

氏名(本籍)	小澤和弘(愛知県)
学位の種類	博士(工学)
学位記号番号	甲第149号
学位授与年月日	平成13年3月24日
専攻	電子情報システム工学専攻
学位論文題目	Optimality, Efficiency and Constructions of Incomplete Split-Block Designs (不完備二分分割型ブロック計画における最適性, 有効性 および構成法)
学位論文審査委員	(主査) 教授 後藤宗弘 (副査) 教授 岸田邦治 教授 田中嘉津夫 助教授 寒河江雅彦 教授 神保雅一

## 論文内容の要旨

工業分野における品質管理のための実験, 環境汚染物質の残存量を測定するための実験, また, 社会科学におけるある特定の行動パターンの目的を予想するための実験など, 我々は様々な分野で実験を必要としている. こうした実験は, 個々の目的に応じ, また物理的, 経済的な制約のもとで効率的に行われるよう計画されねばならない. 特に, 実験結果に影響を及ぼすと予想される要因の処理効果や, 各処理による効果の差が精度良く推定できる計画は, 統計的な意味で最適とされる.

本論文では, 実験計画の中でも実用上重要な位置を占める不完備二分分割型ブロック計画(incomplete split-block design, ISBD)について, その統計的最適性, および最適計画の組合せ論的な構成法を議論する.

二分分割型ブロック計画(split-block design)は次のように定義される. 2つの要因  $A$  と  $C$  があり, 各要因は  $v_1, v_2$  個の処理(水準)を持つとし, 処理の集合を  $A = \{A_1, \dots, A_{v_1}\}$ ,  $C = \{C_1, \dots, C_{v_2}\}$  とする.  $b$  個のブロックは, いずれも  $n_1$  行  $n_2$  列の配列であり, 行ごとに要因  $A$  の1つの処理が施され, 列ごとに要因  $C$  の1つの処理が施されるものとする. すなわち, 二分分割型ブロック計画では, 各ブロックが行と列に分割された配列となっており, 行には一方の要因の一部またはすべての処理が, 列には他方の要因の一部またはすべての処理が配置される. したがって, 実験の各プロットに施される処理は行と列に配置される処理の組合せとなる. 例えば, 2つの要因(水量と農薬)の効果を推定するような圃場での実験では, 灌漑設備を敷設するといった実験の物理的施行上, ブロック内のプロットを行

列状に配列する方が利便性が高く、通常ブロックの行に灌水を行うか否かを処理として対応させる。一方、列には施す農薬の種類を処理として対応させる。不完備二方分割型ブロック計画の場合は、通常、 $k_1 \leq v_1$ ,  $k_2 \leq v_2$ であり、同一ブロック内ではどの処理も高々1度しか施されない(バイナリ実験)。

本論文では、各プロットにおける観測値に対して3つの線形モデルを考える。はじめに、ブロック効果を母数と仮定したとき、交互作用を組み込むか否かにより2つの母数モデルを考え、さらに、ブロック効果を変量と仮定し、交互作用を組み込んだ混合モデルを考える。

第1章では、不完備ブロック計画(incomplete block design), 行-列計画(row-column design), 巢型行-列計画(nested row-column design)など、二方分割型ブロック計画と関わりの深い種々の実験計画について紹介し、不完備二方分割型ブロック計画の概念を説明する。さらに、本論文で扱う上述の線形モデル、および一般的最適基準(universal optimality)について述べる。

これまで、二方分割型ブロック計画の研究では、実際の実験のデータ解析と分散分析が行われてきたに留まり、最適性についての議論は全くなされていない。第2, 3章では、第1章で与えられた不完備二方分割型ブロック計画の3つの線形モデルのもとで、主効果、交互作用効果の基本対比の推定に関する最適性について考察する。そのため、要因Aの2つの処理  $A_i, A_{i'}$  と要因Cの2つの処理  $C_j, C_{j'}$  を共に含むブロックの数を  $\lambda(i, i'; j, j')$  と定義し、 $\lambda(i; j, j')$ ,  $\lambda(i, i'; j)$  も同様に定義する。 $\lambda(i, i'; j, j')$  が  $i, i', j, j'$  の選び方によらず一定( $=\lambda_{22}$ )である不完備二方分割型ブロック計画を、釣合い型不完備二方分割型ブロック計画(balanced incomplete split-block design, BISBD)といい、 $\text{BISBD}(v_1, k_1; v_2, k_2; \lambda_{22})$  と表す。ここではまず、一般化最小二乗法および層分割による推定のいずれについても、BISBDの計画行列が主効果及び交互作用効果の基本対比の推定に関して一般的最適基準を満たすことを証明する。

次に、BISBDの総ブロック数が実用に適さないほど大きくなる場合に対し、 $\lambda(i; j, j')$  と  $\lambda(i, i'; j)$  が一定となるような計画“semi-BISBD”の概念を新たに提案し、主効果及び交互作用効果の基本対比の推定の精度をBISBDを用いた場合と比較することでその有効性を示す。

さらに、第4章では、組合せ論的な見地からBISBDとsemi-BISBDの構成法及び存在条件について論じる。まず、任意のBISBDのパラメータ  $\lambda_{22}$  は適当な2つのBIBDに対応するパラメータ  $v_1, k_1, \lambda_1, v_2, k_2, \lambda_2$  を用いて  $\lambda_{22} = \lambda_1 \lambda_2$  と表すことができることを証明する。したがって、BISBDはほとんどの場合2つのBIBDの直積となるため、最適ではあるがブロック数が多くなる。このことより、実用上“準最適”なsemi-BISBDの構成法を与えておくことも重要であることを指摘し、第4章の最後では、semi-BISBDに関し、アフィン幾何  $\text{AG}(n, q)$  を用いる構成法と、 $\alpha$ -分解可能な釣合い型不完備ブロック計画( $\alpha$ -resolvable balanced incomplete block design)を用いる構成法を与える。

## 論文審査結果の要旨

本論文では、実験計画の中でも実用上重要な位置を占める不完備二分分割型ブロック計画(incomplete split-block design)について研究を行っている。実験施行上、実験結果に影響を及ぼすと予想される要因の処理効果や、各処理による効果の差が精度良く推定できる計画は必須であるが、これまで二分分割型ブロック計画の研究では、実際の実験のデータ解析と分散分析が行われてきたにとどまり、最適性についての議論はまだなされていない。本論文では、不完備二分分割型ブロック計画の処理効果の交互作用の推定において統計的に最適な計画の組合せ論的特徴を初めて見出し、その構成法を示した。

不完備二分分割型ブロック計画における線形モデルには、ブロック効果を母数と仮定したとき、交互作用の有無により2つの母数モデルを考え、さらに、ブロック効果を変量と仮定して、交互作用を組み込んだ混合モデルの3つの線形モデルを考えている。処理効果の推定には一般化最小二乗法と層分割を取り入れ、推定精度の基準には一般化最適基準を用いている。

第1章では、二分分割型ブロック計画に関連するブロック計画および最適性基準などについて概説している。

第2章では、ブロック効果を母数と見なしたモデルを扱っている。まず、行、列それぞれに施すブロック計画が釣合い型不完備ブロック計画であれば、一般化最小二乗法を用いた場合に主効果の推定に関して一般的最適基準を満たすことを証明した。さらに、交互作用がある場合にその推定に関して一般的最適基準を満たす不完備二分分割型ブロック計画の持つ組合せ論的特徴を示した。そして、この特徴を持つ不完備二分分割型ブロック計画を釣合い型不完備二分分割型ブロック計画と定義している。

第3章では、ブロック効果を変量と見なした際に、交互作用の推定に層分割と一般化最小二乗法を用いた場合にも、釣合い型不完備二分分割型ブロック計画は、交互作用効果の基本対比の推定に関して一般化最適基準を満たすことを証明した。

さらに、ブロック計画の良さを測る別の基準として *efficiency factor* を使い、完備二分分割型ブロック計画と比較することにより、釣合い型不完備二分分割型ブロック計画の有効性を示した。さらに、一般化最小二乗法と層分割の推定方法における主効果および交互作用効果の推定における比較を行い、一般化最小二乗法の有効性を示した。次に、釣合い型不完備二分分割型ブロック計画の総ブロック数が実用に適さないほど大きくなる場合に、条件を弱めた準釣合い型不完備二分分割型ブロック計画の概念を新たに提案し、主効果及び交互作用効果の基本対比の推定の精度を釣合い型不完備二分分割型ブロック計画を用いた場合と比較することでその有効性を示した。

第4章では、組合せ論的な見地から釣合い型および準釣合い型不完備二分分割型ブロック計画の構成法及び存在条件を示した。まず、2つの釣合い型不完備ブロック計画の直積により釣合い型不完備二分分割型ブロック計画が構成されることを示した。一方、釣合い型不完備二分分割型ブロック計画が存在するならば、そのパラメータはある2つの釣合い型不完備ブロック計画の直積により構成されるパラメータと同一となるため、最適ではあ

るがブロック数が多くなることを指摘し、ブロック数が少なく efficiency factor が比較的高い準釣合い型不完備二方分割型ブロック計画に関し、アフィン幾何を用いる構成法と  $\alpha$ -分解可能な釣合い型不完備ブロック計画を用いる構成法を与えた。

本論文によって得られた二方分割型ブロック計画の有効性およびその構成法に関する成果は農事試験をはじめとし、遺伝子工学、品質管理などの工学分野への広い応用を有するものと思われ、学位論文として十分な価値を認めた。

## 最終試験結果の要旨

公聴会後に、学位論文に関連する口頭試問を行い、これを最終試験に代え、合格と判定した。