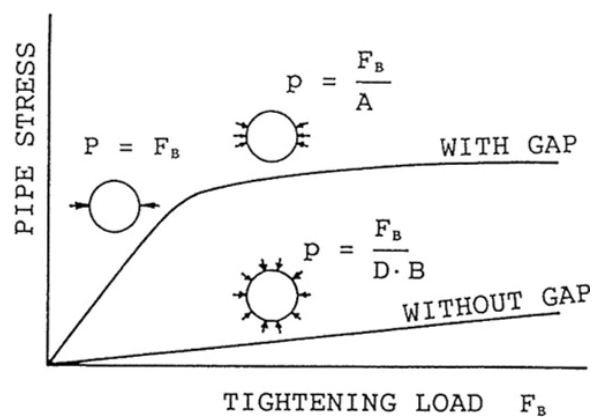


Fig.5-4 配管に生ずる締め付け応力

まず (a) の場合、締め付け力 F_B によって配管に発生する応力は、ほぼ一様で F_B/DB によって評価できる。ここで D は配管の外径、 B はクランプの幅である。Fig.5-4 に示すようにこの応力は相対的に低い。また配管に温度変化があっても、それが緩やかな場合はクランプの温度は配管に追従するので、応力の大きな変動はない。しかし FBR のように大きな熱過渡を生ずる場合は、クランプの温度変化が遅れる間に配管の外径が変化し、過大なたが締めやガタの発生が危惧される。たが締めが発生すると、配管もさることながら締め付けボルトの設計が成立しなくなる可能性が高い。

一方、(b) のように初期にギャップを設けてクランプを締め付けた場合は、多少の温度変化に対して配管の外径変化はギャップ内で吸収させることが可能である。FBR の配管は薄肉で設計されているため、ギャップ量を適切に設定できれば現実的に設計の見通しがある。材料力学的にこの問題は、円筒シェル表面の一部分に半径方向の分布荷重を与えた問題として簡易に評価が可能である^(5・7)。最大の応力は円周方向応力であり、負荷面積が大きいほど応力は小さいことが知られている。したがって Fig.5-4 に示すように F_B に対して初期の応力は大きい但其の変化は飽和すると期待される。すなわち過大なたが締めの効果を、回避できる可能性がある。

以上のような概念に従って実際の構造を検討した結果を Fig.5-5 に示す。この形状は配管の外径 $D = 914.4 \text{ mm}$ 、肉厚 $t = 12.7 \text{ mm}$ を想定したもので、もんじゅの 1 次および 2 次主冷却系に実際に適用されたものと、概略同様の構成である。クランプは SUS304 製の 2 つ割り構造をもち、ボルト締結フランジと、建屋との接続金具を取り付けるラグを備える。

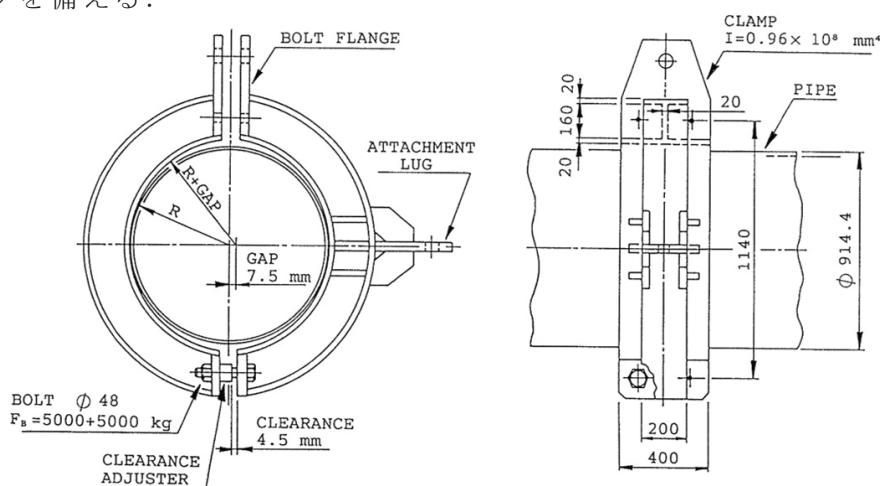


Fig.5-5 ホットクランプの構造

断面は I 型を有する。その断面 2 次モーメントは約 $1.E8 \text{ mm}^4$ であり、配管の断面剛性に比べ、十分に剛な特性を有する。配管との相互作用を含まない曲りはり単体としての剛性は約 $30,000 \text{ kg/mm}$ ($3.E5 \text{ N/mm}$ 、以下本章では工学単位系に従う。) と見込まれる。この値は配管支持剛性として十分な大きさである。クランプの内半径は、パラメータサーベイにより配管の外半径よりも 7.5 mm 大きく計画された⁽⁵⁻¹⁾。

クランプはその上下位置で各 2 本の M48 のボルトで締結される。ただし配管に対する締め付け量を管理するために、まずクランプが配管に軽く接した状態で 4.5 mm の初期ギャップが面間に生ずるよう、締結フランジの間に板状のクリアランスアダプタを置く。その状態から締め付けを開始すると、ボルトに各 5000 kg の締め付け力を与えることによってこの初期ギャップが閉じる。そこから更に各 5000 kg を与えて締め付けを完了する。締め付けを完了した状態では、Fig.5-3 (b) に示すように、ギャップのある状態で配管はクランプによって締め付けられる。想定されるプラントの温度変化範囲の中ではこの状態が維持されるように、寸法の取り合いと締め付け力が計画されている。

5.4 解析モデル

ホットクランプの概念の成立性を検討するために、FEM 解析を実施した。ソルバーには MARC K3.2⁽⁵⁻⁵⁾ を使用した。解析モデルを Fig.5-6 に示す。配管をシェル、クランプをビームで表現した約 500 要素のモデルに対して、約 100 インクリメントからなる非弾性・接触解析を行った。計算を実施した 1990 年代始めの計算機環境 (CONVEX C202) では、実行に約 2 時間を要し、実用的に受け入れられる規模であった。

今回の概念モデルでは、クランプは十分に剛に計画されており、また配管との間にはギャップを設けているので、締め付けによる変形は主に配管の断面の扁平化 (楕円化) である。この結果、締め付けによって配管とクランプの接触面積は徐々に増加するが、その状況はクランプを簡単なビームモデルでモデル化しても十分に表現できる。あるいは簡易には、対向する半径方向の集中荷重を受ける円筒シェルの問題として手計算によっても評価できる。なお理論解から、この種の荷重条件に対して円筒シェルの局所変形は、載荷点から円筒の軸方向に、円筒の半径の 9 倍の距離まで波及することが知られている。したがって境界条件の影響が現れないように、モデルの軸方向の長さはその範囲を上回るようにした。

クランプを表現するビーム要素は断面の中立位置に置いた。クランプの厚みを表現できるように、半径方向に向いた剛な棒要素をクランプの内側に配置し、その先端と配管の節点を Gap 要素で結んだ。図中に示すように、クランプの幅に相当する位置にある配管側の節点（3列）に対して Gap 要素は結ばれている。Gap 要素には初期のギャップ量である 7.5 mm が与えられている。すなわち、クランプに荷重が与えられ、配管との距離が 7.5 mm 以上近接すると接触が検出され、配管に荷重を伝達する。

今回のモデルにおけるもう 1 つの特長は、ボルト締め付けのモデリングである。ボルト締め付けは、一般にボルト線図と呼ばれる図表で説明され、ボルトとそれによって挟まれる板の剛性、並びに内力（締め付け力）と外力のバランスによって評価される。FEM でも同じ考え方をモデルに組み込んだ。すなわちボルトとクリアランスアジャスタを等価な剛性をもったトラス要素で表現し、それらを Fig.5-6 に示すように予め 2 つに分断しておき、分断した端部の節点に $F_b=5000+5000$ kg を与えて締め付けを完了させた後に、分断しておいた節点を結合して、後続のステップに備えさせた。Fig.5-6 に示すように、これらのトラス要素に並列に Gap 要素を配置し、フランジ面間のギャップ管理を表現した。Gap 量としては、初期ギャップ 4.5 mm と配管周囲のギャップ 7.5 mm の 2 倍（直径に対してなので）の和である 19.5 mm を与えることで前述の実機条件を表現できる。すなわち最初の 5000 kg でこの Gap が閉じ、更に 5000 kg が負荷されて締め付けが完了する。

以上の状態は常温を想定して解析されるが、次節に示すように、この状態から更に自重、圧力、熱、地震などの諸荷重を与えた。

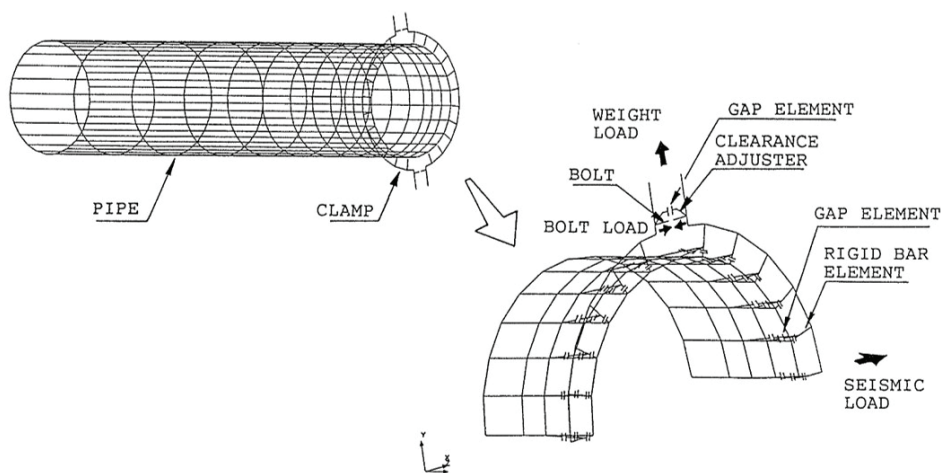


Fig.5-6 FEM モデル

5.5 プラント履歴のモデル化と非弾性解析

原子力機器の設計解析の一つの特徴は、プラントに生ずる履歴を想定し、それによって荷重を順次負荷することにある。Fig.5-7は、本研究で想定した履歴である。横軸にプラントの履歴、縦軸に運転に関わる温度状態を示す。まずクランプは据え付けを想定して常温 20°Cの状態では配管に取り付けられる。上述のように $F_b=5000+5000$ kgを与えて締め付けは完了する。次に配管は 200°Cまで予熱され、液体ナトリウムが充填される。解析上、昇温は熱荷重として与えられ、同時にナトリウムを含む配管の重量 $F_w=5000$ kgを機械荷重として負荷する。この配管の自重に相当する負荷の方向は、Fig. 5-6に示すように鉛直方向上向きである。なお材料定数には、Table 5-1に示す温度依存性が考慮される。ボルト締め付け力 F_b の初期に与える 5000 kgは、この F_w と概ね合致する程度として計画した結果である。次に配管は運転温度まで昇温され、同時に運転圧力が負荷される。コールドレグに対しては 360°C、10 kg/mm²、ホットレグに対しては 510°C、5 kg/mm²である。この状態が通常運転の初期状態を表す。

次に、運転中の履歴条件を負荷として与える。まずコールドレグについては、地震によるプラント停止の状態を考える。停止に伴って、配管には冷却の十分でないナトリウムが急速に流れ込む条件（ホットショック）が厳しい。配管の直径が急速に増大しクランプによるたが締めが発生するからである。今回はホットレグとコールドレグの温度差を鑑みて、クランプを 360°Cに保ったまま配管の温度を 500°Cまで 140°C上昇させる条件とした。この熱荷重と同時に、地震に相当する機械荷重として $F_s=15,000$ kg（自重の 3 倍を想定）を Fig.5-6に示す水平の方向に静荷重として与えた。ただし方向の正負によって発生する応力は異なるので、 $+F_s$ 、 $-F_s$ の 1 サイクルを与えた。地震荷重を負荷した後、配管の温度を通常運転の 360°Cまで戻し、配管に残存する塑性ひずみを評価した。降伏応力と加工硬化係数は Table 5-1に示す通りである。

次にホットレグについては、運転温度が SUS304 のクリープ温度 425°Cを超えるため、長時間のクリープが問題となる。そこで長期にわたって作用する荷重である自重と内圧を負荷した状態で、プラント寿命 200,000 時間に対してクリープ解析を行った。Table 5-1に材料定数を示す。クリープ則としては FBR の分野で SUS304 に対して使われることの多い Blackburn 型の構成則を適用した。塑性とクリープの連成の効果は考慮していない。配管支持構造物は、弾性域に近い領域で設計するのが本来であるため、保守的ではあるが簡易なモデリングを採用した結果である。

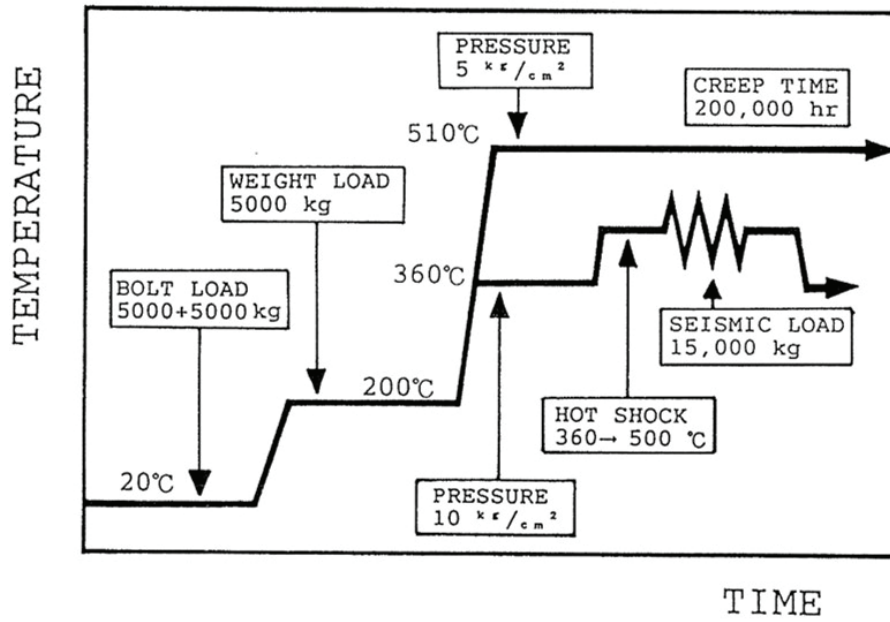


Fig.5-7 プラント履歴のモデル化

Table 5-1 非弾性材料定数

Temp. [°C]	Young's Modulus [kg/mm ²]	Poisson's Ratio [-]	Coef. of Therm. Expansion [°C ⁻¹]	Yield Stress [kg/mm ²]	Hardening Slope [kg/mm ²]
20	19900	0.26	1.52E-5	24.5	300
360	17500	0.29	1.92E-5	15.5	300
510	16100	0.30	2.03E-5	14.3	300

CREEP LAW

$$\bar{\epsilon}_c = C\{1 - \exp(-rt)\} + \epsilon_m t$$

$\bar{\epsilon}_c$	[-]	$\bar{\sigma}$	C	r	ϵ_m
$\bar{\sigma}$	[kg/mm ²]	5	1.59E-3	2.16E-8	3.04E-13
t	[hr]	10	2.18E-3	4.08E-6	2.87E-10

5.6 非弾性解析の結果

解析結果を以下に示す.

(1) 配管に発生する応力

Fig.5-8 に、クランプに拘束されたコールドレグ配管の外表面に発生する円周方向応力の履歴を示す. 200°Cの予熱温度までの領域では、ヤング率が温度と共に低減するので応力はやや下がる傾向にあるが概ね一定である. 運転温度 365°Cでは自重が負荷されるため応力は増加する. ホットショックによっては、配管の下部（図中、上側の曲線）の応力はたが締めの影響を受け約 16 kg/mm²まで増大する. これは配管の上下部分にクランプとのギャップが設けられていて（Fig.5-3 (b)）、配管の変形が許されるからである. なお 500°C付近で応力が平坦化するのは僅かな降伏を生じているためである. 一方、配管の側部（図中、下側の曲線）の応力はクランプに接しているため、拘束が働く結果、変動は小さい.

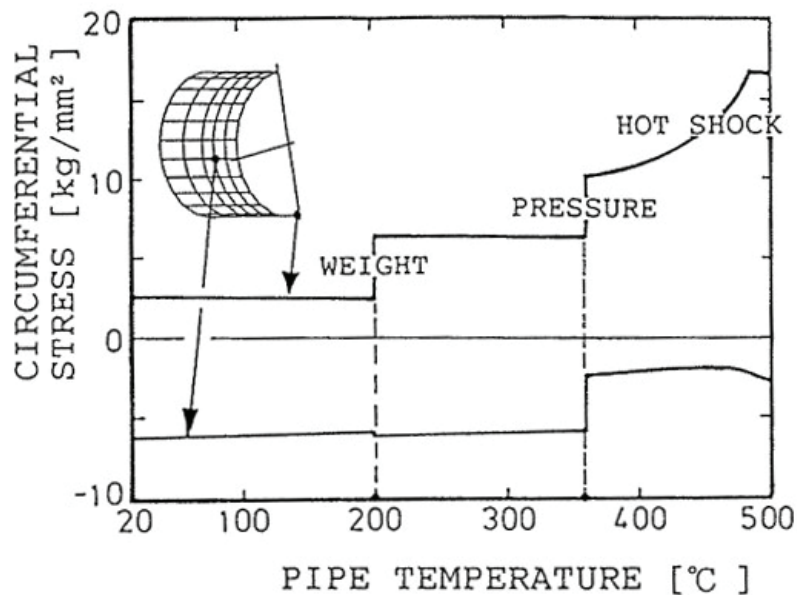


Fig.5-8 配管に生ずる応力

(2) ボルトに発生する応力

Fig.5-9 に、ボルトおよびクリアランスアジャスタに発生する軸応力の履歴を示す. ボルトの応力はホットショック時に約 6 kg/mm²まで増大するが、許容範囲にある. ボルトであるので当然、塑性化は許されない. クリアランスアジャスタの応力は、5000

kg の予締め付け力を与えられているが、ホットショックの 450℃付近でそれを失うことがわかる。ホットショックが解消すれば回復するが地震との重畳もあるので、実機設計ではもう少し細かい評価が必要だろう。

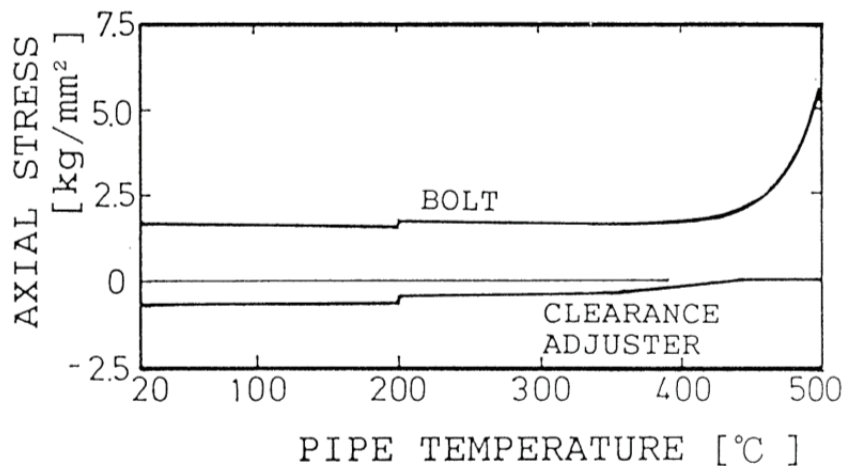


Fig.5-9 クランプに生ずる応力

(3) 配管に発生する非弾性ひずみ

Fig.5-10 に、ホットショックに地震が重畳したときに配管表面に生じた円周方向応力を示す。高い応力は、クランプとの間にギャップが存在する配管の頂部と底部に発生することが分かる。この時の応力は、前述のようにホットショック温度での降伏応力を僅かに超えるが、相当塑性ひずみは Fig.5-11 に示すように最大でも 0.02%にとどまり、例えばボルト締め付け力が喪失するような事態は招かないことがわかる。またクランプは剛な設計となっているので、発生する応力は高々 3 kg/mm²であることを確認している。また荷重-変位関係から求まるクランプの配管支持剛性は、86,000 kg/mm となり、前述のクランプ単体の曲りはりとしての剛性 30,000 kg/mm を上回った。これはボルト締め付けにより配管との相互作用が現れた結果である。したがって剛性の観点からもホットクランプの概念は健全であることが分かった。

Fig.5-12 は、ホットレグについて、プラント寿命 200,000 時間後の相当クリープひずみの分布を示す。自重荷重が鉛直上向きに作用するため、最大のクリープひずみは配管の底部で発生するが、高々 0.006%であり問題にならないことがわかった。

- 1) -2.00000
 - 2) 1.00000
 - 3) 4.00000
 - 4) 7.00000
 - 5) 1.000+1
 - 6) 1.300+1
- [kg/mm²]

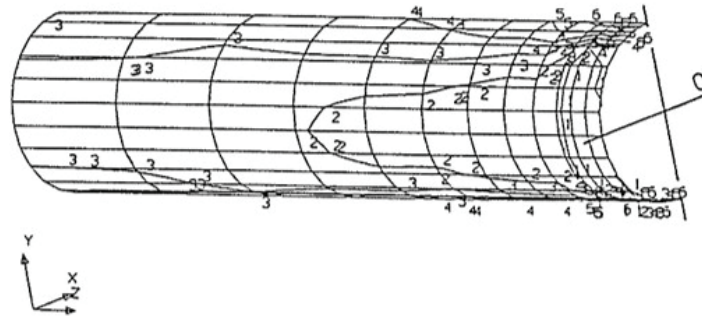


Fig.5-10 ホットショック+地震による円周方向応力

- 1) 2.000-5
 - 2) 1.000-4
 - 3) 1.800-4
- [-]

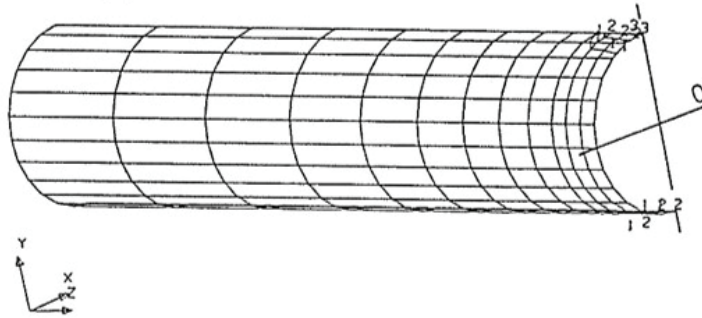


Fig.5-11 ホットショック+地震後に残存する相当塑性ひずみ

- 1) 1.000-5
 - 2) 2.500-5
 - 3) 4.000-5
 - 4) 5.500-5
- [-]

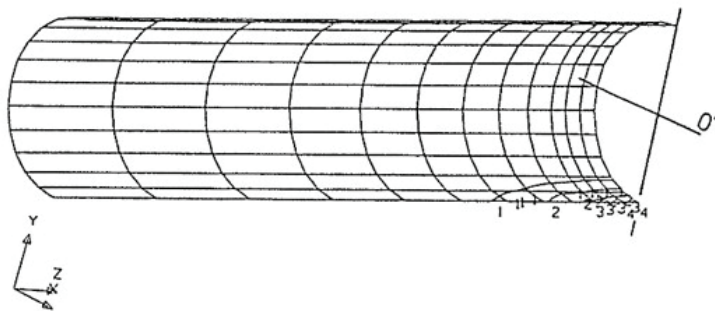


Fig.5-12 200,000 時間後の相当クリープひずみ

5.7 結論

筆者は、現在運転を停止している高速増殖炉もんじゅの設計に携わってきた履歴を持っている。国内では原子力開発が有限要素法の発達に貢献してきた現実を踏まえ、当時実用化され始めた接触問題の解析を、非弾性解析と組み合わせて検討した事例を報告した。液体金属で冷却される配管系の支持構造物として、ホットクランプの概念を提示し、熱過渡現象と地震に対する構造設計の成立性を解析によって検証した事例である。今からほぼ 30 年前の当時にあつては、接触あるいは非弾性といった個々のアルゴリズムは既に有限要素法に実装されていたとはいえ、計算機の容量と速度またポストプロセッサの不足といった環境からは、これらの非線形問題を実際の設計に適用することには大きな困難があつた。

なお、当時もんじゅの 1 次主冷却系の設計を担当した日立製作所を中心に、ホットクランプの成立性を振動の観点から実験的に検証した開発例^(5.2)が今日では公開されていることを付記する。もんじゅは本来の運転計画に至らなかったが、これらの知見を通して FEM 解析技術の普及に至る足跡の一つであつたことを示すために、ここに報告した。これらの経験は、第 6 章におけるシミュレーション思想の醸成に大きく関わっている。当時の関係者に深甚の謝意を表する。

6 構造シミュレーションと社会

6.1 はじめに

シミュレーションという技術は，大規模な複雑系の中から難しすぎもしない簡単すぎもしない中庸なシステムを取り出し，その一部をより簡単なシステムで代替させることによって物事の本質を見きわめる試みである．今日，このような試みが計算機上で手軽に実感できるようになると，理論，実験，生産といった領域を分ける壁が低くなり，我々の経済行為は広くシミュレーションの一種であるという認識が広がってきた．経済行為は数の問題である⁽⁶⁻¹⁾ので，シミュレーションという新しい考え方の方向性が市場の動向によって左右されることがありえる．

今日，数万点を超える部品数を持ち，ミクロとマクロの複合など学問分野を横断する複雑性をもった工業製品は決して稀ではない．シミュレーションを，単に学術的な側面だけで支えることは難しい時代になってきた．同時に，個人の学習を積み上げたり，あるいはコツを学ばばどうにかなるシミュレーションの時代も終わりつつある．製造業におけるシミュレーションが，その大半を商用コードに依存している現実を踏まえ，その動向を分析した結果を報告する．

6.2 シミュレーションから計算へ

Fig.6-1⁽⁶⁻²⁾は，構造系のシミュレーション技術の発達を，計算機の発達と産業構造の変化に関連付けて表した図である．横軸を西暦に取って国内の状況を見たとき，1950年代から60年代にいたる20年間は，高度経済成長期と呼ばれた時代である．この時代は古典的な応用力学の完成の時期に一致する．工学の手法がさまざまな工業規格として権威化され，鉄鋼・造船といった基幹産業に適用された．ISOの設立は1947年，またJIS規格の発足は1949年である．機械工学便覧の改訂を例にとると，JIS規格あるいはメートル法との調整を図るために，この時期6年にわたる編集作業が必要であったとされている⁽⁶⁻³⁾．設計の標準化という概念が国内で成立した時代であった．

1970年代にはIBMに代表される大型計算機が実用化された．当時現れたばかりの汎用非線形FEMのなかに，弾塑性や超弾性の概念が既に搭載されていたことは注目に値する．1983年に発刊された広辞苑第三版⁽⁶⁻⁴⁾には，シミュレーションという用語

が初めて掲載され、「システムの挙動をこれとほぼ同じ法則に支配される他のシステムによって模擬すること」という定義が明確に示された。原子力産業を中心に、(規格による手計算ではない) 解析による設計・Design by Analysis という概念が提唱された時期でもあった(6-5), (6-6)。

80年代の中盤には、UNIX環境で動作するEWSが市場に投入された。UNIX機がもたらしたのは計算の高速化だけではない。グラフィックスを通じて、計算結果をリアルタイムに可視化する技術が提供された。同時期にMacintoshが現れたことを思うと、可視化は単に視野の問題を解決したにとどまらず、計算機の運用そのものを変化させたと言えることができる。計算機とユーザ、あるいはユーザ同士の意思疎通が相互補完的になり(6-7)、試行の反復が容易になったということである。この時期、接触や連成を含む高度な非線形問題の解法が先を争うように実用域に入った(6-8)のは、この経過に負うところが大きい。アカデミックを志向し、独自性を競う時代であった。

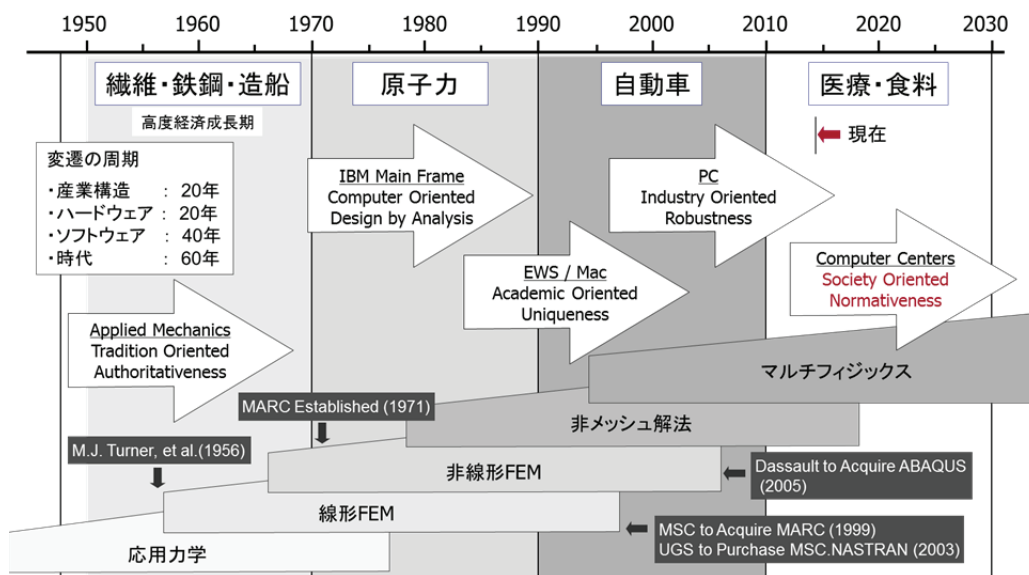


Fig.6-1 産業構造の変化とシミュレーション技術の発達

標準化という枠組みを越え、製品をシステムとして見るという方向に設計が変化していったのはこの時期ではないだろうか。CAEという用語(6-9)が70年代後半に現れたのは、この事情を反映している。実際、管理可能な部品点数は、この時期を境に飛躍的に増加したはずである(6-10)。計算という量が、設計の質を改変したということがで

きる。今日、理論や解析ではなく、「計算」を前面に押し出して設計を行うという新しい思潮が現れても不思議ではない。

Fig.6-1 はまた、あらゆるものには耐用年数があることを示している。世代交代の周期は、産業構造 20 年、ハードウェア 20 年、ソフトウェア 40 年と見られる。たとえば代表的な線形 FEM である NASTRAN は 1968 年に商用化されたが⁽⁶⁻¹¹⁾、2002 年に MSC 社による寡占が排除され⁽⁶⁻¹²⁾、以後、異なる特徴を付与されたソフトウェアとして複数のベンダーから販売されるようになった。また非線形の FEM についても現在は全盛の時期にあるが、ABAQUS 社がダッソー社によって買収された 2005 年をもって、ソルバーが単体のソフトウェアとして開発される時代は完結した⁽⁶⁻¹³⁾と見られる。

6.3 アンケートに見る動向

現在の製造業におけるシミュレーションの動向を、アンケートの結果から見てみよう。欧州を拠点とする EASIT2 という組織の調査結果⁽⁶⁻¹⁴⁾を参照して、国内の状況と比較した結果を Fig.6-2 から Fig.6-5 に示す。EASIT2 (Engineering Analysis and Simulation Innovation Transfer) とは、シミュレーション技術の改革を目的として、欧州の大企業グループ(電力・e.on, 航空機・EADS, 自動車・Renault ほか)が提供するプロジェクトである。調査は 2011 年に NAFEMS のネットワークを通じて 28,000 人に配信され、欧州と米国を中心に 50 ヶ国、1,094 人の回答を集めた。同年、特定非営利活動法人・非線形 CAE 協会主催の第 20 回記念シンポジウム⁽⁶⁻¹⁵⁾において、同等の調査が国内で試みられた。回収数は約 120、参加者の年齢・経験などの観点から偏りのない調査をめざした結果である。今回 EASIT2 の許諾を得て、比較検討した結果を以下に報告する。

6.3.1 学校教育との関連

まず Fig.6-2 は、回答者が受けてきた学校教育と解析業務の関連を示す。縦軸に関連の程度、横軸に回答の割合を示す。それぞれの回答は、最終学歴によっても区分されている。Fig.6-2 (a) に示すように、欧米では解析業務と学校教育との関連が大きいとする回答が 50%を超え、かつ最終学歴が高いほどその傾向が著しい。これに対して日本の場合は、Fig.6-2 (b) を見る限り、この専門特化の傾向は鈍いようである。しかし一方では、「完全に関係する」という回答が博士層でさえ彼我ともに 30%しかないことを踏まえると、業務上の学習が実務においては不可欠と言える。

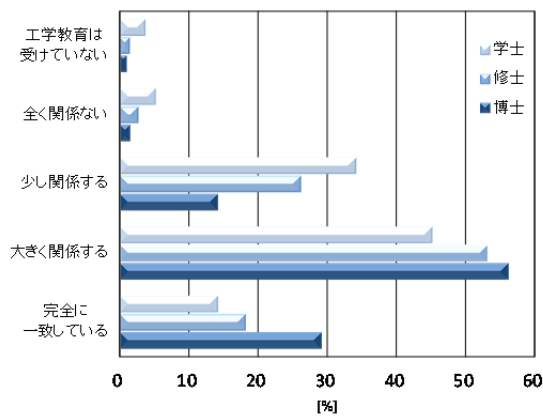
現代は国境を越えて製品と情報が動く時代である。しかし天然資源の偏在が障壁になるのと同様に，国境を容易に越えない要因として，藤本⁽⁶⁻¹⁶⁾は組織能力（organizational capability⁽⁶⁻¹⁷⁾；暗黙的，曖昧であることが多いが，組織内での実践的な訓練によって獲得・伝承される知識や能力，あるいは組織に特有な傾向）と呼ばれる国民性を挙げている。経団連の継続的な調査⁽⁶⁻¹⁸⁾を例にとると，新入社員に対する企業の期待は，首位がコミュニケーション能力（約 80%）であるのに対して，専門性は 10 位以下（約 10%強）に留まる。この傾向は最近 10 年にわたって変わらず，分業よりは集团的なすり合せを得意とする国内製造業の特徴⁽⁶⁻¹⁹⁾を，よく表しているだろう。就職活動においても，この調査結果に近い雰囲気を実感する機会は多いのではないだろうか。

しかし専門性とコミュニケーションの能力を，背反した資質としてとらえるのは必ずしも好ましくない。たとえば今日の自動車は，約 3 万点の部品と 8 千万行のプログラムが組み込まれた複雑製品である⁽⁶⁻²⁰⁾。また国内では 550 万人が従事する巨大産業でもある⁽⁶⁻²¹⁾。コミュニケーションに支えられた問題発見の能力と，専門性に支えられた問題解決の能力が両立しない限り，大規模化した設計を切り盛りすることは難しい。Fig.6-2 からは，バランスの良い専門家の育成が期待されていると読み取るのが適切ではないだろうか。

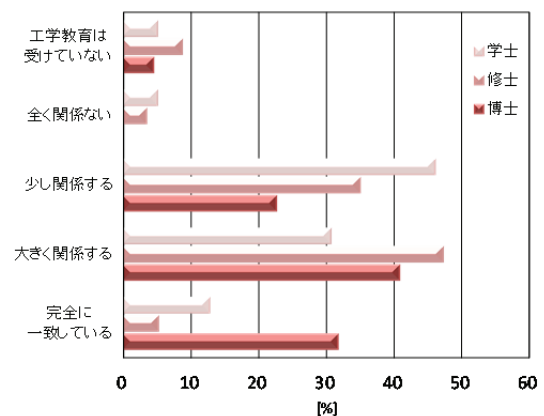
6.3.2 企業内でのキャリア

Fig.6-3 は，従事年数に関する回答を示す。Fig.6-3 (a) に示すように，欧米の場合，5 年以上の解析経験を有するエンジニアは全体の 80%を占め，かつ 20 年以上の経験者が 30%に及ぶ。回答者の問題意識はそもそも高いとはいえ，専門性に対する社会的な理解がこの明瞭な世代構成を支えていると推測される。Fig.6-3 (b) の結果からは日本もその傾向に近づき，CAE ネイティブとも呼ぶべき階層が国内でも成立しつつあることがわかる。しかし 20 年以上の経験者は全体の 10%でしかなく，このキャリアの成立は欧米に比べて遅かったことが理解される。後述のように，業務としてのシミュレーションはトップダウンの性格が強い。予算獲得の場面においては尚更である。したがって高位層の厚みは，この数字以上に大きな差異を与える可能性が高いことに注意する必要がある。

「有限要素法のことなら誰々に訊け・・・(6-22), (6-23)」といった事情が今日でも無視できないのは、シミュレーションという技術の伝承の難しさを物語っている。この難しさは通常「スキル」と呼ばれる(6-17)が、より平明に言えば、言葉で説明される以上のことを我々は暗黙裡に知っていて(6-24), (6-25), その伝承が難しいということである。この暗黙知の精度を高め、共有の効率を高める作用が前述の組織能力である。亀淵(6-26)は西欧における例として、1930年前後のニールス・ボーア研究所では、研究会に招聘された研究者が優れた若者一名を同伴することを許されていたと紹介している。Fig.6-2 (a) と Fig.6-3 (a) が示すように、少なくとも今回の調査に応じた欧米の集団に限れば、中堅を核として見事な世代間のバランスが成立している。人材の育成を、根気よく積み重ねてきた結果ではないだろうか。

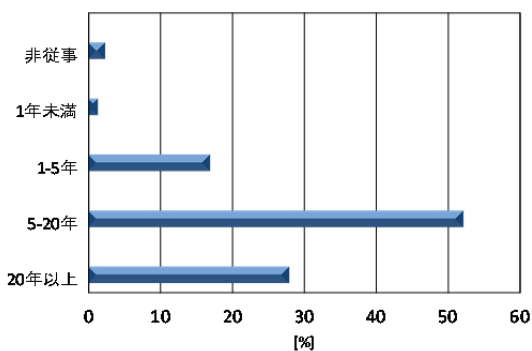


(a) EASIT2 (欧米)

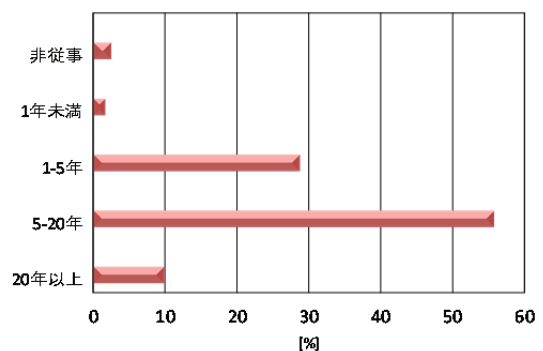


(b) 非線形 CAE 協会 (日本)

Fig.6-2 学校教育と解析業務の関連



(a) EASIT2 (欧米)



(b) 非線形 CAE 協会 (日本)

Fig.6-3 解析業務の従事年数

6.3.3 解析ツールの内訳

Fig.6-4 は、使用している解析ツールの内訳である。一見、欧米と国内との傾向の差異はなく、社内修正を加えたものを含めれば、どちらの調査でも業務の約 65%を商用コードに頼ることがわかる。公開されている範囲に限れば、その利用技術に関して彼我に水準の差はない。たとえば汎用 FEM である Abaqus の場合、現在のユーザ数は 15 万人を数え、そのうち 2 万人が SIMULIA Learning Community と呼ばれるインターネット・コミュニティに属している(6-27)。このコミュニティの目的は、開発者とユーザ、あるいはユーザ同士の意思疎通を、開発側の積極的なメンテナンスの一環として可能にすることにある。少なくとも英語圏では、この種の関係を通じて個人のスキルを向上させることは、かなり容易になったと推測される。

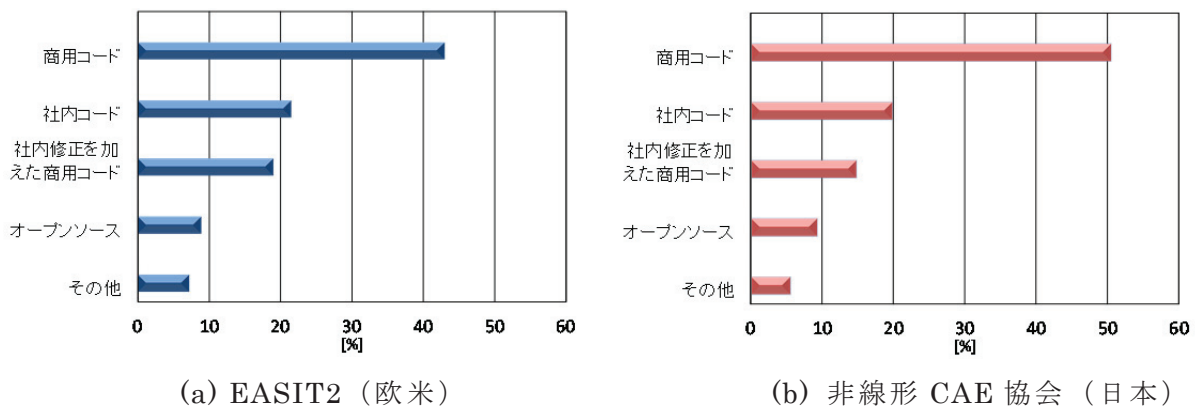


Fig.6-4 解析ツールの内訳

Boeing 社を例にとると、彼らは NASTRAN の新機能の開発を MSC 社に委託し、適当な年限の後に一般に公開させる方針をとった(6-28)。利用の裾野を広げメンテナンスの責任を開発元に帰属させることが、結局、自社の益につながると判断した結果とされている。実際、今回のアンケートを実施した EASIT2 は、解析にかかわる人材のプール (pool) が今後最大の課題であると結論づけている(6-14)。単に貯えるのとは異なり、pool とは共同出資、企業連合 (カルテル) など、より積極的な意味をもった用語である。おそらく日本には乏しかった概念であろう。

実際、今日の欧州では産学が連携し、汎用 FEM を核に据えた研究開発の例が多く見られる(6-29), (6-30), (6-31)。汎用 FEM が備える強靱な非線形解析の機能、あるいは高性能な要素群を利用することによって、学術的なテーマに完全な実用性を与えることが

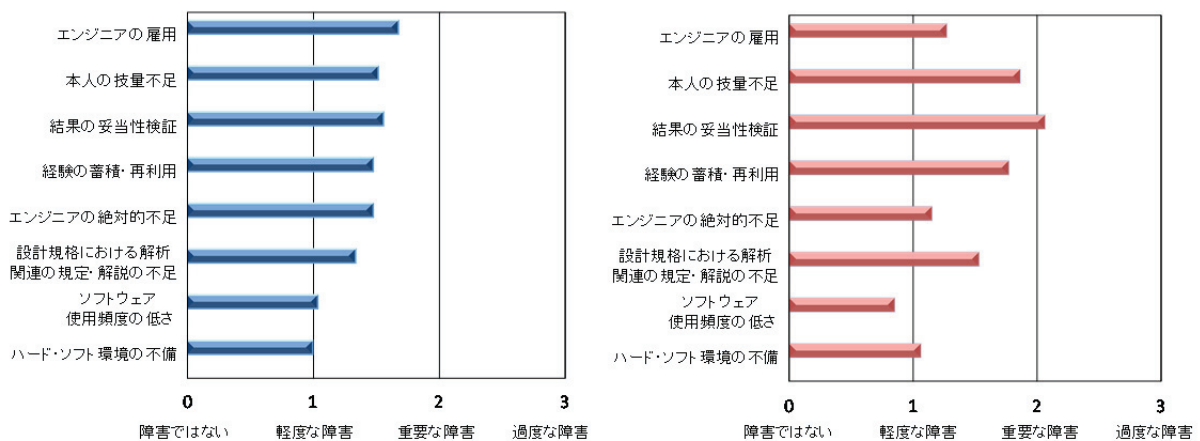
狙いである(6-32)。これらの開発が、NAFEMS や ASME など海外が進める品質マネジメント(6-33)と組み合わせられた暁には、戦略としての国際標準(6-25)、あるいは船舶の設計に関して船級協会が行ってきたような認定(6-34)、(6-35)を伴うビジネスモデルが、シミュレーションの分野に広く持ち込まれる可能性を否定できない。今後の注視が必要ではないだろうか。

6.3.4 解析業務の障壁

Fig.6-5 は、業務上の障害として想定された 8 項目に対して、4 段階で難度を評価させた結果である。全体の平均はどちらも約 1.4 となり、障害の水準は（克服可能な）中庸程度と認識されていることがわかる。しかし欧米ではエンジニアの雇用を筆頭に分布はなだらかな勾配を示すのに対し、日本では、Fig.6-5 の縦軸に示した障害のうち以下の 3 点、

- 結果の妥当性検証
- 本人の技量不足
- 経験の蓄積と再利用

を困難とする回答が際立っている。Fig.6-5 における他の項目はいわばやれば済む問題であるのに対し、この 3 つは異なる。日常的な業務の取り組み、ひいては個人の科学観に直結した問題だからである。



(a) EASIT2 (欧米)

(b) 非線形 CAE 協会 (日本)

Fig.6-5 解析業務に対する障壁

物理学者であり、在日仏大使館において科学参事官を務めたマルク・デュプイ⁽⁶⁻³⁶⁾は、「日本と異なり、フランスの教育では“分析と総合”の訓練に重きが置かれる。特に中等教育において、死んだ言語であるラテン語ないしギリシア語による作文と翻訳の演習は、生徒を分析に向かわせるひとつの方法である。」と明言している。分解と統合は *Divide and conquer* (分解と征服)、あるいは *Divide and rule* (分割統治) と呼ばれ、一挙には到達しがたい問題の解決、あるいは領土支配のための外交手段として用いられてきた西洋的な手法である⁽⁶⁻³⁷⁾。有限要素法がまさに分解と統合の手法であることを思えば、シミュレーションという技法は、彼らの日常的な思考習慣にきわめて近いと推測される⁽⁶⁻³⁸⁾。Fig.6-5 (a) において雇用と科学観が同じ土俵にあり、しかも同程度の障害でしかないことは、我々には奇異に見えても西欧では既に論議が尽くされている^{(6-1), (6-24), (6-39), (6-40), (6-47)}ように見える。

6.4 説明知としてのシミュレーション

6.4.1 Public Understanding of Science

Fig.6-1 に示すように今日の工学の価値は、社会との整合性を高めることに重点が移りつつある。要因は2つあり、一つは人工物の複雑化、いま一つは自然の圧倒的な威力との折り合いである。いずれも社会との合意の形成、端的に言えば専門家以外に対する説明の達成が要件である。たとえば今日の工学に倫理が必須⁽⁶⁻²⁵⁾とされるのは、人間の生死に直結する問題に科学が関わり、かつ専門家ですえ十分な説明を与えることが難しくなっている状況が背景にある。藤本⁽⁶⁻¹⁶⁾は北米における自動車のリコール問題を取り上げ、その本質的な原因は、製品の複雑性から来る開発負荷の（際限のない）増大にあるとしている。複雑化した製品においては、品質上の要求事項を満たすことはできても、ISO9000 が謳う保証の「確信」⁽⁶⁻⁴¹⁾を、市場に向かって一様に与えることはまず不可能だからである。この結果、専門家と専門家以外の間を生じる不信感、あるいは脱却できない相互依存の関係を、小林⁽⁶⁻³⁹⁾は「やるせなさ」と表現している。

日本機械学会は、Fig.6-6 に示すように技術が遂行知 (*knowing how*, 生活遂行のためのスキル) であるに対して、科学を説明知 (*knowing that* ないし *knowing why*, 自然を説明するための知) とし、両者のかけ橋として工学が存在するという概念^{(6-42), (6-43)}を提示している⁽⁶⁻²⁵⁾。説明知である科学は、遂行知である技術の進歩に遅れることを免れないことは、これまでも複数の指摘がある⁽⁶⁻¹⁾が、人工物の複雑性はその傾

向を更に助長する^{(6-38), (6-44)}ために，地球規模の問題が顕在化するようになってきたと言えるだろう。

Fig.6-5 (b) に示した国内での障害の本質は，解析結果の検証ができないことではなく，検証そのものの意味を説明知として見出せないこと，平たく言えば身についた科学観として見出せない「やるせなさ」にあると考えれば，見通しも立てやすくなるのではないだろうか．実際，今回の機械工学便覧の中に技術史は初めて掲載された⁽⁶⁻²⁵⁾が，科学の歴史とそれにかかわる哲学は，国内に相応の蓄積^{(6-44)~(6-48)}があるにもかかわらず，まだ哲学の領域に残されたままである．やるせなさを解消にはもう少し時間がかかるだろう．一方，米国では ASME に Communicating to a Non-Technical Audience⁽⁶⁻⁴⁹⁾というプログラムが設けられ，シミュレーションをその手段として使うミッション⁽⁶⁻⁵⁰⁾も散見される．総称して PUS (Public Understanding of Science)⁽⁶⁻³⁹⁾と呼ばれるこの種の活動が，いずれ実効をあげるように推進してゆく必要がある．

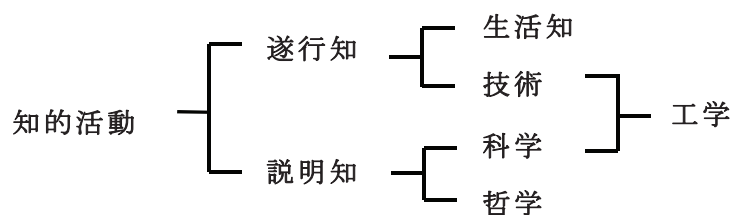


Fig.6-6 説明知と遂行知⁽⁶⁻²⁵⁾

6.4.2 人工現実に対する知

経験の浅いエンジニアにありがちな誤りは，結果の平板的な羅列である．いきなり複雑なメッシュの作成から入り，チェックや変更もできない状態に陥り，消費した工数の重みに逆らえず直進し，成果の出ないまま 2~3 ヶ月を経過してしまう例は稀ではない．ティモシェンコ⁽⁶⁻⁵¹⁾は，学生の多くは力学を数学的に解きたがるあまり，本来の問題との物理的な関わりを見極められなくなると指摘している．実験も同様である．中原⁽⁶⁻⁵²⁾は，「現実の問題に対して材料力学が（定性的であるために）いかに役に立たないか」と断った上で，実験もまた（特定の条件においてのみ正しいので）定量的な意味しか持たないことが多いと主張している．

Fig.6-1 に示したように、これらの著書が刊行された 1960 年代は、古典的な応用力学が完成した時期である。理論と実験を二つの柱とし、科学技術の優位性を実証しようとする時代であった。月面への着陸、乳児死亡率の激減⁽⁶⁻⁵³⁾といった事情からは、当時の空気を容易に推し量ることができる。しかし限りなく複雑化する現実を前にしたとき、既存の手法のなかに“ある種の閉塞感⁽⁶⁻²²⁾”が現れてきた経緯を、上記の指摘から読み取ることができるのではないだろうか。

今日、理論と実験という二分法そのものに対して、社会構成主義 *social constructivism* と呼ばれる一派が哲学上の異論を主張し、かつ科学の内部からも、シミュレーションという二分法に収まらない技法の出現が旧来の論点を無効にしてきたと出口⁽⁶⁻⁴⁴⁾は指摘している。次項に示すように、この指摘の背景には、理論・実験・シミュレーションの三つがいずれも人工現実に対する知に属するという理解がある。かつて 1920 年代には、「科学における分解と統合の手法は、数学と因果関係の説明を骨格とし、その妥当性は *facts* との比較によって *suggest* される、それを *verification* という⁽⁶⁻³⁷⁾」と考えられていた。いまシミュレーションという技法のなかで、*facts* あるいは *suggest* の意味を改めて問い直すことがポイントである。

6.4.3 *facts*: 抽象化された現実

Fig.6-7 は、ASME が提唱する V&V (*Verification & Validation*) のフローチャートである⁽⁶⁻⁵⁴⁾。ここでは解釈を助けるために、原文とその和訳⁽⁶⁻⁵⁵⁾を併記した。人工現実に対する知という観点から見たとき、まず注目すべきは“抽象化された概念モデル”がチャートの最上流に置かれることである。我々はこの種の始点があることは知っていても、明示的に訓練する場を持たなかったのが実情ではないだろうか。原文では *abstraction* という用語が用いられ、Fig.6-7 では慣用的に抽象化と訳されている。*Abstraction* の起源は、*abs-* (離れて) と *trahere* (引き出す) にある。科学技術の分野に限り、日本語で言い換えるならば“捨象”がよりの確である⁽⁶⁻⁵⁶⁾。実際、広辞苑⁽⁶⁻⁴⁾には「抽象とは対象からその一部を抽(ぬ)き離して把握すること。その際、他を排除する作用を伴う。これを捨象という」とある。

科学における分解と統合は、ニュートンの分光実験(1666年)、あるいはフーリエ(1768-1830)に起源を求めることが出来る⁽⁶⁻³⁷⁾,⁽⁶⁻⁵⁷⁾。しかし更に踏み込んだ人工現実という理解は、実験科学を対象としてマッハ(1838-1916)によって提示されたと

高田(6-57)は指摘している． マッハによれば， 実験は以下の連鎖を経て成立する．

実験 ⇒ 抽象化 ⇒ 概念モデル ⇒ 量的把握 ⇒ 実験

これは V&V のチャートと全く同じ手続きである． たとえば Fig.6-7 を注意して見ると， Validation の矢印 ⇔ は， シミュレーションと実験の双方を指している． 二つはいずれも人工現実であるが故に， 互いにその妥当性を検証するのが本来と読み取れる． 無論， 仮説が実験によって確認される例は現在でも少なくない． しかし相互に検証しなければ見落としが出ることを， この矢印は示唆している． 今日， ぼう大なデータが扱われるようになると， 仮説にとらわれない思いもよらぬ facts は， 理論・実験・シミュレーションのどこに現れても不思議はない(6-58)からである．

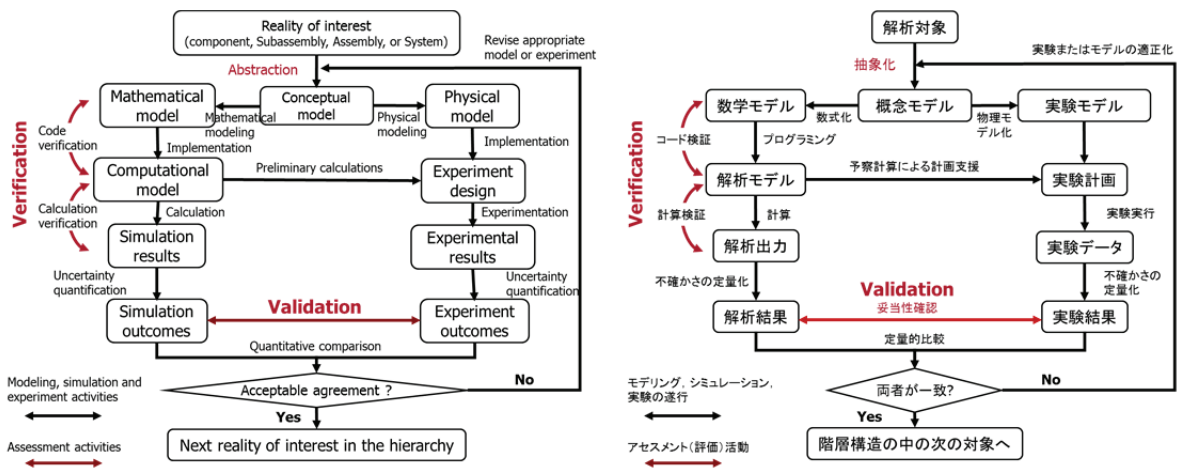


Fig.6-7 ASME V&V 10-2006, Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics(6-54), (6-55)

Fig.6-8(6-59)は， フランチェスコ・レディ（1626–1697）によるハエの発生に関する実験である． 彼は外界と遮断した肉片にはハエは発生しないことを示した． この状況は明らかに自然そのものとは異なる． 人間が自然に働きかけ， 捨象し， 日常とは違った状況を設定することによって， 実験は成立することがわかる． 冒頭に述べたように， シミュレーションが実物に代わるシステムの提示であるならば， 実験もまた明らかに（広義の）シミュレーションである． いま近代的な機材を使い， 広義のシミュレーションという視点をもってトレースすれば， レディの実験はどのように変貌するだろう

か？ 腐敗の要因，ハエを呼び寄せる機構・・・，実験の背後にあるぼう大な現実を定量化することができるはずである． Fig.6-7 に戻り，中流にある“Preliminary calculations”に注意すると，その矢印は一方向⇒である．実験においてさえ，その近代的な解釈はシミュレーションという概念を通過することによって初めてもたらされることを，この一方向の矢印は示唆している．

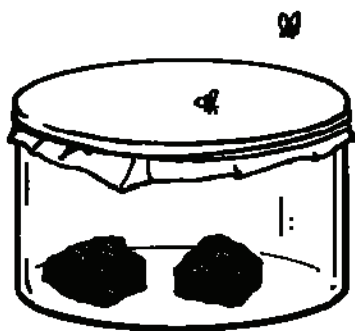


Fig.6-8 フランチェスコ・レディの実験(6-59)

6.4.4 suggest:判断の連鎖

V&V のチャートのもう一つの特徴は， Fig.6-7 に示すように最後が“階層構造の中の次の対象（関心）へ”で終わることである．越塚(6-33)が指摘するように，検証を尽くした予測を受け入れることで今日の社会は成立してきた．言い換えれば“科学は確かに事実に基づいてはいるが，厳密には事実ではなく，むしろ広く認められている判断の連鎖にしかすぎない(6-1), (6-60)”ということである．論文に投稿された知見は査読と引用を受け，やがて教科書に掲載されて周知となる経緯を思い出せば，この指摘は的確である．V&V のチャートは，連鎖のなかの一つの環を表していると見ることができるだろう．

この連鎖は何をもたらすだろうか？ たとえば Fig.6-9 は， Abaqus(6-61)のマニュアルについてその変遷を示す．10年で分量は2.5倍に増加し，現在は5,000ページを超える．あるいは機械工学便覧を見れば，その索引は1万語から成る．個人の学習の容量としては上限に近い．ようやく20年をかけて，5,000ページあるいは1万語を習得するという推算は的外れていないだろう．我々には社会生活が並行するからである．増大するのは必要な知識だけではない．「CAEを導入することによって試験点数が減ります」と我々は言い続けてきた(6-16)．その結果どうなったか？ Fig.6-10(6-62)に示すように確かにNGも減ったが，必要な試験はますます増えることになった．理解が深

まると共に規制も綿密化し，要求には歯止めが無いからである．分野の横断，まして専門家以外への説明責任といった課題の実行は，語彙と技巧の壁によってまず遮られる．

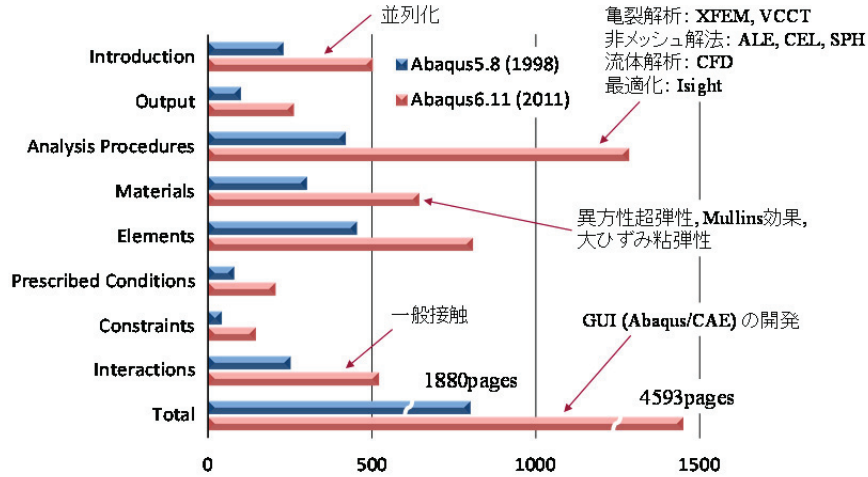


Fig.6-9 Abaqus マニュアルの変遷(1998-2011)

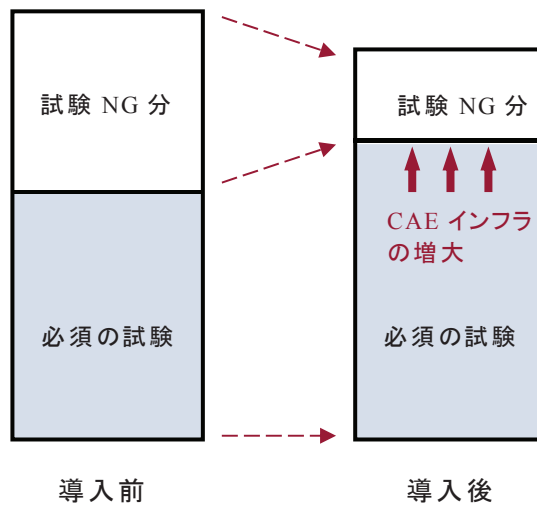


Fig.6-10 CAE インフラの増大(6-62)

しかし一方では，量によって質が強化(6-32), (6-63)される側面は見逃しがたい．国内では多くのエンジニアが CAE に頼り，学問と技術のはざまを浮上してきた．高原(6-64)が指摘するように，設計は学術にいつも頼れる訳ではない．因果関係には触れぬまま，実験式や経験則に頼らざるを得ない状況が往々にしてある．しかしそこに

CAE が正しく関与できれば、埋め込まれた理論による補強の効果は著しい。エンジニアは、自分もまた科学の徒であったことを思い出すのである。今日、その数は確実に増加している。基礎理論の重要性が以前に増して問われるのは、この体験の増加という現実が、理想への願望を揺るぎないものにするからではないだろうか。Fig.6-9 に示した Abaqus の来歴からは、単体のソルバーとして汎用 FEM を開発するというよりも、現代工学を網羅したシステムを実現することに最終的な目標があるように見える。計算能力を付したアーカイブの構築ということである。アーカイブとは暗黙知を形式知に変換し、保存し、提供するための社会的基盤ないし制度をいう⁽⁶⁻⁶⁵⁾。前述のように、汎用 FEM を核として産学の共同研究を進める欧州の活動は、この試みの範疇に入ると言ってよい。

ハーバード・ビジネススクールが警告する“マーケティング近視眼⁽⁶⁻⁶⁶⁾”と呼ばれる状況は、製品の突出した機能に目を奪われて社会的な価値判断を見失った状態をさす。Fig.6-10 が示す際限のないインフラの増大には、この近視眼的な投資に近い状況もあるに違いない。地球環境に余裕が無くなってきたことが、問題の解決をさらに難しくしている。国内では慶應⁽⁶⁻⁶⁷⁾に代表されるビジネススクールでは、展望の見えない課題を対象として、2年間に 300 から 400 ケースの議論を行い、意思決定の能力を高める教育が行われている。ケースメソッドと呼ばれるこの教育の目的は、問題を直接解決するには至らないかもしれないが、問題に正面から向き合う状況を組織のなかで作り出すことにある。湯川が指摘するように、これまでの科学は勇気とあまり関係はなく⁽⁶⁻⁶⁸⁾、おそらく歴史的に見てもその判断は正しい^{(6-1), (6-60), (6-40)}。しかし直面する困難ににじり寄るアプローチが、いま必要とされている。

6.5 遂行知としてのシミュレーション

6.5.1 なぜ現物主義に負けるのか？

Fig.6-11⁽⁶⁻⁶⁹⁾は、製品開発の達成を縦軸に取り、実験と解析の関連を描いた図である。図中 (a) に示すように、実験による開発は時間 t_1 を必要とするが確実に目標に到達する。これに対して解析は、メッシュを切ればひとまず始まるので立ち上がりは早い。しかし最後まで到達することは稀である。Fig.6-11 (b) に示すように、もし両者を組み合わせることができれば、開発期間を t_2 まで圧縮できる。経験を解析によって置き換えるというありきたりな発想はこのあたりに起源がある。だが現実には、実験と解析の不連続を乗り越えられず、結局、解析が足手まといになることが少なくな

い. 図中の t_2' はこの状況を表している. 現物主義に負けるということである.

単純な系, あるいは極端に複雑な系においてシミュレーションが現物主義に負けるのは, 現物を上回る適切な代替システムを見出すことができないからである. ロッククライミングを想像してみよう. 岩場が 1m ならば解析などしない. 逆に 100m ならば信じるにはためらいが残る. しかし 10m ならどうだろうか. 真剣に解析し, 限界を見極めようという状況になるはずである. すなわち, シミュレーションは中位の複雑系に対して最も効果がある(6-38), (6-63). したがって解析部門のマネージャーには, 問題の複雑性を正しく識別する能力がまず求められてきた. 解析に乗りにくい課題を捨てる, あるいは何とかして課題に持ち上げる力量も, その中には含まれなければならない. 最も重要なのは, 事故対策, 実験部門との軋轢, 解析依頼の謝絶など, ネガティブな場面における(技術的な)説得力である. 理論解・手計算など, シミュレーション以外の明晰な方法を伴わなければ交渉は難しい. 良い組織ほどトップダウンの傾向が強まりがちである.

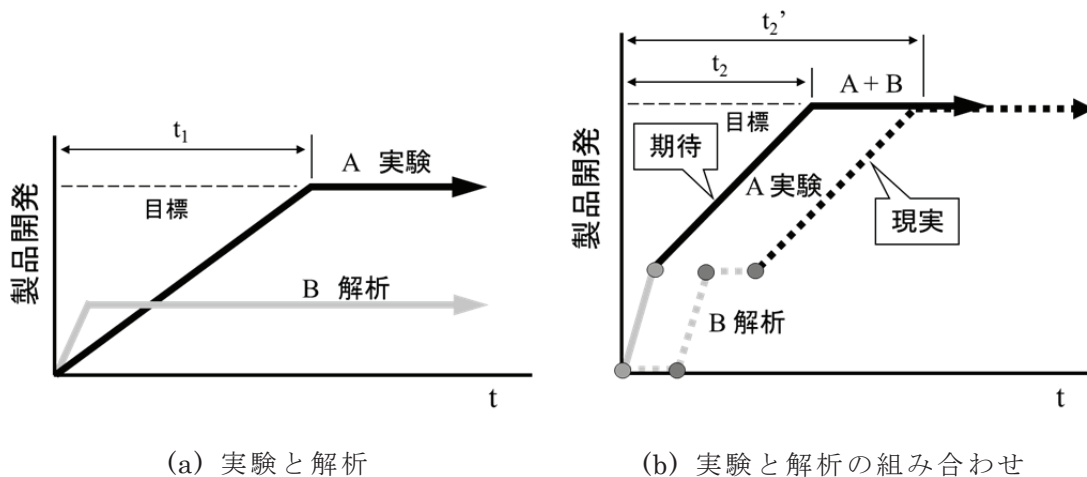


Fig.6-11 シミュレーションによる製品開発の加速(6-69)

6.5.2 デスパレーの概念

Fig.6-12 は生産の各段階に対するシミュレーションの適用を, 2013 年に NAFEMS が調査した結果である(6-70). プロセスを 4 つの段階に分けたとき, 適用の首位は Engineering phase で 45% を占める. Engineering とは “科学的な知見を実機に適用する(6-56)” ことを意味する. 概念を形にするために, この段階では中位の複雑系に属する問題を多く扱うと考えられ, シミュレーションの成果を具体化しやすいことがう

かがえる。これに対して Fig.6-13 は、ベンチャービジネスへの警鐘として、2002 年に米国商務省・標準技術院（NIST）が提唱したデスバレーの概念（6-71）である。横軸に研究の段階、縦軸に資金調達の見込みを示す。基礎研究にはある程度の資金調達が期待できるが、市場実用化の一手手前、すなわち実証段階への投資は敬遠されることを示している。Fig.6-12 と Fig.6-13 を比較すると、実証段階でのシミュレーションは必須でありながら、常に資金調達の不安にさらされることがわかる。新しいソフトウェアの導入は熱気に押されてどうにかなる。しかし人員を確保できない、あるいは保守費用を工面できないという状況が現れ、最後は担当役員の指導力に依存するといった展開に陥ることに注意しなければならない。

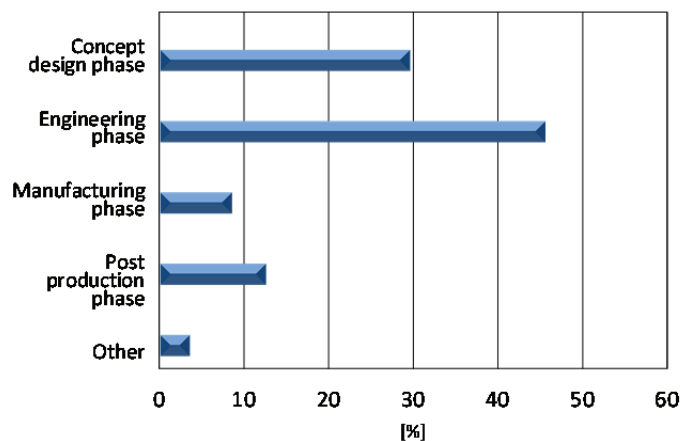


Fig.6-12 生産の各段階に対するシミュレーションの適用（6-70）。

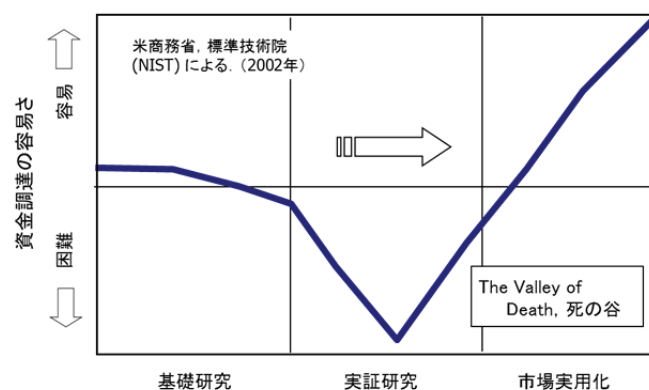


Fig.6-13 デスバレーの概念（6-71）

世界的に成功した商用コードは、巨大科学あるいは軍需⁽⁶⁻⁶⁶⁾によるトップダウンによってデスバレーを克服してきた歴史をもっている。国内でも、有限要素法は大型計算機の庇護の下に育成されてきた経緯があるが、それも過去のものになった。ASME V&V のフローチャートはボトムアップを前提にしていると明言しているが、ボトムアップによってデスバレーを越えることは本来容易なことではないことを理解しておく必要がある。

6.5.3 設計段階に応じたシミュレーション

Fig.6-11 を発展させ、生産技術の分野で使われるシーケンシャルモデルの概念⁽⁶⁻⁷⁾、⁽⁶⁻⁷¹⁾、⁽⁶⁻⁷²⁾を適用した結果を Fig.6-14 に示す。前項 Fig.6-12 に示した Engineering phase はやや曖昧な区分であったが、Fig.6-14 では“R&D”と“製品設計・製造”を、分割して表示した。V&V の概念は、主に R&D の段階を念頭において構築されてきたと考えられるからである。しかし R&D に続く製品設計・製造の段階では、（忘れられがちであるが）V&V は既に完結していなければならない。生産段階に入ってから躊躇は許されないからである。高速な演算実行が最優先課題であり、金銭的投資による向上が著しい部分でもある。3D-CAD と本格的に組み合わされる結果、圧倒的な人員投入、圧倒的な分解能向上によって解決される部分が少なくない⁽⁶⁻⁷³⁾。

国内での問題意識は高くないが、Fig.6-5 に挙げられた障壁のうち“設計規格における解析関連の規定・解説の不足”は、この生産段階における解析の水準を維持する上で極めて重要である。例えば藤岡⁽⁶⁻⁷⁴⁾には原子力分野の高温機器に対する応力評価、あるいは水野⁽⁶⁻⁵⁾には原子力用配管の設計法について、規格の意図を FEM 解析の具体的な手順に展開した例がある。国内では稀少と言わなければならない。なお見過ごされがちな事項として、高野⁽⁶⁻³³⁾、永井⁽⁶⁻⁷⁵⁾が指摘するように、単にソルバーの精度に注目するだけでなく、ポストプロセッサを使って加工された解析結果の解釈についても、細心の注意を払うことが必要である。

以上のような課題はあるものの、R&D と製品設計・製造の段階については、現状、道具立ては整ったと考えてよい。図中に示すように、未解決の課題は概念設計と保守・維持の段階に多く残されている。このうち概念設計については FOA⁽⁶⁻⁷⁶⁾、1DCAE⁽⁶⁻⁷⁷⁾、構造最適化⁽⁶⁻⁷⁸⁾などの新しい概念が、早晚、実用域に入ってゆくだろう。これに対して保守・維持に関しては社会的なインフラの老朽化や災害復旧など、

社会的要請とのすり合わせが必要となる。損傷許容設計の考え方について、一般の理解を得ることも容易ではないだろう。寿命評価や事故対策のシミュレーション技術を向上させるために、まずは破壊現象のモデリングが当面のターゲットではないだろうか。

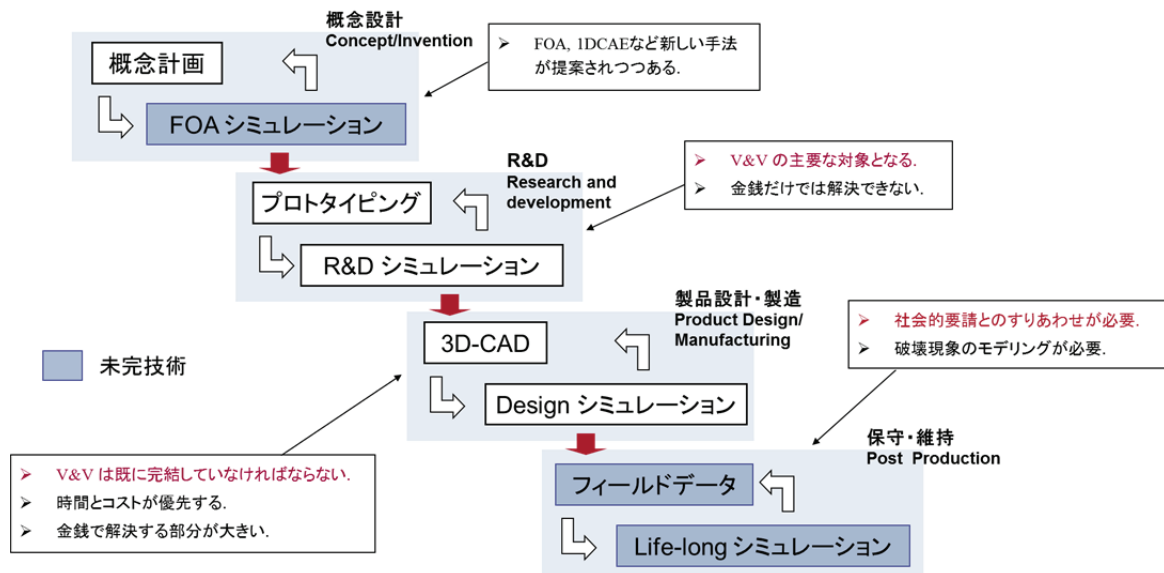


Fig.6-14 設計段階に応じたシミュレーション

6.6 シミュレーションを遂行する力

7世紀以降の日本は、かろうじて入ってくる典籍をよりどころとして bookish な言語文化を独自に築いてきた。科学も例外ではない。漢文的な素養の上に西洋は接ぎ木され(6-36)、科学の分野に限っても4万語に近い和製の用語体系(6-79)を完成させた。しかし一方では、翻訳に頼る学習がラディカルなイデオロギーに陥ることについては、洋の東西を問わず多くの例証(6-60), (6-80), (6-81), (6-82)がある。

Fig.6-7のV&Vにおいて、最上流にある“概念モデル”は、原文では conceptual model である。語源は conceptio にあり、受胎（特に聖母マリアの懐胎）を意味する(6-83)。人工現実という解釈もさることながら、たとえば物理学者である Philipp Frank（1884-1966）には、「我々が知りえるものは、分析的な知性によって抽象の中に溶解されてしまった世界でしかない(6-84)」といった指摘がある。西洋は論理と修辭を尽くし、莊嚴な思弁性のなかに真理を説こうとした文明である(6-81)。我々はこの種の方法論とは縁が薄い。例えば ASME は 2012 年の初回以来、V&V に関する合議に

シンポジウムの形態を採用している。これは多様な不確定性の中から **concept** を収集し、**suggest** によって遠巻きの輪をせばめ、新たな方法論を樹立しようとする試みではないだろうか。山田⁽⁶⁻⁸⁵⁾はこれを **Regulatory science** (規制科学) と評している。

欧米のエンジニアの中には、日常の会話として、

- **Concept** はきわめて **early** なものである。 **I have no idea.** (見当がつかない) と言うときの **idea** に近い。
- 多様な考え方を許容するために **concept** という中間的な存在を置くことが必要。

という認識⁽⁶⁻⁸⁶⁾がある。野口 (慶應義塾大学) は、かねて学術だけで研究を成就させることは難しく、許される機会と時間、つまり日常の生活の制約が厳しいと歎じていた。借り物ではない科学観、日常の底上げが重要と考えられる。一方ニールス・ボーア (1885-1962) は、真理に対して相補的なものは何かと問われた際に、即座に「明晰性」と答えたといわれる⁽⁶⁻⁸⁷⁾。真理に徹底すれば明晰性が薄れ、逆に明晰性を求めれば真理の一部が失われるということである。専門家以外へのアプローチが語彙と技巧によってまず遮られるのであれば、真理の相補性はより本質的に我々を妨げることになるだろう。

6.7 結論

自然災害の苛烈を通して、我々のあらゆる活動は、社会的な規範を最優先の権威として受け入れる時代を迎えようとしている。一挙には到達しがたい問題の解決のために、現実を直視し循環的に肉迫する科学の方法論は、今こそ見直されて良い。実際、ビジネススクールのような最近の教育の現場では、ケーススタディ (標準問題を囲んで評価と解釈を与え、何らかの結論を明示する手法) に代えてケースメソッド⁽⁶⁻⁸⁸⁾という問題発見型の教育、すなわち討議を重ねることによって複雑系に対する当面の意志決定をめざす教育が行われている。この手法は、現状は教育段階にとどまっており、結論の明示に至ることは必ずしも期待できないが、単なる情報の提供とは明らかに異なる視点に立つものであることに注意したい。シミュレーションに従事する者として、設計の向上、利益率の向上、キャリアの向上など、その役割はさまざまに考えられる。しかし今日もっとも求められるのは、次のことである。 **Improve our society, because fast is never fast enough**⁽⁶⁻⁸⁹⁾。

7 結言

広辞苑にあるシミュレーションの定義、「システムの挙動を、これとほぼ同じ法則に支配される他のシステムによって模擬する」という表現は、我々自身が事実働きかけるといふ科学の要件を、きわめて現代的に言い表している。本文に述べたように、単純な系、あるいは極端に複雑な系においてシミュレーションが現物主義に負けるのは、現物を上回る適切な代替システムを見出すことができないからである。モデルの抽象度を高め、洗練された方法で現象にアプローチするという方法論は、科学に関して我々が負ってきた多くの制約の花実として培われてきたものである。この古い工学のスタイルは、今こそ見直されて良い。過去の資産にシミュレーションという新しい衣を着せ、次の世代に引き渡してゆくことを目的として、筆者は非線形構造解析の業務に従事してきた。本学位論文は、その中で得られた知見を取りまとめたものである。

本研究の学術的新規性は次の 5 点に要約できる。

1. ゴム材料の超弾性

金属部品を樹脂材料で置き換えようとする樹脂化の要請は、コスト削減の目的だけでなく、新材料開発によって付加価値を向上させる取り組みに対しても重要な課題である。特にゴム材料は、緩衝・防振・封止などの目的に対して最も代表的な候補と言える。本研究ではゴム材料の超弾性構成則として **Ogden** モデルに注目し、多軸応力場を含む引張試験法、その計測結果に基づいた材料定数の同定、さらに汎用 **FEM** への適用について実用的な手法を確立した。一連の開発の結果、大変形・大ひずみ領域におけるゴムの構造解析を、十分に実用的な水準に高めることができた。

2. 樹脂材料の粘弾性

半導体など高い熱負荷の下で樹脂が多用される製品では、その寿命評価に対して粘弾性挙動の把握は避けられない課題である。1950 年代に始まった近代的な粘弾性材料の研究は 1960 年代には一応の完成を見たが、実験的・解析的な困難に阻まれ、実用化に関する研究は興味の対象から次第に遠ざかる経緯をたどった。特に線形粘弾性の **FEM** 解析は極めて応用性が高いにもかかわらず、実用的な利用への最後のステップが放置されてきた感が強い。本研究では一般化 **Maxwell** モデルの利用を前提に、時間-温度換算則を応用した試験方法、材料モデルの同定、汎用 **FEM** への組み込みの手順

を確立した。本研究によって開発された材料モデル同定のソフトウェアは、今日国内で粘弾性解析を行う際の必須のツールとして認められている。

3. 薄肉構造の不安定性

樹脂化と同様、構造物の薄肉化は現代の軽量構造の実現に不可欠な課題である。しかしシェルに代表される薄肉構造の挙動は初期不整に対して極めて鋭敏であり、微小な不整が引き金となって局所変形が発達し、座屈安定性の喪失の原因となる。本研究では従来の弧長法に代わり人工粘性法を採用し、軸圧縮を受ける弾性円筒シェルの深い後座屈領域までの過程を、分岐座屈点で解析計算を中断することもなく、連続的に追跡する解析の手法を開発した。応用例としてこの分野での代表的な知見である Yamaki, Esslinger らによる実験結果を取り上げ、汎用 FEM を利用した解析の中でほぼ完全にトレースできることを示した。本研究の成果は、欧州における圧力容器の最終耐荷力の設計に適用されている。

4. 原子力分野への応用

国内に限らず、有限要素法の発達は原子力機器の開発に多く依存してきた現実がある。高速増殖炉の配管設計に関わり、筆者が得てきた知見を現在の視点から整理した。当時ようやく実用化され始めた接触問題の解析と、非弾性解析を組み合わせた研究事例である。クリープ温度域における熱膨張応力の低減と、地震時における配管の支持剛性の確保という課題に対して、ホットクランプと呼ばれる配管支持構造の成立性を示した。

5. 構造シミュレーションと社会

今日の工学は、社会的な規範を最優先の権威として受け入れる時代を迎えようとしている。その要因として、一つは人工物の複雑化、いま一つは自然の圧倒的な威力との折り合いという2つの課題があることを明らかにした。いずれも社会との合意の形成、端的に言えば専門家以外に対する説明の達成が要件である。これら一挙には到達しがたい問題の解決のために、現実を直視し循環的に肉迫する科学の方法論、ことわけてシミュレーションという新しい技術の価値を示した。解析結果の検証、非専門家に対する訴求力の向上が、向上すべき当面の課題である。

忘れられがちなことであるが、科学的な事実は事実としてそこにある訳ではない。

その時代に許された計測方法によって人間が事実に関与し、複数の解釈と照査の手続きを重ね、科学的な事実はその時代のなかで共有されてきた。すなわち科学は個人の発見の歴史であると同時に、複数の手による概念の成長の歴史である。シミュレーションという技術の発達もその例外ではない。高田⁽⁷⁻¹⁾は、見る、聞く、数える、といった自然への問いかけのうち、シミュレーション（まねる、模擬する）という行為は最終形に近いが、その先には「そのとき (in situ)」、あるいは「そのまま (in vivo)」といったアプローチがあり得ると指摘している。湯川⁽⁷⁻²⁾が既に 1960 年代に指摘しているように、これからは「情報 (データ)」という概念の解釈が重要になってくるに違いない。今後の発展を期し、結言としたい。

8 参考文献

以下に本文中の参考文献を示す。なお学位申請に関わる論文リストを、改めて本章末尾に示す。

第1章 はじめに

- (1-1) S. P. Timoshenko, 最上武雄監訳, 川口昌宏訳, 材料力学史, 鹿島出版会, 東京, 1977, p.1.
- (1-2) 新村出編, 広辞苑, 第3版, 岩波書店, 東京, 1983.
- (1-3) 岩波講座, 哲学, 9 科学/技術の哲学, 2008, pp. 49-62 (出口) .
- (1-4) 野口裕久, 野口先生遺稿 最近の非線形解析とその動向-汎用プログラムのカスタマイズ-, 計算工学, Vol.14, No.1, 2009, pp. 1970-1973.

第2章 材料非線形問題・ゴム材料の超弾性

- (2-1) 例えば久保亮五, ゴム弾性 [初版復刻版], 裳華房, 東京, 1996.
- (2-2) J. T. Oden, 山田嘉昭他訳, 非線形連続体の有限要素法, 培風館, 東京, 1980.
- (2-3) 棚橋隆彦, 連続体の力学(3), 理工図書, 東京, 1986.
- (2-4) 久田俊明, 野口裕久, 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 東京, 1995.
- (2-5) K. C. Valanis and R. F. Landel, *Journal of Applied Physics*, Vol. 38, 1967, p.2997.
- (2-6) 川端季雄, 日本ゴム協会誌, Vol. 45, No. 2, 1972, p.207.
- (2-7) 例えば K. J. Bathe, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall, USA, 1996.
- (2-8) D. F. Jones and L.R.G. Treloar, *Journal of Physics*. Vol. D, No. 8, 1975, p.1285.
- (2-9) R. W. Ogden, *Proceedings of the Royal Society of London A*, 326, p.565, 1972.
- (2-10) R. W. Ogden, *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 59, 1986, p. 361.
- (2-11) R. W. Ogden, *Non-linear Elastic Deformations*, Dover Publications, USA, 1997.
- (2-12) L. R. G. Treloar, *Transactions of the Faraday Society*, Vol. 40, 1944, p. 59.
- (2-13) M. Mooney, *Journal of Applied Physics*, Vol. 11, 1940, p. 582.
- (2-14) L. R. G. Treloar, *Transactions of the Faraday Society*, 39, p.241, 1943.
- (2-15) R.S. Rivlin and D. W. Saunders, *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, No. 243, 1951, p. 251.
- (2-16) A. E. Green and W. Zerna, *Theoretical Elasticity*, Oxford at The Clarendon Press, UK, 1954.
- (2-17) A. E. Green and J. E. Adkins, *Elastic Deformations and Non-Linear Continuum Mechanics*, Oxford at The Clarendon Press, UK, 1960.
- (2-18) Ogden モデルによるゴム材料解析, *Mech D&A News*, Vol. 1999-4, 株式会社メカニカルデザイン, 1999.

- (2-19) 単軸試験によるゴム材料モデルの推定, Mech D&A News, Vol. 2001-2, 株式会社メカニカルデザイン, 2001.
- (2-20) E. M. Arruda and M. C. Boyce, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 41, No. 2, 1993, p. 389.
- (2-21) 前田裕子, 戦時期航空機工業と生産技術形成, 東京大学出版会, 東京, 2001.

第3章 材料非線形問題・樹脂材料の粘弾性

- (3-1) 富田幸雄, レオロジー, コロナ社, 東京, 1975, pp. 1-8.
- (3-2) 粘弾性解析における諸問題(その1 Maxwellモデルの基本的な性質), Mech D&A News, Vol. 2005-2, 株式会社メカニカルデザイン, 2005.
- (3-3) 以下(3-3)~(3-6)は代表的な教科書として, 隆, 粘弾性挙動と特性係数, 材料システム, Vol. 6, 1987, pp. 20-48.
- (3-4) 小野木重治, 高分子と複合材料の力学的性質, 化学同人, 東京, 1995.
- (3-5) 小野木重治, 化学者のためのレオロジー, 化学同人, 東京, 1997.
- (3-6) 深堀美英, 設計のための高分子の力学, 技報堂, 東京, 2000.
- (3-7) ティー・エイ・インストルメント・ジャパン株式会社, <http://www.tainstruments.co.jp/>
- (3-8) JIS K7244-1-2006, プラスチック-動的機械特性の試験方法-第1部: 通則.
- (3-9) 粘弾性解析における諸問題(その2 時間-温度換算則とマスターカーブ), Mech D&A News, Vol. 2005-3, 株式会社メカニカルデザイン, 2005.
- (3-10) 藤川正毅, 三上貴央, 隆, 三原康子, 小林卓哉, 線形粘弾性特性係数関数の実用的近似法, 日本機械学会論文集, A編, Vol. 72, No. 723, 2006, p. 109.
- (3-11) 藤川正毅, 三上貴央, 隆雅久, 緩和スペクトルの平滑性を考慮した貯蔵・損失モジュラスのプロローニ級数近似法, 材料システム, Vol. 25, 2007, p.65.
- (3-12) I. Emri and N. W. Tschoegl, Rheologica Acta, Vol. 32, 1993, p. 311.
- (3-13) 三上貴央, 藤川正毅, 小林卓哉, 粘弾性制振素材の実験および解析的研究, 自動車技術会春季大会, 306-20085070, 2008.
- (3-14) TMRREAL SCHILD, 積水化学工業, <http://www.sekisui.co.jp/search/detail-2758.html>
- (3-15) 田中良平, 制振材料その機能と応用, 日本規格協会, 東京, 1992.
- (3-16) 制振工学ハンドブック, コロナ社, 東京, 2008.
- (3-17) 例えば 森脇信生, 制振鋼板の損失係数に及ぼす振動モードの影響, 自動車技術会シンポジウムテキスト, No.16-06, 2006, p. 15.
- (3-18) JIS G 0602(1993), 制振鋼板の振動減衰特性試験方法.
- (3-19) 岩壺卓三, 制振鋼板の減衰特性測定のためのJIS規格化について, 日本機械学会論文集, C編, Vol. 59, No. 566, 1993, p. 2921.

- (3-20) T. Kobayashi, M. Sato and Y. Mihara, Application of Thermo-Viscoelastic Laminated Plate Theory to Predict Warpage of Printed Circuit Boards, Viscoelasticity - From Theory to Biological Applications, ISBN: 978-953-51-0841-2, InTech, 2012.
- (3-21) W.G. Knauss, Aspects of Linear and Nonlinear Viscoelasticity A partially historical perspective, The 9th International Conference on the Mechanics of Time Dependent Materials, May 27–30, 2014, Montreal, Canada.

第4章 幾何学的非線形問題・薄肉構造の不安定性

- (4-1) 三原康子, 小林卓哉, 藤井文夫, 軸圧縮を受ける弾性円筒シェルの後座屈解析, 日本機械学会論文集, A編, Vol. 77, No. 776, pp. 582-589, 2011.
- (4-2) T. Kobayashi, Y. Mihara, and F. Fujii, Path-Tracing Analysis for Post-buckling Process of Elastic Cylindrical Shells under Axial Compression, Thin-Walled Structures, Vol.61, 2012, pp. 180–187.
- (4-3) 例えば J. G. Teng, and J. M. Rotter, Buckling of Thin Metal Shells, Spon Press, UK, 2004.
- (4-4) N. Yamaki, Elastic Stability of Circular Cylindrical Shells, North-Holland, Netherlands, 1984.
- (4-5) M. Esslinger, Hochgeschwindigkeitsaufnahmen von Beulvorgang dünnwandiger, axialbelasteter Zylinder, Der Stahlbau, Vol.39, No.3, 1970, pp. 73-76.
- (4-6) J. Singer, J. Arbocz and T. Weller, Buckling Experiments: Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures, Vol.2, John Wiley & Sons, New York, 2002, p.635.
- (4-7) A. Sadowski, and J. M. Rotter, Modelling and Behaviour of Cylindrical Shell Structures with Helical Features, Computers and Structures, Vol.133, 2014, pp. 90–102.
- (4-8) Abaqus Users Manual, Version 6.13, Dassault Systems Simulia Corp., USA, 2013.
- (4-9) 藤井文夫, 大崎純, 池田清宏, 構造と材料の分岐力学, コロナ社, 東京, 2005, pp.14-16.
- (4-10) <http://www.mech-da.co.jp/demo/demo2.html>, 株式会社メカニカルデザイン.
- (4-11) T. Kobayashi, M. Sato and Y. Mihara, Application of Thermo-Viscoelastic Laminated Plate Theory to Predict Warpage of Printed Circuit Boards, Viscoelasticity - From Theory to Biological Applications, ISBN: 978-953-51-0841-2, InTech, 2012.
- (4-12) S. P. Timoshenko, and J. M. Gere, Theory of Elastic Stability, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1961, p.465/eq. (j), p.472/Fig. 11-8.
- (4-13) F. Fujii, H. Noguchi and E. Ramm, Static Path Jumping to Attain Postbuckling Equilibria of a Compressed Circular Cylinder, Computational Mechanics. Vol.26, No.3, 2000, pp. 259-266.

- (4-14) W. T. Koiter, On the Stability of Elastic Equilibrium, PhD Thesis, Delft, 1945, English Translation in NASA TT F-10, 833, 1967.
- (4-15) T. H. Karman and H. S. Tsien, The Buckling of Thin Cylindrical Shells under Axial Compression, Journal of the Aeronautical Science, Vol.8, 1941, pp.303-312.
- (4-16) S. Yamada and J. G. A. Croll, Contributions to Understanding the Behavior of Axially Compressed Cylinders, Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol.66, 1999, pp.299-309.
- (4-17) G. W. Hunt, G. J. Lord and M. A. Peletier, Cylindrical Shell Buckling: A Characterization of Localization and Periodicity, Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series B, Vol.3-4, 2003, pp.505-518.
- (4-18) M. Esslinger and B. Geier, Gerechnete Nachbeullasten als untere Grenze der experimentellen axialen Beullasten von Kreiszyklindern, Der Stahlbau, Vol.41, No. 12, 1972, pp.353-359.
- (4-19) <http://www.mech-da.co.jp/demo/demo1.html>, 株式会社メカニカルデザイン.
- (4-20) 小林卓哉, 三原康子, 西脇剛史, 藤井文夫, 局所座屈を伴う柔軟・薄肉構造の実用解析, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.70, No.2 (応用力学論文集 Vol.17), 2014, pp. I_419-I_428.

第 5 章 境界条件非線形問題・原子力分野への応用

- (5-1) Takaya Kobayashi and Motoharu Tateishi, Hot Clamp Design for LMFBR Piping Systems, Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME, Vol.115, 1993, pp. 47-52.
- (5-2) 1983 PNC-TJ202-83-10 (II)成果報告書, 日立製作所, PNC-TJ202-83-10, 1983,
<http://jolissrch-inter.tokai-sc.jaea.go.jp/pdfdata/PNC-TJ202-83-10.pdf>
- (5-3) M. J. Anderson, L. L. Hyde, S. E. Wagner and L. K. Severud, Insulated Pipe Clamp Design, ASME Effects of Piping Restraints on Piping Integrity, PVP-40, 1980, pp. 153-166.
- (5-4) G. L. Jones and A. K. Dhalla, Classification of Clamp Induced Stress in Thin-Walled Pipe, Journal of Pressure Vessel Technology, 81-PVP-17, 1981, pp. 1-10.
- (5-5) MARC Analysis Research Co., MARC User Information Manual, Rev. K.3., 1988.
- (5-6) J. J. Marsault and J. M. Stephan, New Design of Supporting Device for Large Diameter Thin Pipes, Transactions of the International Conference on Structural Mechanics in

Reactor Technology, Vol. 9, No. E, 1987, pp. 265-270.

(5-7) W. C. Young, Roark's Formulas for Stress and Strain, 6th Edition, McGraw-Hill Book Co., 1989, Table 30, Cases 7 and 8.52.

第 6 章 構造シミュレーションと社会

(6-1) E. H. カー, 清水幾太郎訳, 歴史とは何か, 岩波新書, 東京, 1962, p. 14, p. 69, p.85, p.88, p. 107, p.112, p.118, p. 175.

(6-2) 本図の構成は, 菊池昇, この 25 年を振り返って—研究と実用の両立そして未来に向けて—, くいと創立 25 周年記念セミナー, 株式会社くいと, 2009. の示唆による.

(6-3) 機械工学便覧, 改訂第 6 版, 日本機械学会, 東京, 1977. 第 3 版—改訂第 5 版序文.

(6-4) 新村出編, 広辞苑, 第 3—6 版, 岩波書店, 東京, 1983—2008.

(6-5) 水野貞夫, 配管の設計解析法, エムエス配管解析技術, 日立, 2013, pp. 181-186.

(6-6) 中村隆夫, 学会規格作りとコードエンジニアの役割, 日本原子力学会和文論文誌, Vol.9, No.1, 2010, pp. 1-12.

(6-7) 竹田陽子, プロダクト・リアライゼーション戦略—3次元情報技術が製品開発組織に与える影響, 白桃書房, 東京, 2000, pp. 44-46.

(6-8) たとえば, 鷲津久一郎編, 有限要素法ハンドブック, II 応用編, 培風館, 東京, 1983.

(6-9) 石谷隆広訳, Jason (Jack) Lemon 博士 開拓者, 先見の明を持つ人, 友人, 計算工学, Vol.12, No.2, 2007, pp. 1585-1586.

(6-10) 藤本隆宏, 自動車の設計思想と製品開発能力, 東京大学 COE ものづくり経営研究センター, MMRC Discussion Paper 74, 2006, pp. 1-12.

(6-11) R. H. MacNeal, CAE 私の履歴書, 計算工学, Vol.11, No.1, 2006, pp. 51-54.

(6-12) Federal Trade Commission, MSC. Software Settles FTC Charges by Divesting Nastran Software, 2002,

<http://www.ftc.gov/news-events/press-releases/2002/08/mscsoftware-settles-ftc-charges-divesting-nastran-software>.

(6-13) Dassault Systèmes, Dassault Systèmes (DS) to Acquire ABAQUS Inc. to Create Next-Generation Solutions for 3D Realistic Simulation, 2005, <http://www.3ds.com/press-releases/single/dassault-systemes-ds-to-acquire-abaqus-inc-to-create-next-generation-solutions-for-3d-realistic/>

(6-14) EASIT2 Industry Needs Survey Report, Engineering Analysis and Simulation Innovation Transfer, 2011, http://www.easit2.eu/?page_id=12

(6-15) 特定非営利活動法人・非線形 CAE 協会, 第 20 期 非線形 CAE 勉強会「CAE これからの

- 10年」および、「非線形 CAE 勉強会・第 20 回記念シンポジウム」, 2011,
<http://www.jancae.org/study/20/>
- (6-16) 藤本隆宏編, 「人工物」複雑化の時代 産業立国日本の産業競争力, 有斐閣, 東京, 2013, p. 7, p.64 (藤本), p. 267 (糸久).
- (6-17) R. R. Nelson, S. G. Winter, An Evolutionary Theory of Economic Change, Harvard University Press, Cambridge, 1985, 角南他訳, 経済変動の進化理論, 慶應義塾大学出版会, 東京, 2007, p. 75, p. 95.
- (6-18) 日本経済団体連合会, 新卒採用 (2014 年 4 月入社対象) に関するアンケート調査結果, 2014,
https://www.keidanren.or.jp/policy/2014/080_kekka.pdf.
- (6-19) 藤本隆宏, 自動車の設計思想と製品開発能力, 東京大学 COE ものづくり経営研究センター-MMRC Discussion Paper No. 74, 2006.
- (6-20) 日本自動車工業会, 自動車関連産業と就業人口, 2014,
http://www.jama.or.jp/industry/industry/industry_1g1.html.
- (6-21) 矢野経済研究所, 自動車用組込みソフトウェア市場～自動車 1 台 8,000 万行時代の機能安全と開発手法, 自動車ニュース, No.14-07, 2014.
- (6-22) 土木学会 応用力学委員会, いまさら聞けない計算力学の常識, 丸善, 東京, 2008, pp. iii-v, p. 3.
- (6-23) CAE 懇話会関西解析塾テキスト編集グループ, 塾長秘伝 有限要素法の学び方, 日刊工業新聞社, 東京, 2011.
- (6-24) マイケル・ポランニー, 高橋勇夫訳, 暗黙知の次元, 筑摩書房, 東京, 2003, p. 18, p. 97.
- (6-25) 機械工学便覧, 基礎編, $\alpha 1$ 機械工学総論, 日本機械学会, 東京, 2005, 経過報告, p. 23, p. 97-101, p.107.
- (6-26) 亀淵迪, コペンハーゲン・ファウスト, 図書, 6-2008, 岩波書店, 東京, 2008, p.20.
- (6-27) 2014 SIMULIA Community Conference, May 20-22, 2014, Providence, USA.
- (6-28) エムエスシーソフトウェア株式会社・山内俊一氏 (代表取締役社長, 当時) 談, 2004 年頃.
- (6-29) B. Charlès, Virtual world for sustainable innovation, ECCM 2010, IV European Conference on Computational Mechanics, May 16-21, 2010, Paris, France.
- (6-30) 寺田賢二郎, 非線形 CAE の研究動向と材料モデリング, Mech D&A News, Vol.2010-1, 株式会社メカニカルデザイン, 2010.
- (6-31) 近藤晶子, 欧州の CAE 教育, 産学協同の試み, 第 21 期非線形 CAE 勉強会, 東京, 2012,
http://www.jancae.org/study/21/03_03.html
- (6-32) 野口裕久, 野口先生遺稿 最近の非線形解析とその動向-汎用プログラムのカスタマイズ-

- 計算工学, Vol.14, No.1, 2009, pp. 1970-1973.
- (6-33) 白鳥正樹, 越塚誠一, 吉田有一郎, 中村均, 堀田亮年, 高野直樹, 工学シミュレーションの品質保証と V&V, 丸善, 東京, 2013, pp. 21-39 (越塚) .
- (6-34) 日本海事協会, ばら積貨物船及び油タンカーのための共通構造規則に対応した規則計算ソフトウェア, PrimeShip-HULL for Harmonised CSR, 2015,
<http://www.classnk.or.jp/hp/ja/activities/csrh/software/>
- (6-35) Lloyd's Register Marine, ShipRight, 2014,
<http://www.lr.org/en/marine/software/shipright.aspx>
- (6-36) マルク・デュプイ, 科学と工学に対する日本人の態度, 科学の饗宴, みすず書房, 東京, 1979, pp. 7-14.
- (6-37) Rupert Clendon Lodge, An Introduction to Modern Logic [1920], Cornell University Library, Ithaca, 2009, p. 199, p. 202, pp. 208-229. pp. 264-266, "The method of induction consisted of approximately three phases:" — (1) analysis and simplification of the problem, (2) construction of some hypothesis on the basis of the simplifying analysis, and (3) determination of the mental model thus *suggested*, by careful comparison with the *facts*. This last stage is sometimes known as *Verification*."
- (6-38) ジェラルド・M・ワインバーグ, 松田武彦, 増田伸爾訳, 一般システム思考入門, 紀伊国屋書店, 東京, 1979, pp. 32-40.
- (6-39) 大貫徹, 坂下浩司, 瀬口昌久編, 工学倫理の条件, 晃洋書房, 京都, 2002, p.4 (柳田) , pp. 8-19 (小林) , pp. 77-84 (古谷) .
- (6-40) マックス・ヴェーバー, 大塚久雄訳, プロテスタンティズムの倫理と資本主義の精神, 岩波書店, 東京, 1989, pp. 16-19, p. 48, p.307, pp. 390-394.
- (6-41) JISQ 9000 : 2006 (ISO 9000 : 2005), "3.2.10, 品質管理: 品質要求事項を満たすことに焦点を合わせた品質マネジメントの一部", "3.2.10, 品質保証: 品質要求事項が満たされるという確信を与えることに焦点を合わせた品質マネジメントの一部", 2006.
- (6-42) 伊藤笏康, 科学の哲学, 放送大学教育振興会, 東京, 1996, pp. 119-120.
- (6-43) ギルバート・ライル, 坂本百大, 井上治子, 服部裕幸訳, 心の概念, みすず書房, 東京, 1987, p. 27.
- (6-44) 岩波講座, 哲学, 9 科学/技術の哲学, 2008, pp. 49-62 (出口) , pp. 221-222 (小林) .
- (6-45) 伊藤邦武, 西垣通, 野家啓一, 茂木健一郎, 哲学はいま-「岩波講座 哲学」刊行によせて, 図書, 5-2008, 岩波書店, 東京, 2008, p.6.
- (6-46) 岩波講座, 宗教と科学, 4 宗教と自然科学, 1992.
- (6-47) 新 岩波講座, 哲学, 8 技術 魔術 科学, 1986. p.227 (伊東) , p. 267 (田中) , p. 317 (矢野).
- (6-48) 岩波講座, 哲学, XII 科学の方法, 1971.

- (6-49) ASME, Communicating to a Non-Technical Audience,
<https://www.asme.org/products/courses/communicating-to-a-nontechnical-audience>
- (6-50) Virginia Tech Nuclear Engineering Program,
http://www.ictas.vt.edu/communication/pdf/final_NSEL.pdf
- (6-51) S. P. Timoshenko, D. H. Young, 渡辺茂, 三浦宏文訳, 応用力学, 動力学編, 好学社, 東京, 1967, p. ix.
- (6-52) 中原一郎, 材料力学, 養賢堂, 東京, 1966, 上巻 p. 1, 下巻 p. 279.
- (6-53) 西田茂樹, わが国の乳児死亡率低下に医療技術が果たした役割について, 公衆衛生研究, Vol.45, No.3, 1996, pp. 292-303.
- (6-54) ASME V&V 10-2006, Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics, ASME, New York, 2006.
- (6-55) 瀧澤英男, ASME V&V解説, 第13期非線形CAE勉強会, 東京, 2008,
<http://www.jancae.org/study/13/04.html>
- (6-56) Oxford Advanced Learner's Dictionary, Oxford University Press, 8th edition, Oxford, 2010.
- (6-57) 高田誠二, 実験科学の精神, 培風館, 東京, 1987, p.122, p.218.
- (6-58) 荻谷義治, 材料の疲労破壊－疲労破壊の現象と寿命予測を考える－, 第7回株式会社メカニカルデザインユーザ会, Mechanical Design 2014, 東京, 2014.
- (6-59) Redi's Experiment, San Diego Miramar College,
<http://faculty.sdmiramar.edu/dtrubovitz/micro/history/Redi.html>
- (6-60) Geoffrey Barraclough, History in a Changing World, Blackwell Publishers, Oxford, 1957, p. 14, 前川貞次郎, 兼岩正夫訳, 転換期の歴史, 社会思想社, 東京, 1964, pp. 10-13, p. 29., p. 59, p. 96.
- (6-61) Abaqus Users Manual, Version 6.11, Dassault Systems Simulia Corp., USA, 2011.
- (6-62) 必須の試験の増加, CAE インフラの増大について, 本図は富士重工・菅沼浩氏の示唆による, 第5回株式会社メカニカルデザインユーザ会, Mechanical Design 2012, 東京, 2012.
- (6-63) 廣瀬通孝, 小木哲朗, 田村善昭, シミュレーションの思想, 東京大学出版会, 2002, p. 19, p. 131.
- (6-64) 高原忠良, 樹脂の強度・剛性 CAE, 第10期非線形 CAE 勉強会, 名古屋,
<http://www.jancae.org/study/10/02.html>
- (6-65) 高山正也, 日本における文書の保存と管理, 図書館・アーカイブズとは何か, 別冊 環, 15, 藤原書店, 東京, 2008, p.44.
- (6-66) Theodore Levitt, Marketing Myopia, Harvard Business Review, 1960, pp. 53-54, 土岐坤訳, マーケティングの革新, ダイヤモンド社, 東京, 1983, pp. 70-73.

- (6-67) 高木晴夫, 竹内伸一, ケースメソッド教授法入門, 慶應義塾大学出版会, 東京, 2010, p. 31.
- (6-68) 湯川秀樹, 梅棹忠夫, 人間にとって科学とはなにか, 中公新書, 中央公論社, 東京, 1967, p.94.
- (6-69) 実験と解析の組み合わせについて, 本図は YKK 株式会社, 経営監査室 (当時), 永安孝志氏の知見による, 2001 年頃.
- (6-70) Paul Newton, The NAFEMS Simulation Capability Survey 2013, NAFEMS, ISBN 978-1-874376-94-1, p. 8.
- (6-71) L. M. Branscomb, P. E. Auerswald, Between Invention and Innovation, An Analysis of Funding for Early-Stage Technology Development, NIST GCR 02-841, National Institute of Standards and Technology, 2002, p. 36,
<http://www.atp.nist.gov/eao/gcr02-841/gcr02-841.pdf>
- (6-72) 佐々木直哉, 革新的設計生産技術, 内閣府, 2014,
http://www8.cao.go.jp/cstp/gaiyo/sip/140205ws/sip_sasaki0205.pdf
- (6-73) H.Yamaoka (Toyota Motor Corporation), 2008 Abaqus Users' Conference Keynote Lecture, Dassault Systèmes, Newport, USA, 2008.
- (6-74) 藤岡照高, 無次元化構造応答パラメータに基づく発電用高温圧力機器の簡易構造健全性評価法の開発, 電力中央研究所報告, M03, 2007.
- (6-75) 永井亨, V&V のためのプリポストの見方, 第 18 期非線形 CAE 勉強会, 名古屋, 2010,
<http://www.jancae.org/study/18/index.html>
- (6-76) 小島芳生, 車両開発における構造・機構のCAE, 豊田中央研究所R&Dレビュー, Vol.35, No.4, 2000, pp. 1-8.
- (6-77) 日本機械学会講習会, 1DCAE 概念に基づくものづくり設計教育, 東京, 2013.
- (6-78) NHK サイエンス ZERO,3D プリンター「魔法の箱」の真骨頂, 2013年4月14日放送,
<http://www.nhk.or.jp/zero/contents/dsp422.html>, 株式会社くいと, OPTISHAPE-TS,
<http://optishape-ts.seesaa.net/article/355065893.html>
- (6-79) 科学技術振興機構, JST 科学技術用語シソーラス 2008 年版, 昭和情報プロセス, 東京, 2008.
- (6-80) 丸山真男, 加藤周一, 翻訳と日本の近代, 岩波書店, 東京, 1998, p. 49. (Social statics の和訳が社会平権論であったことに触れ)
- (6-81) 司馬遼太郎が考えたこと, 新潮社, 東京, 2002, 9/p. 82, p. 375, 14/p. 43, p.253, p.281, p. 428, 15/p. 346.
- (6-82) 伊東俊太郎, 近代科学の源流, 中央公論社, 東京, 2007, p.32.
- (6-83) 佐久間彪 白百合女子大学名誉教授(1928-2014), ASME V&Vに関して談話, 2012年6月.
- (6-84) Philipp Frank, Contemporary Science and the Contemporary World View, Science and

the Modern Mind (Edited by G. Holton), Beacon Press, Boston, 1958, p. 54, “All you can know is a world *dissolved by analyzing intellect into an abstraction.*”

(6-85) 山田貴博, ASME V&V symposium 2013 参加報告, 日本計算工学会 HQC 研究分科会, III 期第 1 回, 2013, pp. 10-13, <http://www.jsces.org/research/hqc/documents.html>

(6-86) 2013 SIMULIA Community Conference, May 22-24, 2013, Vienna, Austria にて座談。それぞれフランスと米国の参加者による。

(6-87) 亀淵迪, ニールス・ボーア先生のこと-相補性, 図書, 11-2005, 岩波書店, 東京, 2005, p.19.

(6-88) 高木晴夫, 竹内伸一, ケースメソッド教授法入門, 慶應義塾大学出版会, 東京, 2010.

(6-89) Dale Berry, Customer's Use of Realistic Simulation to Improve Our Society, 2009 SIMULIA Customer Conference, Dassault Systèmes, London, UK, 2009.

第 7 章 結言

(7-1) 高田誠二, 科学方法論序説, 朝倉書店, 東京, 1988, p.86.

(7-2) 湯川秀樹, 梅棹忠夫, 人間にとって科学とはなにか, 中公新書, 中央公論社, 東京, 1967, p.17.

付録 学位申請に関わる論文リスト

発表論文(学位論文に直接関係するもの)

(1) Takaya Kobayashi and Motoharu Tateishi, Hot Clamp Design for LMFBR Piping Systems, Journal of Pressure Vessel Technology, ASME, Vol.115, 1993, pp.47-52. (第 1 章, 第 6 章に要約して掲載)

(2) Takaya Kobayashi, Yasuko Mihara and Fumio Fujii, Path-tracing Analysis for Post-buckling Process of Elastic Cylindrical Shells under Axial Compression, Thin-Walled Structures, Vol.61, 2012, pp. 180-187. (第 5 章に要約して掲載)

(3) 小林卓哉, 三原康子, 西脇剛史, 藤井文夫, 局所座屈を伴う柔軟・薄肉構造の実用解析, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.70, No.2 (応用力学論文集 Vol.17), 2014, pp. I_419-I_428. (第 4 章, 第 5 章に要約して掲載)

参考論文

(1) 藤川正毅, 隆雅久, 青山大輔, 三原康子, 小林卓哉, 定ひずみ速度試験による線形粘弾性特性係数関数決定法, 実験力学: Journal of JSEM, Vol.4, No.4, 2004, pp. 315-320.

- (2) 藤川正毅, 三上貴央, 隆雅久, 三原康子, 小林卓哉, 線形粘弾性特性係数関数の実用的近似法, 日本機械学会論文集, A 編, Vol.72, No.723, 2006, pp. 1703-1710.
- (3) 藤川正毅, 小林卓哉, 古市謙次, 児玉勝洋, 伊藤勝也, 野々村千里, プラスチック成形品のネック伝ば解析(3) : 有限要素法とデジタル画像相関法を用いた PBT 成形品の材料定数同定法, 成形加工 Vol.19, No.9, 2007, pp. 575-581.
- (4) 藤川正毅, 三上貴央, 小林卓哉, 隆雅久, 動的粘弾性試験におけるマスター曲線自動作成法, 実験力学 : 実験力学: Journal of JSEM, Vol.7, No.4, 2007, pp. 387-392.
- (5) Masato Tanaka, Hirohisa Noguchi, Masaki Fujikawa, Masami Sato, Shuya Oi, Takaya Kobayashi, Kenji Furuichi, Sonoko Ishimaru and Chisato Nonomura, Development of Large Strain Shell Elements for Woven Fabrics with Application to Clothing Pressure Distribution Problem, CMES, Vol.62, No.3, 2010, pp. 265-290.
- (6) 田中真人, 野口裕久, 藤川正毅, 佐藤維美, 大井秀哉, 小林卓哉, 古市謙次, 石丸園子, 野々村千里, 多凸性ひずみエネルギー関数を用いた異方性超弾性シェル要素の開発と衣服圧シミュレーションへの応用, 日本機械学会論文集, A 編, Vol.76, No.763, 2010, pp. 274-282.
- (7) 三原康子, 小林卓哉, 藤井文夫, 軸圧縮を受ける弾性円筒シェルの後座屈解析, 日本機械学会論文集, A 編, Vol.77, No.776, 2011, pp. 582-589.
- (8) 藤井文夫, 山川優樹, 井上吉弘, 三原康子, 小林卓哉, 非対称特異行列のクリティカルな左固有ベクトルの力学的意味付けとその例説, 日本機械学会論文集, A 編, Vol.79, No.808, 2013, pp. 1791-1806.

学会表彰(参考)

- (1) 1999 年, Poster Award, The Polymer Processing Society ;
Kenichi Funaki, Chisato Nonomura (Toyobo), Takaya Kobayashi, Yoichi Watanabe (Mechanical Design & Analysis Corporation), Sigeo Mita, and Kuniaki Shoji (Tokyo University of Marine Science and Technology), Development of New Material Protective Device against Ship Collisions, The 15th annual meeting of the Polymer Processing Society, 's Hertogenbosch, The Netherlands, 1999.
- (2) 2002 年, 研究奨励賞, 溶接学会 ;
永田孝弘, 小林卓哉 (メカニカルデザイン), 佐久田博司 (青山学院大学), 剛塑性流れ解析

によるはんだの形状解析, エレクトロニクスにおけるマイクロ接合・実装技術シンポジウム, 溶接学会, Mate2002, 2002.

(3) 2003 年, 技術開発論文賞 ;

溶接学会, 小林卓哉, 斉藤牧里 (メカニカルデザイン), 櫻井大輔, 塚原法人, 西川和宏, 西田一人 (松下電器産業), 能動素子内蔵フィルムモジュールの開発, エレクトロニクスにおけるマイクロ接合・実装技術シンポジウム, 溶接学会, Mate2003, 2003.

(4) 2005 年, Co-Authoring the Outstanding Technical Paper from the Computer Technology Technical Committee, ASME ;

Takaya Kobayashi and Tomotaka Ogasawara, Post-Buckling Analyses of Elastic Circular Cylindrical Shells Under Axial Compression, ASME 2005 Pressure Vessels and Piping Conference, Denver, Colorado, USA , 2005.

(5) 2011 年, Best Conference Paper, ICTWS ;

Takaya Kobayashi, Yasuko Mihara and Fumio Fujii, Path-Tracing Analysis for Postbuckling Process of Elastic Cylindrical Shells under Axial Compression , International Conference on Thin-Walled Structures - ICTWS2011, pp.945-952, 2011, Timisoara, Romania.

(6) 2015 年, 技術賞, 日本計算工学会 ;

小林卓哉, 「汎用非線形構造解析ソフトウェアの実務的普及に関する事業」

(7) 2015 年, ベストペーパーアワード, 日本計算工学会 ;

小塚祐也, 野々川舞, 西脇剛史 (アシックス), 小林卓哉 (メカニカルデザイン), 中西康雅 (三重大学), 微視構造を考慮した発泡樹脂の数値解析, 第 20 回計算工学講演会

著書(参考)

(1) Takaya Kobayashi, Masami Sato and Yasuko Mihara, Application of Thermo-Viscoelastic Laminated Plate Theory to Predict Warpage of Printed Circuit Boards, Viscoelasticity - From Theory to Biological Applications, ISBN: 978-953-51-0841-2, InTech, 2012.

9 謝辞

筆者は特定非営利活動法人である非線形 CAE 協会に属し、本稿はその 2001 年の設立以来の活動から得た知見によるところが大きい。創立理事長であった菊池昇・ミシガン大学教授，ならびに現理事長である寺田賢二郎・東北大学教授は，強い指導力によって事業を牽引された。また前監事石井恵三・くいんと代表取締役会長，現監事である平郡久司・ブリヂストンタイヤ研究部長，ならびにシーメンスインダストリー・井戸浩登理事は，構造解析の思想について常に筆者をリードする立場にあった。協会の関係諸氏に感謝の意を表す。協会の設立に携わり 2008 年に他界された慶應義塾大学・野口裕久教授には，学術・技術の両面から公私ともに多くの示唆をいただいた。謹んで冥福を祈る。

学位申請論文の取りまとめにあたり，岐阜大学・藤井文夫教授，佐々木実教授，ならびに伊藤聡教授，また外部審査委員として豊田中央研究所・田中真人氏の指導を仰いだ。佐々木実教授からは機械工学の立場からシミュレーション技術に関する指摘，特に複雑系の後座屈を含む安定問題に対して我々が対応すべき課題について多くの指摘をいただいた。伊藤聡教授からは設計の現場にある筆者が見過ごしがちな事項について情報工学の立場から指摘をいただき，例えば産業と学問の関わりあるいはシミュレーションの本来的な意義など，異なる視点からの議論を経て論文をまとめさせていただいた。豊田中央研究所・田中真人氏は，慶應義塾大学・野口裕久教授の最後の門弟である。非線形連続体力学の正統を相続し，この 10 年にわたって筆者らのシミュレーション技術に助言を与え続けたことを記して感謝としたい。最後に，主査を務めていただいた藤井文夫教授には，筆者らの座屈に関わる研究について，論文の共著をはじめ研究活動の当初から共に歩んでいただいた。ここに深甚の謝意を表す。

株式会社メカニカルデザインの社員，特に三原康子氏には，円筒シェルの座屈解析および粘弾性解析の知見に関して大半を負っている。永田孝弘氏（現旭硝子株式会社）には超弾性構成則について，さらに横塚智史氏，藤川正毅博士（現琉球大学）には粘弾性計測および構成則について実務応用上の開拓をいただいた。このうち粘弾性構成則に関する知見は，青山学院大学・隆雅久名誉教授（2013 年逝去）の指導によって得られた成果である。また最近のポアソン比の緩和に関する成果は，芝浦工業大学・荻谷義治教授との共同研究に頼っている。

その他，本研究は渡辺洋一氏，生出佳博士，佐藤維美氏，前田隆世氏，小川賢介氏ら弊社エンジニア諸氏の技術力を総合的に結集した成果であることを記さなければならぬ。あわせて河野文子氏ならびに土屋由美子氏には，論文の編集に関わって総務，事務の面から全面的な援助をいただいた。深く感謝の意を表す。

最後に，亡き妻・久美子をはじめ佑，照代，健太郎，亜季，千晶，春佳，浩紀，翔太，そして母・芳子には日常の多くを頼った。衷心より感謝し謝辞としたい。