

スクラムジェットエンジンの実現に向けた 高速気流による液滴微粒化特性

Characteristics of liquid drop breakup by high speed gas flow
for realization of scramjet engine

2020 年度 3 月

神谷 朋宏

Tomohiro KAMIYA

岐阜大学大学院 工学研究科 生産開発システム工学専攻 航空宇宙推進研究室
Aerospace Propulsion Laboratory, Gifu University

スクラムジェットエンジンの実現に向けた 高速気流による液滴微粒化特性

Characteristics of liquid drop breakup by high speed gas flow
for realization of scramjet engine

2021年3月

神谷 朋宏

Tomohiro KAMIYA

岐阜大学大学院 工学研究科 生産開発システム工学専攻 航空宇宙推進研究室
Aerospace Propulsion Laboratory, Gifu University

目次

第 1 章 序論	1
1.1 スクラムジェットエンジン	1
1.1.1 問題設定	4
1.2 液滴微粒化の過去の研究	14
1.2.1 微粒化形態	14
1.2.2 微粒化時間	15
1.2.3 粒度分布	19
1.3 目的	21
1.4 本論文の構成	22
第 2 章 液柱と衝撃波の干渉の数値解析	23
2.1 緒言	23
2.2 基礎方程式と数値解析手法	23
2.2.1 流体の基礎方程式	23
2.2.2 時間積分法	25
2.2.3 対流項の離散化	25
2.2.4 粘性項の離散化	28
2.2.5 界面の取り扱い	29
2.2.6 level-set 法の基礎方程式	35
2.2.7 level-set 法の離散化手法	35
2.3 妥当性の検証	38
2.3.1 Zalesak's disk 問題	38
2.3.2 vortex-in-a-box 問題	40
2.3.3 R22 ガスバブルと衝撃波の干渉問題	41
2.3.4 境界層問題	43
2.3.5 二次元液滴振動問題	44
2.4 液柱と衝撃波の干渉の数値解析	46
2.4.1 計算条件	46
2.4.2 格子点の依存性	47
2.4.3 液柱の変形挙動	50
2.4.4 衝撃波が液柱変形に与える影響	53
2.4.5 抗力係数と後流	56
2.4.6 液柱の軌道と変形	60

2.5 結言	62
第3章 液滴微粒化観測装置の開発	63
3.1 緒言	63
3.2 レーザー破膜法	63
3.2.1 最適なレーザーと膜素材の検討	64
3.2.2 レーザー破膜特性	66
3.2.3 衝撃波特性	67
3.3 液滴微粒化観測システムの概説	68
3.4 衝撃波管の性能	70
3.4.1 衝撃波 Mach 数	70
3.4.2 有効観測時間	71
3.4.3 乱流境界層	72
3.4.4 衝撃波管	73
3.5 結言	74
第4章 微粒化時間	75
4.1 緒言	75
4.2 実験方法	75
4.3 特性時間	77
4.4 液滴微粒化挙動	78
4.5 画像処理法	82
4.5.1 差分フィルタ（背景除去）処理	83
4.5.2 二値化（液体領域抽出）処理	84
4.5.3 グルーピング（フラグメント除去）処理	84
4.5.4 回転体重心の抽出	85
4.5.5 正規化处理	86
4.5.6 画像反転処理	86
4.5.7 アンサンブル平均処理	87
4.6 液滴微粒化開始時間	91
4.6.1 実験条件	91
4.6.2 親液滴重心法	92
4.6.3 画像堆積法	95
4.6.4 平均輝度値法	95
4.6.5 液滴微粒化開始時間の測定法の妥当性検証	102
4.6.6 液滴微粒化開始までの液滴移動量	104

4.7	親液滴崩壊時間	105
4.7.1	平均輝度値分布を用いた親液滴崩壊時間の導出	105
4.7.2	過去の研究との比較	110
4.8	スクラムジェットエンジンへの適用	112
4.9	結言	114
第5章	微細液滴の粒度分布	115
5.1	緒言	115
5.2	実験方法	115
5.3	較正実験	117
5.3.1	粒子直径のしきい値の較正	119
5.3.2	被写界深度のしきい値の較正	125
5.4	粒径の計測手法	128
5.5	倍率による比較	131
5.5.1	条件	131
5.5.2	Sauter 平均粒径	132
5.6	粒度分布	133
5.6.1	条件	133
5.6.2	体積確率密度分布	134
5.6.3	平均粒径	144
5.6.4	分布関数	147
5.7	スクラムジェットエンジンへの適用の展望	156
5.7.1	微細液滴の燃焼時間	157
5.7.2	微粒化時間と燃焼時間の比較	161
5.8	結言	162
第6章	結論	163
	参考文献	166
	謝辞	171

第 1 章 序論

1.1 スクラムジェットエンジン

ターボジェットエンジン，ラムジェットエンジン，スクラムジェットエンジンの飛行 Mach 数に対する比推力を図 1.1 に示す．図 1.1 からスクラムジェットエンジンは Mach5 以上の極超音速での飛行が可能であり，将来の超音速航空機のエンジンとして期待されている．

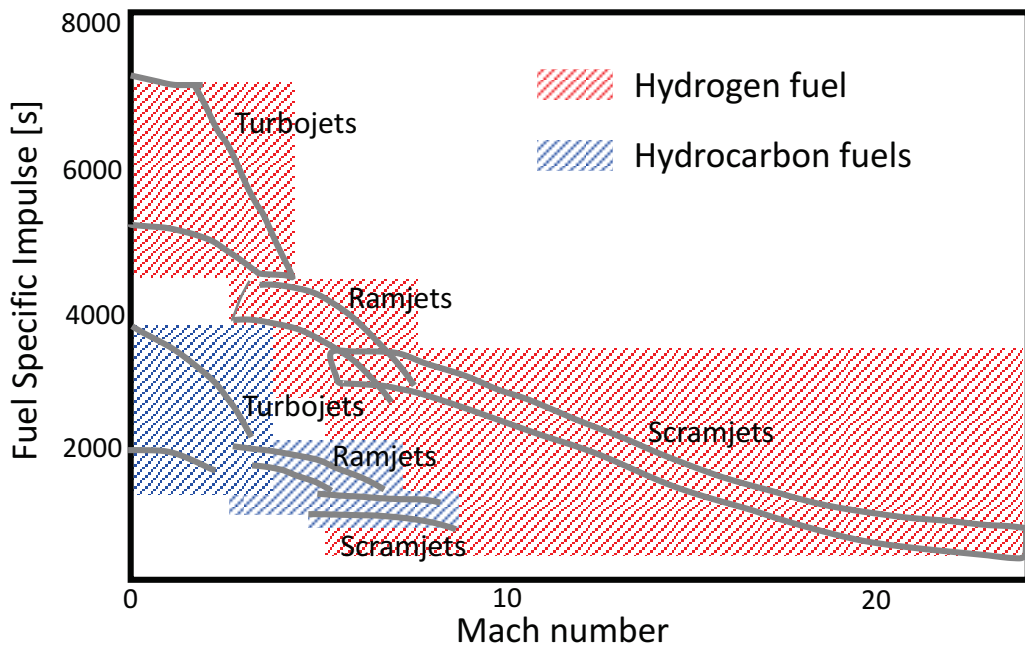


Fig. 1.1 Fuel specific impulses of turbojets, ramjets and scramjets engine as a function of flight Mach number. Hydrogen and hydrocarbon fuels are shown as fuels. This illustration was created with reference to book of Segal^[46].

現在の航空機の主なエンジンは圧縮機を用いて流入空気を圧縮するターボジェットエンジンである．しかしながら，飛行 Mach 数が 3 を超えると，もはや空気の圧縮に圧縮機を用いる必要はなくなり，空気は断面積の変化する流路を通過するだけで十分に圧縮される．この圧縮方式では，ガスタービンエンジンが非効率となる飛行 Mach 数を超えて，使用することができる．表 1.1 は高度 40km を Mach12 で飛行するときを想定し，燃焼器における流れが亜音速の場合（ラムジェットエンジン）と超音速の場合（スクラムジェットエンジン）での，インレットにおける損失から計算された全圧回復，燃焼器の出入り口における圧力，温度，Mach 数を示す^[46]．燃料としては水素を使用し，気流と燃料の理論混合気になっていると仮定している．ラムジェットエンジンと比較して，スクラムジェットエンジンのよどみ点圧力回復は約 40 倍である．これは，ラムジェットエンジンでは，燃焼器の前に形成されるターミナル衝撃波に伴い大きな温度勾配や速度勾配が発生し，エントロピーが急増するためである．一方でスクラムジェットエンジンではこのよう

な衝撃波は発生しないため、全圧損失が比較的小さい。さらに、表 1.1 からラムジェットエンジンの温度は非常に高いことがわかる。これは、ターミナル衝撃波による温度の急激な増加の結果であるが、このような極めて高い温度においては、燃料分子が解離し、化学反応（燃焼）によって得られる総エネルギーが小さくなってしまう。また、表 1.1 からスクラムジェットエンジンの燃焼器の出入り口圧力が小さいため、エンジンの軽量化の観点から有利である。以上から、極超音速飛行では、燃焼器内における流れも超音速である、超音速流下における燃焼からエネルギーを取り出すことが望ましい。

Table 1.1 A comparison of several relevant parameters between subsonic and supersonic combustion-based ramjets during Mach 12 flight. These values are referenced from book of Segal^[46].

	combustion chamber entrance		combustion chamber exit		
	supersonic	subsonic		supersonic	subsonic
stagnation- pressure	0.5	0.013	—	—	—
recovery pressure [atm]	2.7	75	pressure [atm]	2.7	75
temperature [K]	1250	4500	temperature [K]	2650	4200
Mach number	4.9	0.33	Mach number	3.3	0.38

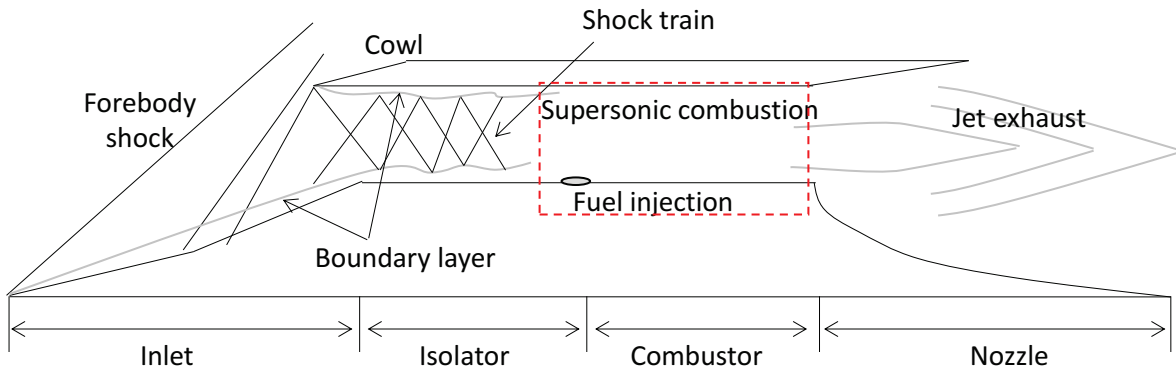
図 1.2 はスクラムジェットエンジンおよび燃焼器における微粒化の概略図を示す。図 1.2(a)に示されるようなスクラムジェットエンジンは、機体の下に図 1.2(a)とは逆向きに取り付けられている。超音速で飛行すると、インレットから超音速で空気が流入し、流路を通ることで空気が圧縮・減速されるが、超音速を保ったまま燃焼器へと導かれる。スクラムジェットエンジンの燃料としては、反応性に優れる水素が一般的であるが、最近では、燃料として炭化水素燃料を用いた研究も行われている^[26,37]。その理由として、まず、水素と比較して炭化水素燃料は単位質量当たりのエネルギーは小さいが、単位体積当たりのエネルギーは大きいいため、燃料タンクを小型化可能なことが挙げられる。加えて、水素は高圧での充填、または極低温にして液体にすることが求められるため、扱いが難しい。一方で炭化水素燃料は常温で液体であるため、扱いが容易であり、現在の航空機においても使用されているため、新しいインフラ整備が比較的少ない。そこで、本研究では、液体炭化水素燃料を用いたスクラムジェットエンジンに注目する。

液体炭化水素燃料を用いたスクラムジェットエンジンの燃焼器では、液体燃料が高速気流中に噴射され、微粒化、蒸発、空気との混合、燃焼することで得られる燃焼ガスを、ノズルで加速・排出させることで推力を得る。燃焼器において燃焼を完了させることが求められるが、燃焼器に超音速気流が流入するため、燃焼器に空気が滞在する時間である、流体滞在時間が短いことが問題となる。流体滞在時間の目安として、Mach6-8 で飛行しているスクラムジェットエンジンでは、燃焼器入り口の Mach 数は 2-3 となり、このとき、合理的なエンジンの長さは数メートルであり、燃焼器に流体が滞在する時間（流体滞在時間）は数ミリ秒以下と非常に短い^[46]。そのため、流体滞在時間を長くすることが求められる。流体滞在時間を長くする単純な方法としては、エンジン

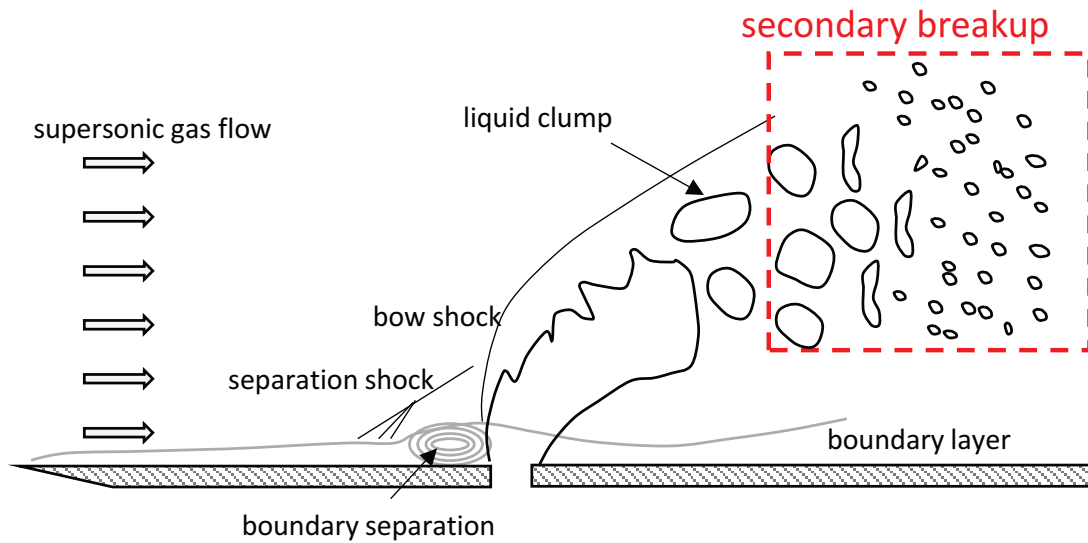
を長くすることは挙げられる。しかしながら、これはエンジンが重くなることや、粘性によるエネルギー散逸をもたらす、機体全体としての効率を低下させる懸念がある。また、燃焼器にキャビティを設けて再循環領域を生成することにより、保炎性能を向上させる研究は頻繁に行われている。しかしながら、これは主流の運動量損失をもたらす、推力の低下につながると考えられる。このように、スクラムジェットエンジンの設計では、流体滞在時間と推力・効率がトレードオフの関係になっており、トレードオフの関係の中で適切な設計が求められる。そのため、必要な流体滞在時間を見積もることは設計において重要となる。微粒化は噴霧燃焼の素過程の一つであるため、微粒化が完了するまでの時間は流体滞在時間の見積もりに必要となる。また、微粒化の主な目的は微細液滴を生成し、表面積を増大させることによる蒸発促進である。微細液滴の粒度分布は蒸発率に影響を与えるため、燃焼完了までの時間に影響を与える。したがって、流体滞在時間の設定において、微粒化が完了するまでの時間や微細液滴の粒度分布を予測することは有益である。

図 1.2(b)はスクラムジェットエンジンの燃焼器において、微粒化される液体燃料の概略を示す(図 1.2(a)の破線枠線部)。噴射された液体燃料は超音速流れによって微粒化されることで微細液滴になり、微細液滴が蒸発して生じた気体燃料と空気が混合することで、燃焼が起こる。噴射された液体噴流の前方における触先衝撃波に伴う逆圧力勾配によって境界層が剥離され、結果としてセパレーションショックが形成される。気流に対して垂直に噴射された液体燃料は流れ方向に偏向され、次の二段階を経て、微細液滴になる^[42]。まず、液体燃料が気流中に噴射されると、Kelvin-Helmholtz 不安定性によって気液界面の微小擾乱が発達され、これで形成された波打った界面はRayleigh-Taylor 不安定性によって振幅が大きくなり、結果として大きな液塊や液糸を形成する。この大きな液塊や液糸を形成する過程は **primary breakup** と呼ばれる。その後、液塊や液糸は気体との相対速度に起因する空気力によって、扁平化され、その後分裂することでさらに小さな液滴(微細液滴)を形成する。この微細液滴の形成の過程を **secondary breakup** と呼ぶ。**secondary breakup** 過程は燃焼に大きな影響を与える微細液滴を形成する過程であるため、本研究では、**secondary breakup** について、高速気流によって微粒化される液滴を研究対象とする。

また、最近では、様々な機械の設計に数値流体力学が利用され、開発コストの削減や開発期間の短縮が行われている。噴霧燃焼の数値解析では、微粒化モデルを必要とするが、微粒化モデルは確立されていない。微粒化の直接数値解析を行うという考えもあるが、**secondary breakup** で形成される微細液滴の径は数十 μm ~数 μm と非常に小さく、それに伴い格子幅を小さくすることが求められるため、計算コストが膨大となる。そのため、液体を噴射し、微細液滴が形成される一連の微粒化過程を直接数値解析で扱うことは困難である。また、**primary breakup** は、ノズル内流れにおける乱流やキャビテーションの影響を受けるため、燃料噴射システムの開発では、ノズル内の流れ場も解析する必要がある。そこで、著者は **primary breakup** は直接数値解析することでノズル内流れの影響を考慮し、一方解析が困難な微細液滴形成過程(**secondary breakup**)はモデル化することで、新しい燃料噴射システムの設計・開発に有益な数値シミュレーションが実施できると考えている。したがって、**secondary breakup** の研究は数値シミュレーションによる設計・開発に繋がる。



(a) scramjet engine



(b) liquid jet breakup in combustor

Fig. 1.2 Schematic image of the scramjet engine and liquid jet breakup in combustor.

1.1.1 問題設定

本項では、primary breakup で形成された液塊のスケールと、液塊周りの流れ場条件を見積もることで、secondary breakup をどのように模擬するのかを検討する。

図 1.3 はスクラムジェットエンジンの概略図を示す。図 1.3 にある番号はそれぞれ、0 : 大気、1 : インレット入口、2 : 燃焼器入口、3 : 舳先衝撃波後方、4 : ノズル入口、5 : ノズル出口を示し、本項の下付き添え字は図 1.3 に対応する。

表 1.2 は、航空宇宙技術研究所のラムジェットエンジン試験設備で行われたスクラムジェットエンジンの地上試験における、飛行 Mach 数が 4, 6, 8 のときに想定される飛行条件およびエンジン（インレット入口）条件を示す^[8]。飛行条件とエンジン条件が異なる理由は、エンジンに空気が流入する前に、機体によって空気が減速されるためである。ここでは、表 1.2 の飛行条件において、secondary breakup の条件を考える。図 1.3 の断面①と断面②の質量保存式

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2, \quad (1.1)$$

およびエネルギー式は

$$\frac{1}{2}u_1^2 + h_1 = \frac{1}{2}u_2^2 + h_2, \quad (1.2)$$

と書ける．ここで， ρ は密度， u は流速， A は断面積， h は比エンタルピーをそれぞれ示す．ただし，空気は比熱一定の完全気体であると仮定し，状態方程式は

$$p = \rho RT, \quad (1.3)$$

と与えられる．ここで， T は温度， R は空気の気体定数である．Mach 数の定義から

$$u_2 = M_2 \sqrt{\gamma RT_2}, \quad (1.4)$$

と燃焼器入口流速 u_2 は書け，エンタルピーは

$$h = c_p T, \quad (1.5)$$

となる．式(1.4)および式(1.5)を式(1.2)に代入し

$$\frac{1}{2}u_1^2 + c_p T_1 = \frac{1}{2}M_2^2 \gamma RT_2 + c_p T_2, \quad (1.6)$$

が得られ，この式から燃焼器入口温度 T_2 を求める．このとき，燃焼器入口における Mach 数 M_2 は設計パラメータとして飛行 Mach 数 M_{flight} から

$$M_2 = 0.2933M_{flight} + 0.64, \quad (1.7)$$

と与える^[31]．燃焼器入口温度 T_2 がわかれば式(1.4)から燃焼器流入速度 u_2 が求められる．さらに，式(1.1)から燃焼器入口密度 ρ_2 が得られる（流路断面積の比 A_1/A_2 は 2.9 とする）．表 1.2 に示される飛行 Mach 数およびエンジン条件を用いて，得られる燃焼器入口の Mach 数 M_2 ，温度 T_2 ，密度 ρ_2 ，圧力 p_2 ，速度 u_2 ，全温度 $T_{t,2}$ ，全圧 $p_{t,2}$ ，動圧 q_2 を表 1.3 に示す．

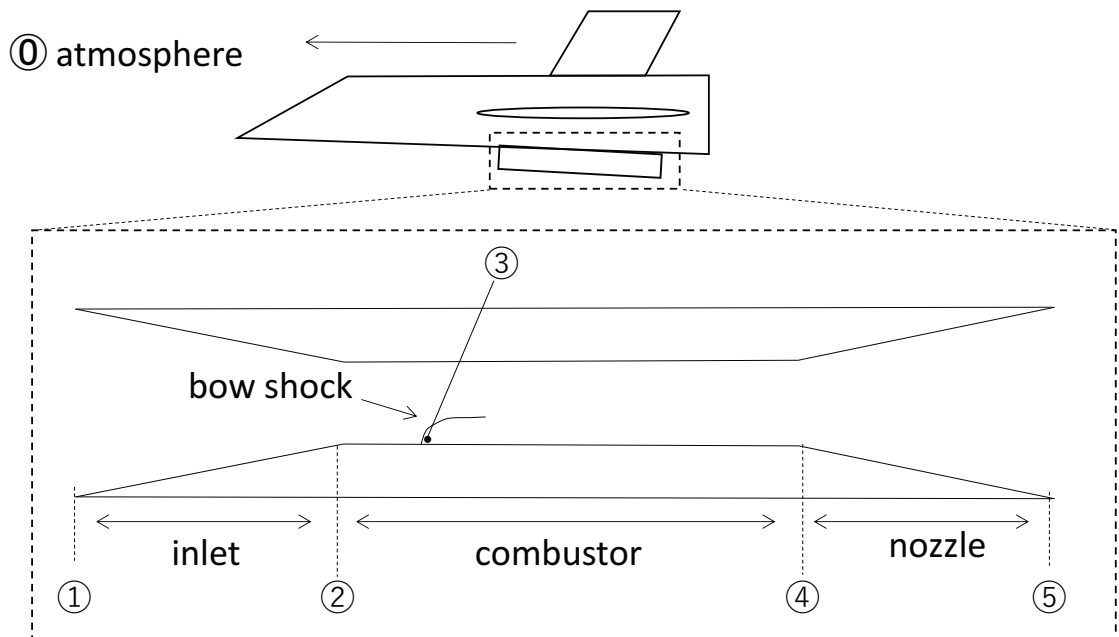


Fig. 1.3 Schematic image of the scramjet engine.

Table 1.2 Simulated flight conditions and engine (entrance of inlet) conditions for ground tests which were conducted by the National Aerospace Laboratory [8].

		$M_{flight} = 4$	$M_{flight} = 6$	$M_{flight} = 8$
simulated flight conditions	altitude [km]	20	25	35
	pressure p_0 [kPa]	5.53	2.55	0.58
	temperature T_0 [K]	217	222	237
	dynamic pressure q_0 [kPa]	62	64	26
engine (entrance of inlet) conditions	Mach number M_1	3.4	5.2	6.7
	pressure p_1 [kPa]	12.3	5.8	1.6
	temperature T_1 [K]	274	280	324
	velocity u_1 [m/s]	1130	1740	2570
	dynamic pressure q_1 [kPa]	100	111	50

Table 1.3 Combustor entrance conditions.

	$M_{flight} = 4$	$M_{flight} = 6$	$M_{flight} = 8$
Mach number M_2	1.81	2.40	2.99
temperature T_2 [K]	537	816	1288
density ρ_2 [kg/m ³]	0.623	0.27	0.061
pressure p_2 [kPa]	96.0	63.6	22.6
velocity u_2 [m/s]	823	1342	2098
stagnation temperature $T_{t,2}$ [K]	833	1606	3216
stagnation pressure $p_{t,2}$ [kPa]	552	937	861
dynamic pressure q_2 [kPa]	211	244	135

表 1.3 に示される燃焼器入口の流れに対して垂直に噴射される液体燃料を考える。液体が気流に対して垂直に噴射されると、気液界面が Kelvin-Helmholtz 不安定性により波打ち、さらに、これが Rayleigh-Taylor 不安定性によって発達され、その結果、液体噴流から大きな液滴や液糸が形成されると Ren et al.[42]によって述べられた。Xiao et al.[61]は超音速流中に噴射された液体についての large eddy simulation (LES)を実施し、液柱上流側圧力は液柱下流側の圧力に比べて極めて高く、この圧力差により、界面が低密度の気体側から高密度の液体に向かい加速されるため、Rayleigh-Taylor 不安定性が引き起こされると述べた。両研究[42, 61]は、primary breakup における液塊の形成メカニズムには Rayleigh-Taylor 不安定性が大きく関係することに言及している。そこで、Rayleigh-Taylor 不安定性に起因すると考えられる波打った液体噴流上流側界面の波長を、primary breakup で形成される液塊のスケールとする。亜音速流れ中に噴射される液体を撮影し、波打った液体噴流上流側界面の波長が測定された[44]。さらに、測定結果から液体噴流上流側に見られる波打った界面の波長 λ_s を見積もる実験式

$$\lambda_s / D = 3.4 We_{cross}^{-0.45}, We_{cross} > 4, \quad (1.8)$$

が提案された[44]。ここで、 D は噴射孔の直径、 We_{cross} は

$$We_{cross} = \frac{\rho_g u_g^2 D}{\sigma}, \quad (1.9)$$

で定義される．ここで， ρ_g は流れの密度， u_g は流れの速度， σ は表面張力をそれぞれ示す．表 1.3 に示されるような超音速流れの場合，液体噴流の前方に触先衝撃波が形成される．そのため，式 (1.9)の ρ_g および u_g を燃焼器入口の密度 ρ_2 ，速度 u_2 とすることはできないが，触先衝撃波のうちの垂直衝撃波部分の後方の密度 $\rho_{3,n}$ および速度 $u_{3,n}$ を用いれば，式(1.8)から波長 λ_s を見積もることができることが確かめられている^[61]．垂直衝撃波前後の関係式

$$\frac{\rho_{3,n}}{\rho_2} = \frac{u_2}{u_{3,n}} = \frac{(\gamma+1)M_2^2}{(\gamma-1)M_2^2+2}, \quad (1.10)$$

$$\frac{p_{3,n}}{p_2} = \frac{2\gamma M_2^2 - (\gamma-1)}{\gamma+1}, \quad (1.11)$$

から垂直衝撃波後方の密度 $\rho_{3,n}$ ，速度 $u_{3,n}$ ，圧力 $p_{3,n}$ が得られ，状態方程式(1.3)から温度 $T_{3,n}$ が計算できる．表 1.4 は触先衝撃波のうちの垂直衝撃波部分の後方の条件を示す．また，実際は，図 1.4 のように衝撃波は流れに対して斜めであるため，斜め衝撃波後方の状態を計算する．斜め衝撃波の場合，衝撃波波面と平行となる速度成分 u_{tc} は衝撃波前後で変化せず，衝撃波波面と垂直となる速度成分 u_{nc} は衝撃波によって圧縮される．超音速流れに対して液体を垂直に噴射した実験^[39]を見ると，触先衝撃波と，衝撃波波面と上流側流れの流線の角度（衝撃波角 β ）は約 60° であった．衝撃波角 β の斜め衝撃波前後の関係式

$$\frac{\rho_{3,o}}{\rho_2} = \frac{u_{nc,2}}{u_{nc,3}} = \frac{(\gamma+1)M_2^2 \sin^2 \beta}{(\gamma-1)M_2^2 \sin^2 \beta + 2}, \quad (1.12)$$

$$\frac{p_{3,o}}{p_2} = \frac{2\gamma M_2^2 \sin^2 \beta - (\gamma-1)}{\gamma+1}, \quad (1.13)$$

から斜め衝撃波後方の密度 $\rho_{3,o}$ ，速度 $u_{nc,3}$ ，圧力 $p_{3,o}$ が得られ，状態方程式(1.3)から温度 $T_{3,o}$ が計算できる．表 1.5 はフライト Mach 数に対する衝撃波角 60° の斜め衝撃波後方の物理量を示す．

流れ場の圧縮性を考えるにあたり Mach 数は重要となるが，primary breakup で形成される液塊は，形成された時点で幾分か流れにのっているため，液塊と衝撃波後方の流れの相対速度を u_r とし， u_r から計算される相対 Mach 数を $M_{3,r}$ とする．図 1.5 はフライト Mach 数に対する垂直衝撃波および斜め衝撃波後方の流れの相対 Mach 数 $M_{3,r}$ を示す．図 1.5 の”static liquid clump”は機体と一緒に動く座標系から見て，液塊が静止していることを意味する．図 1.5 から相対速度 u_r によって相対 Mach 数は大きく変化することがわかる．また，飛行 Mach 数が増加するにつれて，液塊相対 Mach 数は低下する傾向にあり，飛行 Mach 数が 8 のときは，static liquid clump においても，相対 Mach 数が 1 以下となる．飛行 Mach 数が 4, 6 においても，相対速度が小さい場合は相対 Mach 数が 1 以下になることがわかる．実際の相対速度だが，過去の研究で行われた超音速流中に噴射された液体の PIV 測定では，触先衝撃波後方の気流速度は 160 m/s なのに対して，液体噴流崩壊（primary breakup）が生じる箇所の液体速度は 30～40 m/s であり^[39]，液塊は亜音速流に曝されていたことがわかる．したがって，燃焼器には超音速気流が流入するが，亜音速流中における液滴

微粒化の研究で得られる知見は、スクラムジェットエンジンの secondary breakup を模擬した実験としては有効であるといえる。

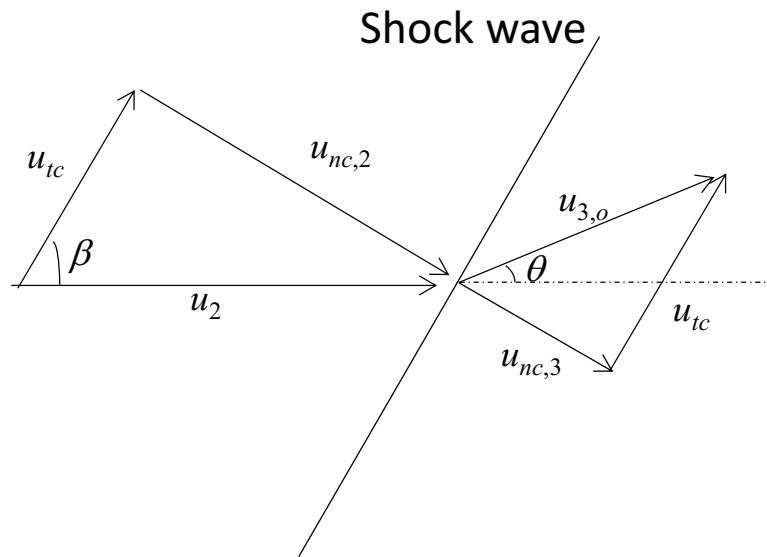


Fig. 1.4 Velocity vector before and after oblique shock wave.

Table 1.4 Conditions behind the vertical shock wave part of the bow shock wave.

	$M_{flight} = 4$	$M_{flight} = 6$	$M_{flight} = 8$
Mach number $M_{3,n}$	0.606	0.511	0.461
Temperature $T_{3,n}$ [K]	785	1538	3105
Density $\rho_{3,n}$ [kg/m ³]	1.54	0.93	0.25
Pressure $p_{3,n}$ [kPa]	347	410	227
Velocity $u_{3,n}$ [m/s]	332	393	503
Stagnation pressure $p_{t,3,n}$ [kPa]	441	486	261
Dynamic pressure $q_{3,n}$ [kPa]	85.2	71.5	32.3

Table 1.5 Conditions behind the oblique shock wave part of the bow shock wave.

	$M_{flight} = 4$	$M_{flight} = 6$	$M_{flight} = 8$
Mach number $M_{3,o}$	1.04	1.09	1.16
Temperature $T_{3,o}$ [K]	705	1339	2627
Density $\rho_{3,o}$ [kg/m ³]	1.27	0.79	0.22
Pressure $p_{3,o}$ [kPa]	257	305	170
Velocity $u_{3,o}$ [m/s]	540	780	1160
Stagnation pressure $p_{t,3,o}$ [kPa]	498	628	379
Dynamic pressure $q_{3,o}$ [kPa]	185	241	151

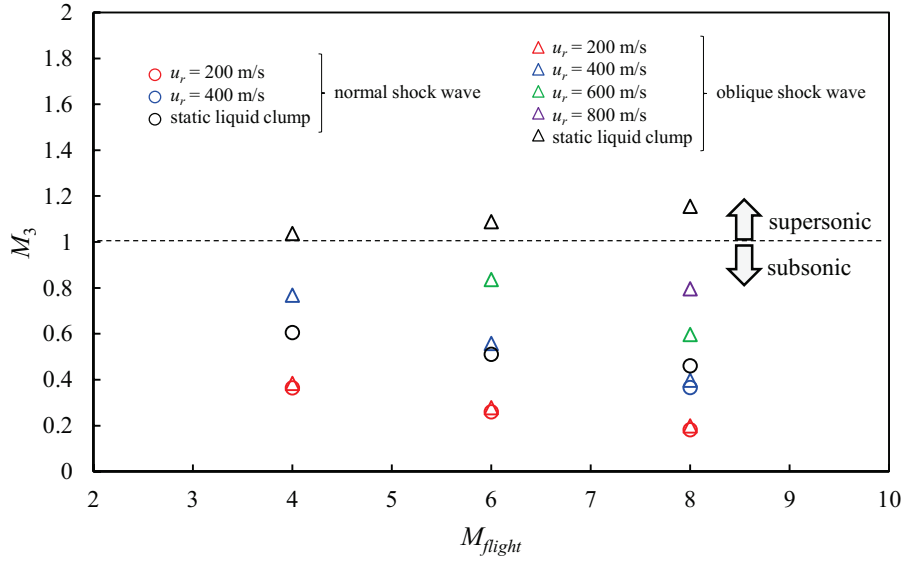
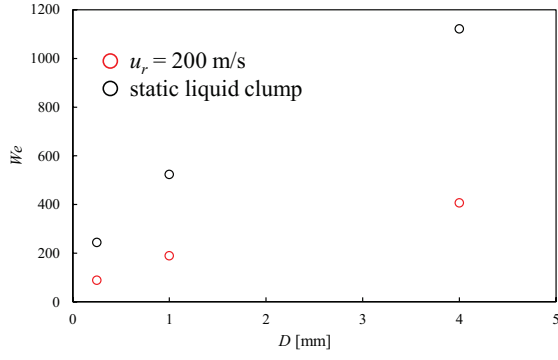


Fig. 1.5 Mach number behind the normal or oblique shock wave as a function of flight Mach number.

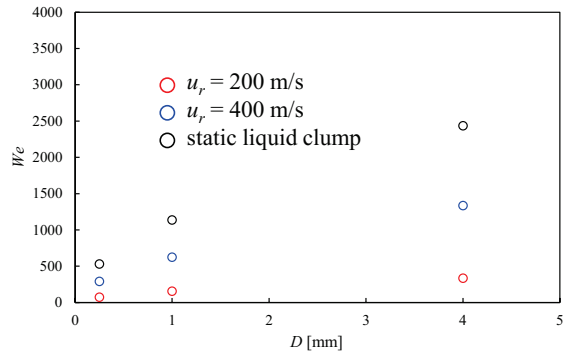
primary breakup で形成される液塊の速度の測定例は少なく，飛行条件に対して適切な液塊相対速度を見積もることは今のところ困難である．そこで，本研究では，広い範囲の相対速度について secondary breakup の Weber 数を検討する．表 1.4 および表 1.5 に示される諸量，式(1.8)から得られる長さスケールおよび相対速度 u_r から secondary breakup の Weber 数は

$$We = \frac{\rho_3 u_r^2 \lambda_s}{\sigma}, \quad (1.14)$$

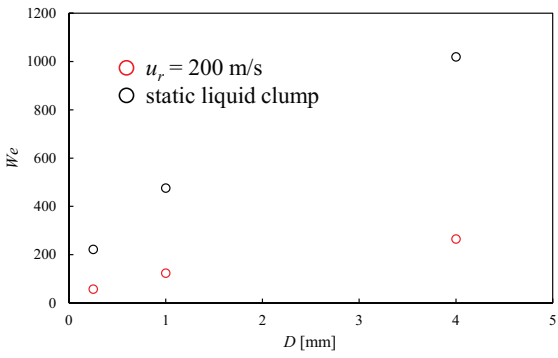
と与えられる．図 1.6 に各飛行 Mach 数における，噴射孔直径 D に対する secondary breakup の Weber 数を示す．図 1.6 からスクラムジェットエンジンにおける，secondary breakup の Weber 数は $10^1 \sim 10^3$ のオーダーであるとわかる．そこで，本研究では高 Weber 数側の Weber 数が $10^2 \sim 10^3$ のオーダーに注目し，secondary breakup を模擬した，気流中に曝露された単一液滴を対象とする．



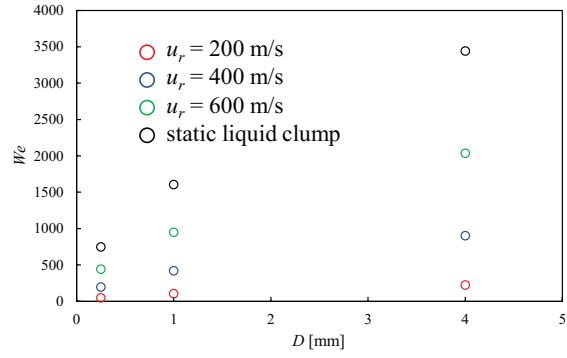
(a) $M_{flight} = 4$, normal shock wave



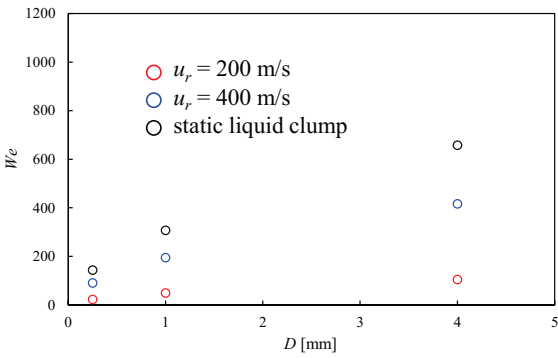
(b) $M_{flight} = 4$, oblique shock wave



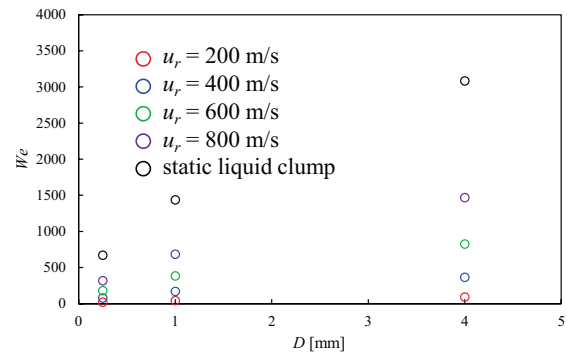
(c) $M_{flight} = 6$, normal shock wave



(d) $M_{flight} = 6$, oblique shock wave



(e) $M_{flight} = 8$, normal shock wave



(f) $M_{flight} = 8$, oblique shock wave

Fig. 1.6 Predicted Weber number of secondary breakup as a function of injector hole diameter D at various relative velocity of liquid clump α for flight Mach number is 4, 6, and 8.

本項の最後に、スクラムジェットエンジンの secondary breakup を液滴微粒化でモデル化する際の問題と、それに対する考察または対応方法について述べる。

(a) 液塊の長さスケール問題

スクラムジェットエンジンにおける secondary breakup の長さスケールは小さく、そのままのスケールで実験を行うと測定が困難である。実際に、式(1.8)から計算される Rayleigh-Taylor 不安定性の波長、すなわち secondary breakup の長さスケールを算出し、その結果を図 1.7 に飛行 Mach 数の関数として示す。図 1.7 から secondary breakup の長さスケールは数十 μm ~ 200 μm と非常に小さい。高速度カメラによる撮影でのアプローチでは、長さスケールが大きい方が容易に観測を行うことができる。そこで、本研究では、無次元パラメータとして Weber 数を導入し、初期液滴直径をミリオーダーにして、Weber 数が $10^2 \sim 10^3$ の範囲で実験を行う。

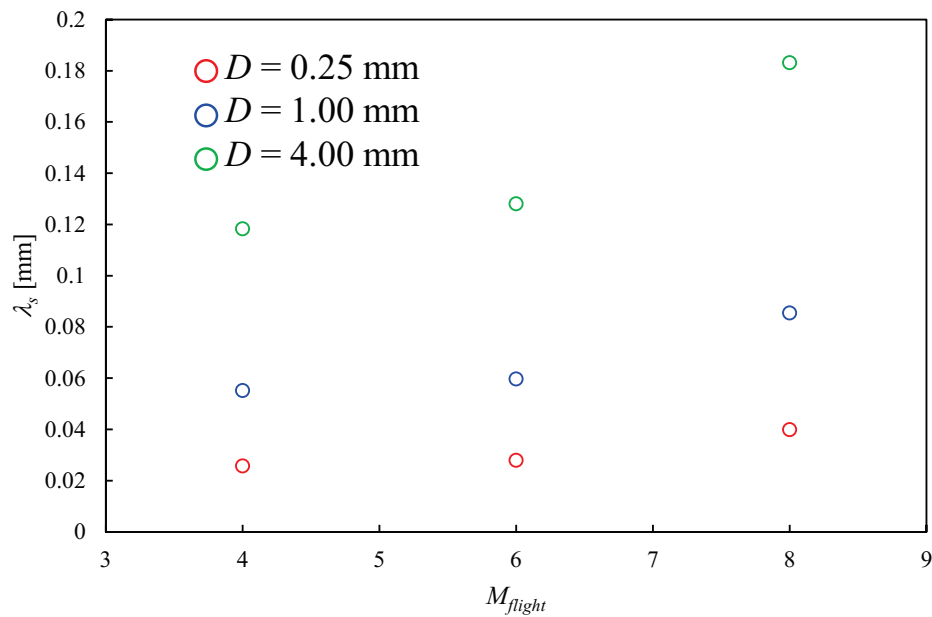


Fig. 1.7 Predicted wavelength on liquid jet interface, i.e., length scale of secondary breakup, as a function of flight Mach number.

(b) 雰囲気温度問題

表 1.4 および 1.5 に示されるように、primary breakup で形成された液塊の雰囲気(軸先衝撃波後方)温度は極めて高い。そのため、蒸発と secondary breakup が相互作用を及ぼすことが懸念される。そこで、静止気体中に置かれた液滴の燃焼の理論^[14]を用いて、蒸発速度と secondary breakup の時間スケールを比較する。ここでは炭化水素燃料であるヘキサンを仮定する。雰囲気中におかれた燃焼液滴の蒸発速度 \dot{m} は

$$\dot{m} = \left(\frac{4\pi\lambda r_c}{c_p} \right) \ln \left\{ 1 + \frac{1}{L} \left[c_p (T_\infty - T_l) + \frac{q^0 Y_{O,\infty}}{W_O \nu_O} \right] \right\}, \quad (1.15)$$

と与えられる。ここで、 λ は熱伝導率、 L は潜熱、 Y は質量分率、 W は分子量、 ν は化学量論係数、 c_p は定圧比熱、 r_c は液滴中心を原点とする半径方向座標、をそれぞれ示し、下付き添え字 ∞ は雰囲気条件、 l は液体、 O は酸素をそれぞれ示す。また、発熱量 q^0 は

$$q^0 = h_F W_F v_F + h_O W_O v_O - \sum_{i=1}^N h_i W_i v_i, \quad (1.16)$$

となる．ここで，下付き添え字 F は燃料を示す．質量保存からの燃焼によって液滴が消失するまでの時間（液滴燃焼時間） $t_{c,drop}$ は

$$\dot{m} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi r_c^3 \rho_l \right) \Rightarrow \frac{d(d_c^2)}{dt} = -\frac{2\dot{m}}{\pi \rho_l r_c} = -K, \quad (1.17)$$

と得られる．ここで， $d_c = 2r_c$ である．ただし，蒸発係数 K は

$$K = \frac{2\dot{m}}{\pi \rho_l r_c}, \quad (1.18)$$

と定義される．式(1.17)から液滴直径の二乗は傾き K で線形的に減少する (d^2 則) ことがわかる．そのため，式(1.15)と式(1.18)から蒸発係数 K を求めることで，液滴が燃焼で消失するまでの時間（液滴燃焼時間 $t_{c,drop}$ ）がわかる．本研究で提案するが，直径 d_0 の液滴が微粒化により崩壊するまでにかかる時間 t_{dis} は

$$\frac{t_{dis}}{t_d} = 1.1, \quad (1.19)$$

で示される．ここで， t_d は液滴微粒化を整理するために導入された特性時間であり，

$$t_d = \sqrt{\frac{8\rho_l}{3C_D\rho_g} \frac{d_0}{u_g}}, \quad (1.20)$$

と与えられる．ここで， C_D は抗力係数を示す．そのため，液滴燃焼時間 $t_{c,drop}$ で無次元化された親液滴崩壊時間 t_{dis}

$$\frac{t_{dis}}{t_{c,drop}} = \frac{1.80}{\sqrt{C_D}} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g} \frac{K}{u_g d_0}}, \quad (1.21)$$

を図 1.8 に飛行 Mach 数を関数として示す．図 1.8 から $t_{dis}/t_{c,drop}$ は非常に小さいことから，secondary breakup において蒸発は無視してもよいと考えられる．したがって，本研究の実験では，高温気体は扱わない．また，ここで説明した理論においては，液滴直径の二乗は時間に対して線形で減少する，すなわち， d^2 則が成り立つ．実際の液滴燃焼においては，着火直後では d^2 則が成り立たないことが知られているが， d^2 則が成り立たない時間は初期に限られるため，ここで行ったオーダーの比較のような粗い定量的評価であれば，全体を通して d^2 則が成り立つとみなしてよいと考えられる．

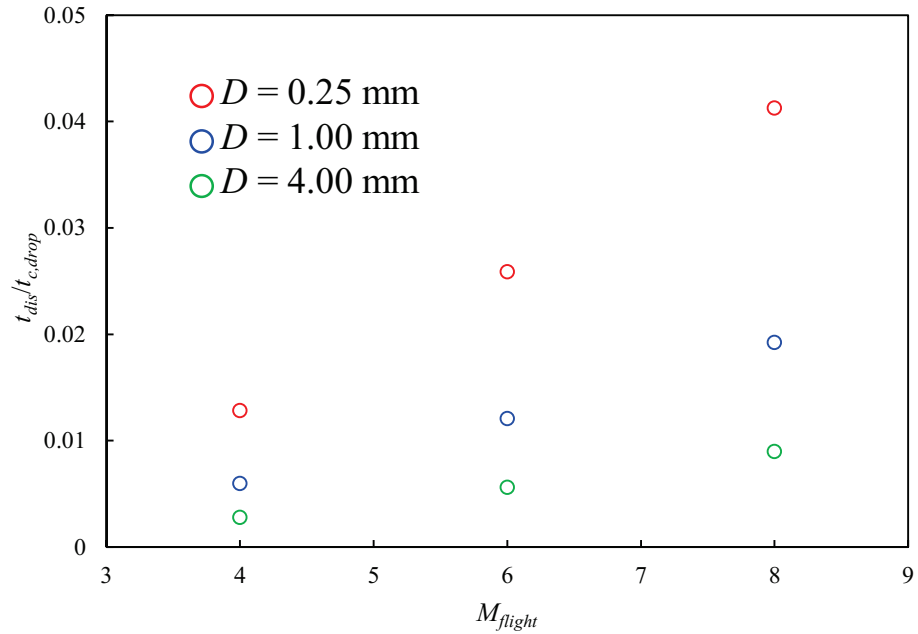


Fig. 1.8 Predicted annihilation time of liquid drop normalized by drop combustion time as a function of flight Mach number.

(c) 液塊形状問題

primary breakup で形成される液塊は、真球ではなく、球から歪んだ形状である。しかしながら、実験での初期液滴形状はほぼ真球である。そこで、歪んだ球の微粒化を真球で再現することの妥当性を考える。気流中に曝された歪んだ液塊は扁平化され、平らになった液塊の縁から微粒化すると考えられる。このような微粒化挙動は、比較的高 Weber 数の液滴微粒化で見られる sheet-thinning breakup や catastrophic breakup においても見られる。そのため、液滴微粒化で得られる知見は歪んだ液塊の微粒化に対して有益であると考えられる。ただし、液滴微粒化実験で得られた予測式が、そのまま歪んだ液塊に適用できるかどうかは、信頼性の高い直接数値解析によって検証する必要があることには留意する。

1.2 液滴微粒化の過去の研究

secondary breakup を模擬した気流中における液滴微粒化の研究は過去に多数行われてきた。スクラムジェットエンジンにおける微粒化では、微粒化完了までの時間の短縮や、微粒化で形成される微細液滴を小さくすることが求められる。そこで、液滴微粒化研究の中でも、本研究にとって重要となる微粒化開始・完了時間、微細液滴の粒度分布についての過去の研究を記述するが、その前に、それらを理解するために必要となる微粒化形態についてまずは述べる。

1.2.1 微粒化形態

液滴微粒化形態の研究は盛んに行われてきたが、現在も議論が続いている。微粒化形態が異なると、形成される微細液滴の粒度分布特性が異なることが知られている^[19]ため、液滴微粒化形態の研究は微細液滴の粒度分布予測式を構築するうえで重要である。一般的に、液滴微粒化形態は、

$$We = \frac{\rho_g u_g^2 d_0}{\sigma}, \quad (1.22)$$

で示される Weber 数と

$$Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\rho \sigma d_0}}, \quad (1.23)$$

で示される Ohnesorge 数によって整理されてきた^[20]。ここで、 d_0 は初期液滴直径を示す。水や炭化水素燃料のような低粘性液体 (Ohnesorge 数が 0.1 未満) では、Weber 数のみで形態が分類され、図 1.9 のように液滴微粒化形態は Weber 数に応じて、vibrational breakup, bag breakup, multimode breakup, sheet-thinning breakup, catastrophic breakup の 5 つの形態に分類されると考えられている^[20]。前節から、スクラムジェットエンジンで見られる secondary breakup に課せられる Weber 数のオーダーは $10^1 \sim 10^3$ であり、高 Weber 数の液滴微粒化も見られる。そこで、比較的高 Weber 数で起きる液滴微粒化である sheet-thinning breakup, catastrophic breakup に本研究は注目する。sheet-thinning breakup 形態では、親液滴周囲から継続的に液体シートが形成するが、その液体シートは不安定であり、形成後すぐに崩壊する。この液体シート崩壊によって大量の微細液滴が形成される。Weber 数を増加させると最終的に catastrophic breakup が見られる。この形態では、sheet-thinning breakup 形態のような親液滴周囲における微粒化に加えて、親液滴上流側界面が波打ち、波打った界面が発達することで親液滴を分裂させる。この分裂によって小数の比較的大きな液塊が形成され、それがさらに微粒化される。

一方、最近では、液滴微粒化形態を Rayleigh-Taylor piercing (RTP) 形態と shear-induced entrainment (SIE) 形態の二つに分けるといった新たな分類が提案された^[54-56]。この分類では、低 Weber 数において Rayleigh-Taylor 不安定性により親液滴が分裂される RTP 形態が見られ、高 Weber 数では、親液滴周囲から液体が剥ぎ取られることで微粒化される SIE 形態が見られる。この分類では、高 Weber 数において catastrophic breakup が生じず、これが図 1.9 の分類とは異なる。

以上のように、過去の研究で提案された高 Weber 数における液滴微粒化形態の分類は矛盾を抱えており、確固たる形態分類は得られていない。これは、高 Weber 数における液滴の微粒化においては、親液滴がフラグメントに覆われてしまうため、実験において親液滴の変形・分裂挙動を

撮影画像から観察することが難しいからである。

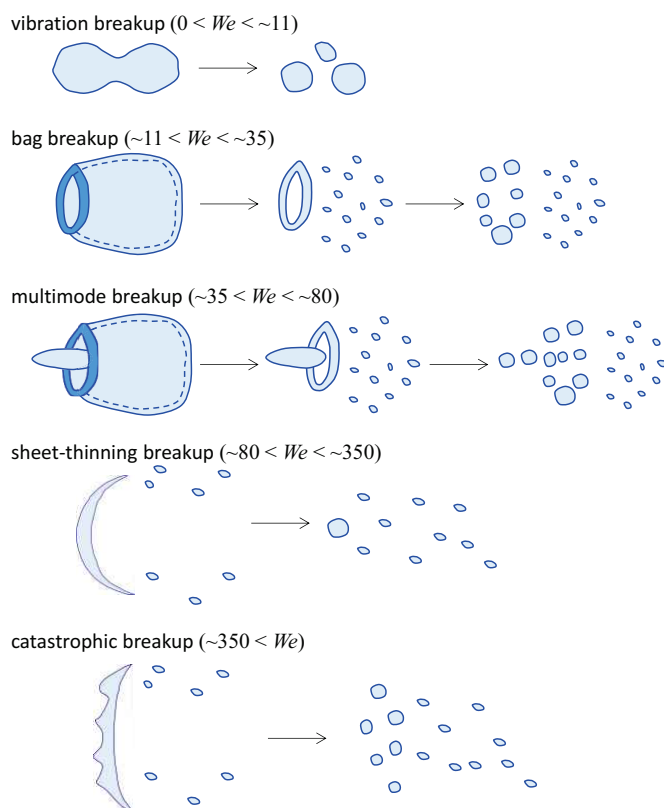


Fig. 1.9 Drop breakup regime as a function of Weber number for Ohnesorge number < 0.1 .

1.2.2 微粒化時間

過去に多数の微粒化時間に関する研究は行われてきており、そのほとんどが、剛体球が直径分だけ移動する時間の目安で無次元化された微粒化時間を評価した。しかしながら、気流中における液滴は時間とともに扁平化するため、剛体球に比べてはやく下流へと移動する。そこで、実際の液滴が直径分だけ移動する時間で無次元化された液滴微粒化時間、すなわち、微粒化開始や微粒化完了といった特徴的な現象が生じるときまでにどの程度液滴が移動するのかを評価することが重要であると考えられる。

微粒化開始時間は測定者による視覚的な画像観察によって得られてきた。これでは、測定者によって結果が異なると考えられる。そこで、測定者によらない微粒化開始時間の測定法の確立が求められる。

以下、微粒化開始・完了時間の過去の研究について説明する。

1.2.2(a) 液滴微粒化開始時間

液滴微粒化開始時間は Pilch and Erdman^[40]や Gel'fand et al.^[17]によって測定された。Pilch and Erdman^[40]は微粒化形態に応じて微粒化開始時間を定義した。bag breakup 形態では bag が形成し始めるときを、sheet-thinning breakup (sheet stripping breakup) 形態ではシートが下流へ引きずられるときを、catastrophic breakup 形態では風上側界面においてミストが発生するときを微粒化開始とそ

れぞれ定義された。さらに，特性時間 t_{RN} で無次元化された微粒化開始時間 t_{ini} の実験式

$$\frac{t_{ini}}{t_{RN}} = 1.9(We - 12)^{-0.25} (1 + 2.2Oh^{1.6}), \quad (1.24)$$

が過去の研究で提案された^[40]。ここで，特性時間 t_{RN} は

$$t_{RN} = \frac{d_0}{u_g} \sqrt{\frac{\rho_l}{\rho_g}}, \quad (1.25)$$

と与えられる^[41]。図 1.10 に Ohnesorge 数が 0.01, 0.1 および 1 のときにおける式(1.24)から得られる無次元液滴微粒化開始時間を示す。Weber 数が小さい領域では，Weber 数が増加するにつれて急激に無次元液滴微粒化開始時間は小さくなるのがわかる。一方，Weber 数が大きくなると，Weber 数の変化に対して緩やかに無次元液滴微粒化開始時間が減少していることがわかる。さらに，Ohnesorge 数が増加すると無次元液滴微粒化開始時間が増加することがわかる。

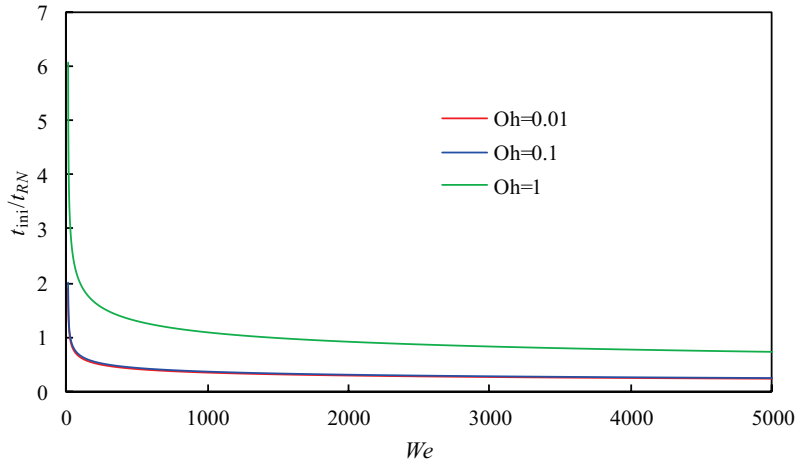


Fig. 1.10 Initiation breakup time as a function of Weber number derived from Eq. (1.24) proposed by Pilch and Erdman^[40].

1.2.2 (b) 液滴微粒化完了時間

液滴およびフラグメントのさらなる分裂が生じなくなる時間を微粒化完了時間と定義された^[40]。さらに，特性時間 t_{RN} で無次元化された低粘性流体の微粒化開始時間 t_{tot} の実験式

$$\frac{t_{tot}}{t_{RN}} = \begin{cases} 6(We - 12)^{-0.25}, & 12 \leq We \leq 18, \\ 2.45(We - 12)^{0.25}, & 18 \leq We \leq 45, \\ 14.1(We - 12)^{-0.25}, & 45 \leq We \leq 351, \\ 0.766(We - 12)^{0.25}, & 351 \leq We \leq 2670, \\ 5.5, & 2670 \leq We, \end{cases} \quad (1.26)$$

が提案された。また，別の無次元微粒化完了時間の実験式として，実験条件にフィッティングさせることで

$$\frac{t_{tot}}{t_{RN}} = \frac{5}{1 - Oh/7}, \quad We < 10^3, \quad (1.27)$$

が提案された^[23]. 図 1.11 は Weber 数に対する t_{RN} で無次元化された微粒化完了時間を示す.

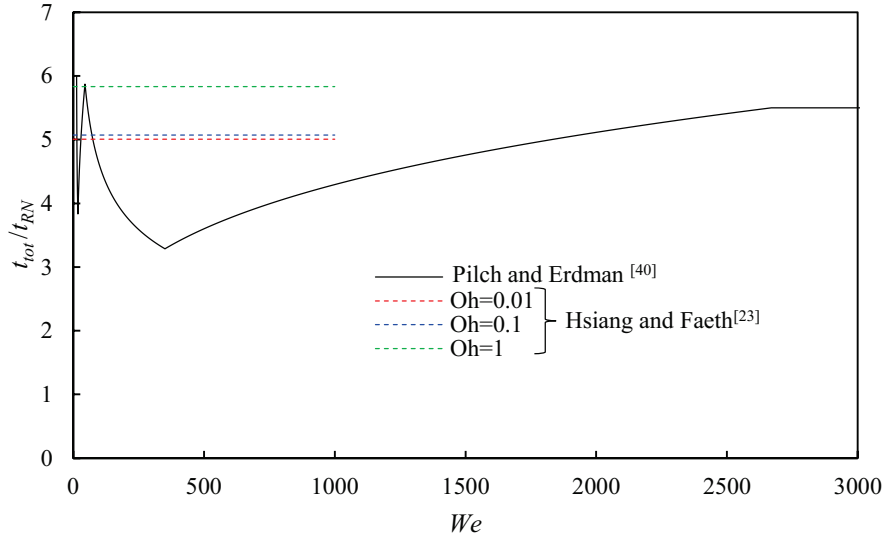


Fig. 1.11 Total breakup time as a function of Weber number derived from Eq. (1.26) and Eq. (1.27) proposed by Pilch and Erdman^[40], and Hsiang and Faeth^[23].

1.2.2(c) コヒーレント部分の完全消滅時間

パルス YAG レーザーを用いた LIF 撮影を行い, 得られた結果から SIE 形態における親液滴のコヒーレント部分が完全に消滅する時間が求められた^[56]. 図 1.12 は無次元時間に対する YAG レーザーを用いた LIF 撮影から得られた親液滴のコヒーレント部分の体積変化を示す. 図 1.12 から t_{RN} で無次元化された親液滴のコヒーレント部分の完全消失時間は

$$\frac{t_{ann}}{t_{RN}} \sim 0.6, \quad Oh < 0.1, \quad We > 1500, \quad (1.28)$$

で示すことができると述べられた.

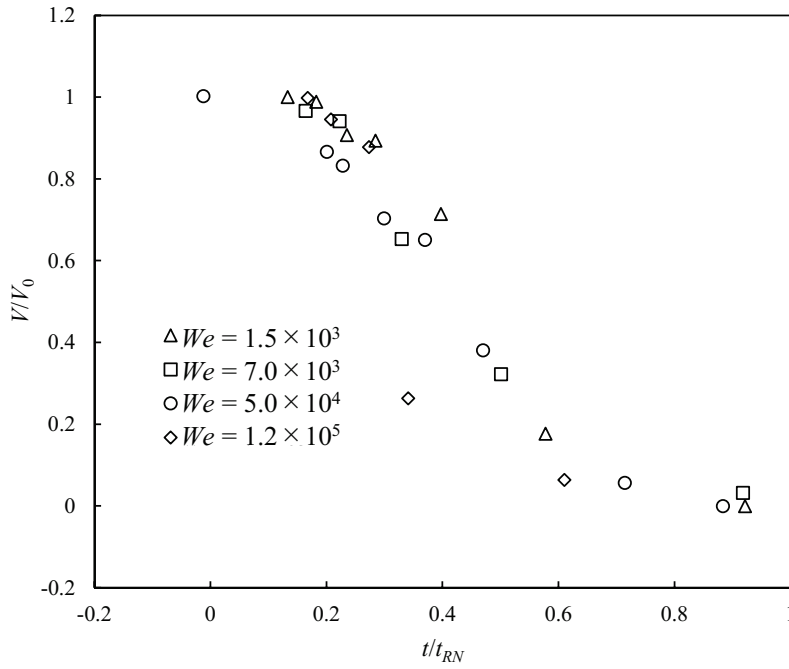


Fig. 1.12 The volume fraction of coherent portion of parent drop for various Weber number as a function of time. These data are obtained from paper of Theofanous et al.^[56].

1. 2. 2 (d) 緩和時間と分散時間

衝撃波後方において微粒化されるヘキサン液滴が高速度カメラで撮影され、液滴が気流速度の63%となる時間を緩和時間 (relaxation time) と定義し^[30], 緩和時間が測定された. その結果, 衝撃波 Mach 数が 2 の時の緩和時間は 500 μs 程度で, Mach 数が 2.9 の時のそれは 200 μs 程度であった. 理論式

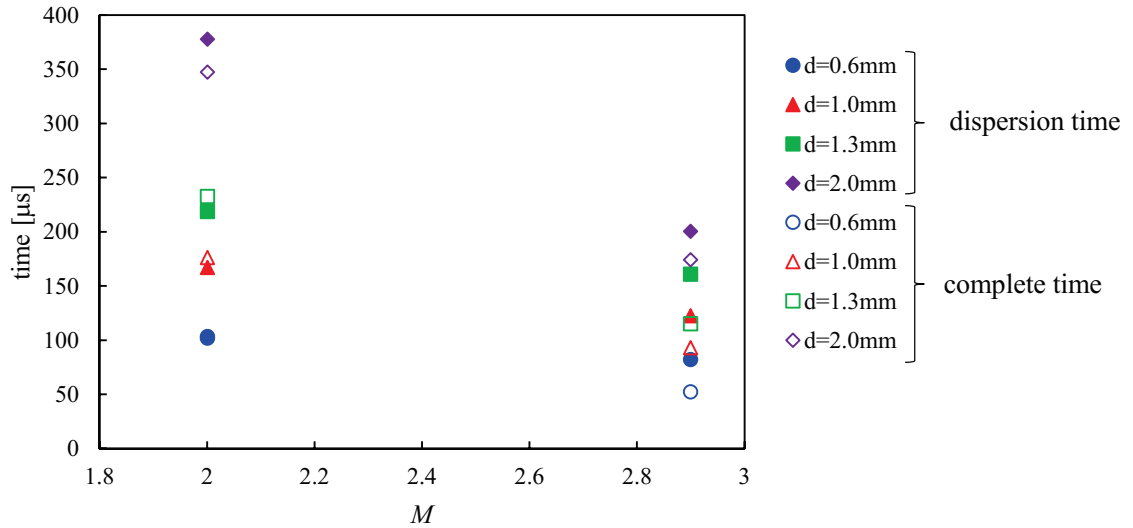
$$t_r = \frac{\rho_l d_0^2}{18\mu_g}, \quad (1.29)$$

から得られる緩和時間は Mach 数が 2 と 2.9 においてそれぞれ 1350 μs および 1000 μs となる. 実験で得られる緩和時間が理論式から得られる緩和時間より小さくなることは, 微細液滴が気流に対し完全に追従するまでに, 液体が部分的には蒸発されることを示す, と Kobiera et al.^[30]は述べた.

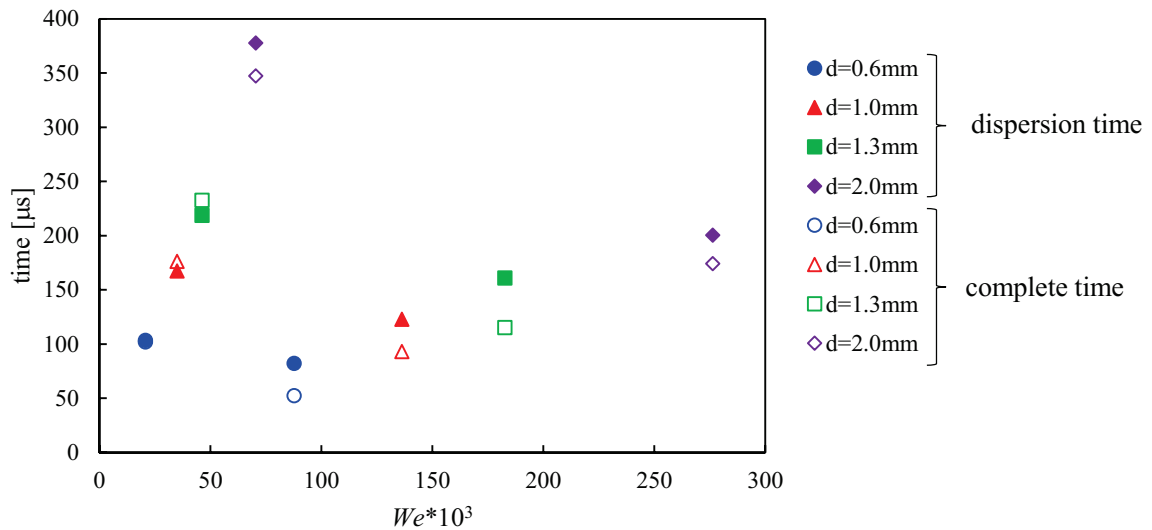
また, 噴霧直径が初期液滴直径の 12 倍になった時の時間が分散時間 (dispersion time) と定義された^[30]. 実験で得られた分散時間は, 予測式

$$\frac{t_{tot}}{t_{RN}} = 5.5 \text{ for } We > 2,670, \quad (1.30)$$

から得られる微粒化完了時間(complete time)と比較された. 図 1.13 は実験で得られた分散時間と式(1.30)で得られる微粒化完了時間を Mach 数 (図 1.7(a)) および Weber 数 (図 1.7(b)) の関数として示す. 図 1.13 から, 分散時間と微粒化完了時間は概ね等しいと言及された.



(a) function of flow Mach number



(b) function of Weber number

Fig. 1.13 Breakup (dispersion) time as a function of Mach number and Weber number. These data are obtained from paper of Kobiera et al.^[30].

1.2.3 粒度分布

液体燃料を微粒化する主な目的は、大量の微細液滴を形成し、表面積を増大させて蒸発を促進させることである。そのため、微粒化モデルにおいて重要なことは、微細液滴の粒度分布を正確に予測することである。したがって、微粒化モデルの開発や検証の際には、微細液滴に関する知見やデータが必要となる。

bag breakup 形態および sheet-thinning breakup 形態における粒径の確率密度分布や平均粒径が測定された^[19]。図 1.14 は bag および sheet-thinning breakup により形成される微細液滴の体積確率密度を示す。sheet-thinning breakup 形態の微細液滴径の体積確率密度分布 (図 1.14(b)) は root-normal 分布関数によってフィッティングできるシングルモーダル分布であることが示された。しかしな

がら、図 1.14(a)に示される **bag breakup** 形態における体積確率密度分布を見ると、3つのピークからなるマルチモーダル分布であることがわかる。このようなマルチモーダル分布になる要因は微粒化形態にあると述べられた。図 1.9 に示されるように **bag breakup** 形態は袋形状の破裂とリング形状の崩壊から構成されており、図 1.14(a)における最も粒径の小さいピークは袋形状の破裂で形成される微細液滴に由来すると考えられる。リング形状の崩壊では、リングの節からは比較的大きな微細液滴が形成され、そのほかの部分からは比較的小さな微細液滴が形成される。それぞれは、最も粒径の大きいピークおよび中間の粒径のピークに対応すると考えられる。一方、図 1.14(b)に示されるように、**sheet-thinning breakup** 形態では、体積確率密度分布はシングルモーダルである。**sheet-thinning breakup** では、親液滴周囲で見られる継続的な液体シートの崩壊のみで微細液滴が形成されるため、シングルモーダルになると考えられる。このように、微粒化形態が異なると、微細液滴の体積確率密度分布特性が大きく異なることがわかる。また、Boggavarapu et al.^[5]は **bag breakup** 形態から **catastrophic breakup** 形態までの広範囲における Sauter 平均粒径を測定した。しかしながら、微細液滴の確率密度分布については議論されていない。

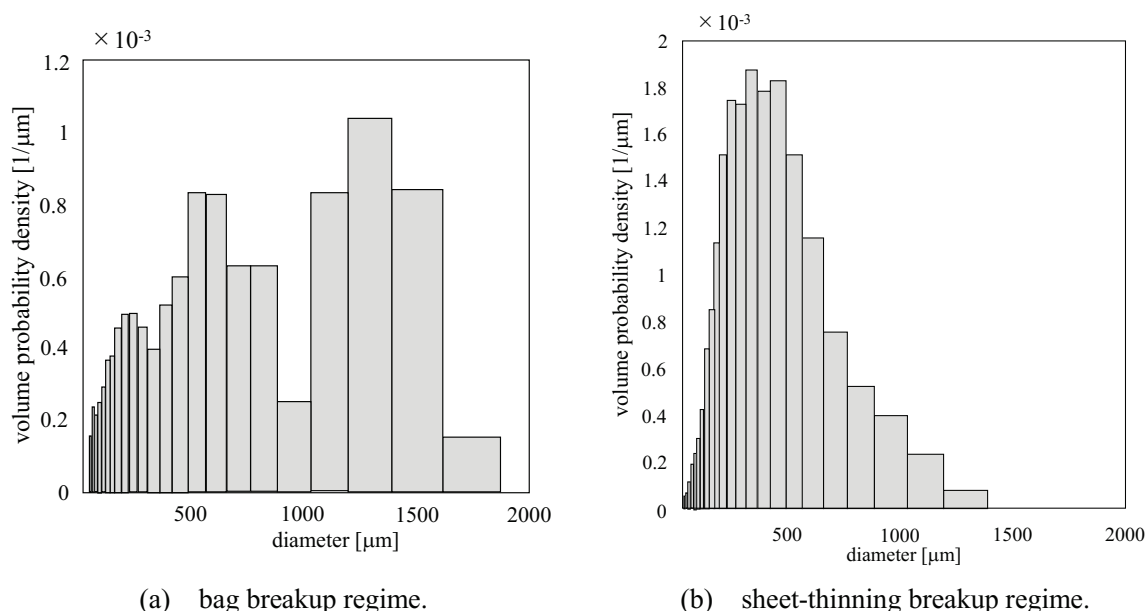


Fig. 1.14 Volume probability density distribution of fine droplets for liquid drop breakup. This illustration was created with reference to paper of Guildenbecher et al.^[19].

著者の知る限り、スクラムジェットエンジンの燃焼器内で見られる Weber 数が 10^3 オーダーにおける微細液滴の確率密度分布はいまだ得られていない。Guildenbecher et al.^[19] によって、**bag breakup** 形態と **sheet-thinning breakup** 形態とでは、微細液滴径の確率密度分布が異なることが示された。これと同様に、**sheet-thinning breakup** 形態と高 Weber 数で見られると考えられている **catastrophic breakup** 形態とでは、微細液滴径の確率密度分布特性が異なる可能性が考えられ、**sheet-thinning breakup** 形態におけるデータから外挿して **catastrophic breakup** 形態の粒度分布を予測することは不適切であると考えられる。したがって、高 Weber 数条件での液滴微粒化における微細液滴径を測定することは重要となる。

1.3 目的

本研究では、高速気流中に曝露された液滴の微粒化において以下の2つの研究領域を扱う。

① 液滴微粒化開始・完了時間

過去の研究では、液滴微粒化の撮影画像から視覚的に微粒化開始時間が測定された。この方法では、測定者によって測定結果に差異が生じることが懸念される。また、高 Weber 数では、親液滴がフラグメントで覆われてしまうため、液滴微粒化完了時間を測定することは困難である。そこで、高 Weber 数においても使用することができ、測定者によらない明確な液滴微粒化開始・完了時間の測定方法を提案することがこの領域における1つ目の目的である。さらに、測定結果から液滴微粒化開始・完了時間の予測式を提案することが2つ目の目的である。また、液滴微粒化完了までの親液滴移動量の予測式を提案することが3つ目の目的である。

② 微細液滴の粒度分布

微粒化の最も重要な役割は液体燃料の表面積を増加させて蒸発を促進させることである。そのため、微粒化によって形成される微細液滴の粒度分布特性を明らかにすることは、微粒化モデルの開発や検証の際に必須である。超音速気流中に噴射された液体の secondary breakup に課せられる Weber 数は 10^3 オーダーに達することもあると想定される。しかしながら、そのような高 Weber 数における液滴微粒化で形成される微細液滴の粒径が測定された研究例はほとんどなく、粒度分布特性は明らかにされていない。そこで、本研究では、Weber 数が 10^3 オーダーにおける液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布を明らかにすることが目的である。そのために、サイズが小さく、高速で移動する微細液滴の粒径を測定する方法を確立することも目的である。

1.4 本論文の構成

図 1.15 に本論文の章構成を示す。

本研究では数値解析および実験の両アプローチを使用した。実験では、衝撃波管を製作し、衝撃波後方の高速気流中において微粒化する液滴を撮影することを考えた。しかしながら、実際の secondary breakup では、衝撃波と液塊は干渉しないため、実験設定と実際の現象の間で乖離が見られる。そこで、圧縮性気液二相流解析コードを開発し、衝撃波が液滴の変形に与える影響について評価する（第2章）。実験パートでは、まず、第3章で本研究において提案したレーザー破膜法と、それをを用いた液滴微粒化観測システムについて述べる。その後、第4章および第5章では、上述した目的①液滴微粒化開始・完了時間および②微細液滴の粒度分布にそれぞれ取り組んだ結果について述べる。

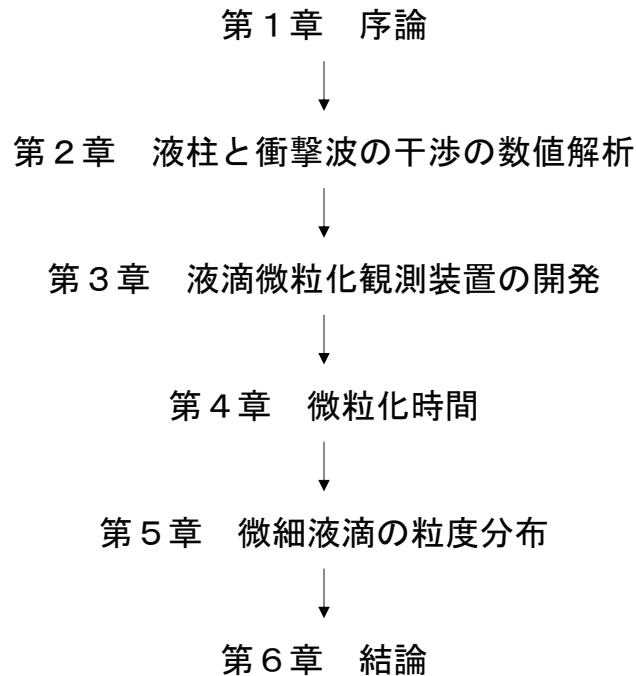


Fig. 1.15 Outline of this paper.

第2章 液柱と衝撃波の干渉の数値解析

2.1 緒言

過去の気流中における液滴微粒化の実験はノズルから噴射される連続流^[15,19,32,33,38]または衝撃波後方の流れ^[9-11,21,23,24,28,30,41,54-56,59,60]を用いて行われてきた。ノズルから噴射される連続流を用いる場合には、液滴を瞬時に一様な気流に曝すことができない、といった欠点がある。一方で、衝撃波後方の流れを用いる場合には、液滴を瞬時に一様な流れ場に曝すことができる。加えて、衝撃波管を用いることで動圧の大きな流れを簡単に発生させることができるため、高 Weber 数の実験に衝撃波後方の流れを用いることは適すと考えられる。実際に、過去の高 Weber 数での液滴微粒化実験のほとんどが衝撃波管を用いて行われた。しかしながら、secondary breakup では見られない衝撃波によって、液滴が変形される可能性が懸念される。そこで、本章では、液柱と衝撃波の二次元解析を実施し、衝撃波が液柱の変形に与える影響について評価する。

2.2 基礎方程式と数値解析手法

2.2.1 流体の基礎方程式

液柱と衝撃波の干渉問題では、液体においても衝撃波が伝播するため、気体、液体ともに基礎方程式として二次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いた。ストレッチの施された格子を扱うために、方程式を一般座標系へと適応させた。

まずは、デカルト座標系における二次元 Navier-Stokes 方程式^[16]を以下に示す。

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial y},$$
$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (E + p)u \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ p + \rho v^2 \\ (E + p)v \end{bmatrix}, \mathbf{E}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \lambda T_x \end{bmatrix}, \mathbf{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \lambda T_y \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$
$$\tau_{xx} = \mu' \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu u_x, \tau_{yy} = \mu' \operatorname{div} \mathbf{u} + 2\mu v_y, \tau_{yx} = \tau_{xy} = \mu(u_y + v_x), \mathbf{u} = u\mathbf{j} + v\mathbf{k}.$$

ここで、 ρ は密度、 u は x 方向流速、 v は y 方向流速、 p は圧力、 T は温度、 τ_k は j 面における k 方向粘性応力、 λ は熱伝導率、 μ は第1粘性係数、 μ' は第2粘性係数、 \mathbf{j} は x 方向の単位ベクトル、 \mathbf{k} は y 方向の単位ベクトルをそれぞれ示す。本論文では、「粘性係数」との表記は「第1粘性係数」を示す。本論文においては特に指定しない限り水と空気の二相流を扱い、空気の熱伝導率および粘性係数は $0.0257 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ および $1.808 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ でそれぞれ与え、液体の熱伝導率および粘性係数は $0.602 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ および $9.474 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ でそれぞれ与えた。第2粘性係数は Stokes の仮説より

$$\mu' = -\frac{2}{3}\mu, \quad (2.2)$$

と第1粘性係数から得られる。 E は単位体積当りの全エネルギー

$$E = \rho \left(e + \frac{u^2}{2} \right), \quad (2.3)$$

である。ここで e は比内部エネルギーをそれぞれ示す。以下で示される stiffened gas 状態方程式 [45]

$$p = (\gamma - 1)\rho e - \gamma\pi, \quad (2.4)$$

を状態方程式として採用する。この状態方程式では、対象とする流体種に対して γ および π が異なり、空気の場合 $(\gamma, \pi) = (1.4, 0)$ 、特に指定がない限り水の場合 $(\gamma, \pi) = (2.35, 10^9)$ [45] と与える。温度は

$$T = \frac{p + \pi}{(\gamma - 1)\rho c_v}, \quad (2.5)$$

と得られ、 c_v は定容比熱を示し、空気では $718.6 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ であり、水では $4182 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$ と与える。

次に、物理空間 (x, y) から計算空間 (ξ, η) への変換のメトリックスと Jacobian を以下に示す。

$$\begin{aligned} \xi_x &= Jy_\eta, \eta_x = -Jy_\xi, \\ \xi_y &= -Jx_\eta, \eta_y = Jx_\xi, \\ \frac{1}{J} &= x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi. \end{aligned} \quad (2.6)$$

物理空間 (x, y) から計算空間 (ξ, η) へ変換された Navier-Stokes 方程式を以下に示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \eta} &= \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}_v}{\partial \eta}, \\ \hat{\mathbf{Q}} &= \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{E}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (E + p)U \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{F}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (E + p)V \end{bmatrix}, \\ \hat{\mathbf{E}}_v &= \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} \\ \xi_x \tau_{yx} + \xi_y \tau_{yy} \\ \xi_x \beta_x + \xi_y \beta_y \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{F}}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} \\ \eta_x \tau_{yx} + \eta_y \tau_{yy} \\ \eta_x \beta_x + \eta_y \beta_y \end{bmatrix}, \\ \beta_x &= \tau_{xx} u + \tau_{xy} v + \lambda T_x, \beta_y = \tau_{yx} u + \tau_{yy} v + \lambda T_y, \\ U &= \xi_x u + \xi_y v, V = \eta_x u + \eta_y v. \end{aligned} \quad (2.7)$$

ここで、 U, V は反変速度と呼ばれ、 U は $\xi = \text{const}$ の曲線に垂直な速度成分であり、 V は $\eta = \text{const}$ の曲線に垂直な速度成分である。

2.2.2 時間積分法

Navier-Stokes 方程式の空間微分項は

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dt} = \mathbf{L}_{PDE}(\mathbf{Q}), \quad (2.8)$$

と離散化される．時間積分として 3 次精度 Strong Stability Preserving Runge-Kutta 法(SSPRK)^[18]を用いた．この手法では

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}^{(1)} &= \mathbf{Q}^n + \Delta t \mathbf{L}_{PDE}(\mathbf{Q}^n), \\ \mathbf{Q}^{(2)} &= \frac{3}{4}\mathbf{Q}^n + \frac{1}{4}\mathbf{Q}^{(1)} + \frac{1}{4}\Delta t \mathbf{L}_{PDE}(\mathbf{Q}^{(1)}), \\ \mathbf{Q}^{n+1} &= \frac{1}{3}\mathbf{Q}^n + \frac{2}{3}\mathbf{Q}^{(2)} + \frac{2}{3}\Delta t \mathbf{L}_{PDE}(\mathbf{Q}^{(2)}), \end{aligned} \quad (2.9)$$

と 3 段階を経て，次の時間ステップにおける保存量を更新する．

2.2.3 対流項の離散化

対流項に対しては，3 次精度 Monotone Upwind Scheme for Conservation Laws (MUSCL 法)^[16]により基本変数（密度，圧力，速度）の内挿を行い，流束評価法として HLLC スキーム^[58]を使用した．

2.2.3(a) Monotone Upwind Scheme for Conservation Laws (MUSCL 法)

MUSCL では，変数 q がセル境界へ

$$(q_L)_{j+1/2} = q_j + \frac{1}{4}B(1 - \kappa_{\text{muscl}}B)(q_j - q_{j-1}) + \frac{1}{4}B(1 + \kappa_{\text{muscl}}B)(q_{j+1} - q_j), \quad (2.10)$$

$$(q_R)_{j+1/2} = q_{j+1} - \frac{1}{4}B(1 + \kappa_{\text{muscl}}B)(q_{j+1} - q_j) - \frac{1}{4}B(1 - \kappa_{\text{muscl}}B)(q_{j+2} - q_{j+1}), \quad (2.11)$$

と内挿される． $\kappa_{\text{muscl}} = 1/3$ とすることで 3 次精度内挿となる．ここで， B は数値振動を防ぐために導入された流束制限関数

$$B_L = \frac{2(q_{j+1} - q_j)(q_j - q_{j-1})}{(q_{j+1} - q_j)^2 + (q_j - q_{j-1})^2}, B_R = \frac{2(q_{j+1} - q_j)(q_{j+2} - q_{j+1})}{(q_{j+1} - q_j)^2 + (q_{j+2} - q_{j+1})^2}, \quad (2.12)$$

である．本解析コードでは，基本変数 ρ, u, v, p がセル境界へと内挿される．すなわち，式(2.10)，式(2.11)および式(2.12)の q は ρ, u, v, p に相当する．

2.2.3(b) Harten-Lax-Leer Contact (HLLC)

HLLC では 3 つの波 W_L, W_M, W_R から構成される Riemann 問題を考える．それぞれの波の速度を b_L, b_M, b_R で示し， $b_L \leq b_M \leq b_R$ の関係がある．波の速度の不等号からセル境界における流束は

$$\mathbf{E}^{HLLC} = \begin{cases} \mathbf{E}_L & (0 \leq b_L) \\ \mathbf{E}_L^* & (b_L < 0 \leq b_M) \\ \mathbf{E}_R^* & (b_M < 0 \leq b_R) \\ \mathbf{E}_R & (b_R < 0) \end{cases}, \quad (2.13)$$

のパターンが考えられる．波の速度 b_L および b_R はそれぞれ

$$b_L = \min(u_L - c_L, u^* - c^*), \quad (2.14)$$

$$b_R = \min(u_R + c_R, u^* + c^*), \quad (2.15)$$

と与えられる．上付きアスタリスクの速度および音速は Roe 平均^[43]を用いて

$$u^* = \frac{\sqrt{\rho_L} u_L + \sqrt{\rho_R} u_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (2.16)$$

$$c^* = \sqrt{(\gamma - 1) \left(H^* - \frac{1}{2} (u^*)^2 \right)}, \quad (2.17)$$

と与えられる．ここで， H は全エンタルピ

$$H = e + \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} u^2, \quad (2.18)$$

である．Roe 平均から H^* は

$$H^* = \frac{\sqrt{\rho_L} H_L + \sqrt{\rho_R} H_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}, \quad (2.19)$$

となる．図 2.1 のような，波 W_L と W_R により区切られた状態において b_M を求めた．四角形 CDEF と四角形 EABF に積分形の Euler 方程式

$$\oint (\mathbf{Q} dx - \mathbf{E} dt) = 0, \quad (2.20)$$

を適用して得られる 2 式

$$\mathbf{Q}_L \Delta x_{DE} + \mathbf{E}_L \Delta t - \mathbf{E}^* \Delta t = \mathbf{Q}^* \Delta x_{DE} \Rightarrow -b_L \mathbf{Q}_L + \mathbf{E}_L = -b_L \mathbf{Q}^* + \mathbf{E}^*, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{Q}_R \Delta x_{EA} + \mathbf{E}^* \Delta t - \mathbf{E}_R \Delta t = \mathbf{Q}^* \Delta x_{EA} \Rightarrow b_R \mathbf{Q}_R + \mathbf{E}^* = b_R \mathbf{Q}^* + \mathbf{E}_R, \quad (2.22)$$

を連立することで

$$\mathbf{Q}^* = \frac{b_R \mathbf{Q}_R - b_L \mathbf{Q}_L + \mathbf{E}_L - \mathbf{E}_R}{b_R - b_L}, \quad (2.23)$$

が求められる．式(2.23)の第一成分と第二成分を連立させることで，

$$b_M = u^* = \frac{\rho_R u_R (b_R - u_R) - \rho_L u_L (b_L - u_L) + p_L - p_R}{\rho_R (b_R - u_R) - \rho_L (b_L - u_L)}, \quad (2.24)$$

と b_M が得られる．

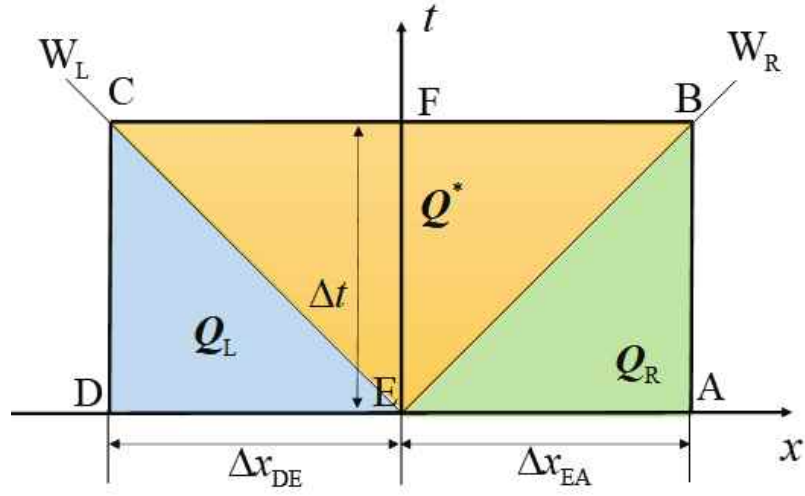


Fig. 2.1 Schematic of Riemann problem by two waves.

次に \mathbf{E}_L^* , \mathbf{E}_R^* を導出する. 図 2.2 における四角形 ABCD と EFGH に積分形 Euler 方程式を適用し

$$\mathbf{Q}_L^* \Delta x_{AB} = \mathbf{Q}_L \Delta x_{AB} + \Delta t \mathbf{E}_L - \Delta t \mathbf{E}_L^* \Rightarrow b_L \mathbf{Q}_L^* - \mathbf{E}_L^* = b_L \mathbf{Q}_L - \mathbf{E}_L = \mathbf{L}, \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} (\Delta x_{BF} - \Delta x_{BE}) \mathbf{Q}_R^* &= (\Delta x_{BF} - \Delta x_{BE}) \mathbf{Q}_R + \mathbf{E}_R \Delta t_{EI} + \mathbf{E}_R^* (\Delta t - \Delta t_{BI}) - \mathbf{E}_R \Delta t \\ \Rightarrow (b_R - b_M) \mathbf{Q}_R^* &= (b_R - b_M) \mathbf{Q}_R + (\mathbf{E}_R^* - \mathbf{E}_R) \frac{\Delta t - \Delta t_{BI}}{\Delta t}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

が得られる. ここで, $\mathbf{L} = (l_1, l_2, l_3)^T$ であり, $\mathbf{R} = (r_1, r_2, r_3)^T$ である. $\Delta x_{BE} = \Delta t b_M = \Delta t_{BI} b_R$ なので式(2.26)は

$$b_R \mathbf{Q}_R^* - \mathbf{E}_R^* = b_R \mathbf{Q}_R - \mathbf{E}_R = \mathbf{R}, \quad (2.27)$$

と変形できる. 式(2.25)と式(2.27)から

$$\rho_L^* = \frac{l_1}{b_L - b_M}, \quad (2.28)$$

$$p_L^* = b_M l_1 - l_2, \quad (2.29)$$

$$E_L^* = \frac{l_3 + b_M p_L^*}{b_L - b_M}, \quad (2.30)$$

$$\rho_R^* = \frac{r_1}{b_R - b_M}, \quad (2.31)$$

$$p_R^* = b_M r_1 - r_2, \quad (2.32)$$

$$E_R^* = \frac{r_3 + b_M p_R^*}{b_R - b_M}, \quad (2.33)$$

と得られ, E_L^*, E_R^* が算出できる.

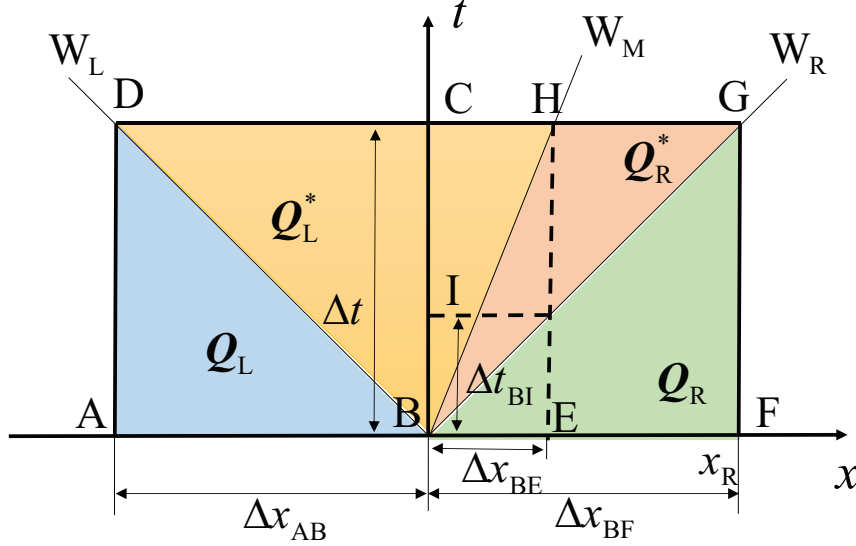


Fig. 2.2 Schematic of Riemann problem with HLLC.

2.2.4 粘性項の離散化

対流項は MUSCL を用いて 3 次精度で離散化されるため, 精度を保つために粘性項は 3 次精度以上が望ましい. そこで, 本研究では, 4 次精度中心差分によって粘性項を離散化する. x 方向粘性項と y 方向粘性項はともに同様の離散化手法を使用するため, ここでは, x 方向において離散化手法について説明する. x 方向粘性項はセル境界の値を用いて

$$\left. \frac{\partial E_v}{\partial x} \right|_{j,k} = \frac{E_{v,j-3/2,k} - 27E_{v,j-1/2,k} + 27E_{v,j+1/2,k} - E_{v,j+3/2,k}}{24\Delta x} + O(\Delta x^4), \quad (2.34)$$

と 4 次精度で離散化される. 粘性項 E_v は偏微分項を有する. そこで, セル境界における偏微分項を

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{j+l,k} = \frac{u_{j+l,-3/2,k} - 27u_{j+l,-1/2,k} + 27u_{j+l,+1/2,k} - u_{j+l,+3/2,k}}{24\Delta x} + O(\Delta x^4), \quad (2.35)$$

と 4 次精度中心差分で離散化する. ここで, l_v は $3/2, 1/2, -1/2, -3/2$ である. y 方向偏微分項は

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{j+l,k} = \frac{u_{j+l,k-2} - 8u_{j+l,k-1} + 8u_{j+l,k+1} - u_{j+l,k+2}}{12\Delta x} + O(\Delta x^4), \quad (2.36)$$

と 4 次精度中心差分で離散化される. セル境界値である $u_{j+l,k+m}$ ($m = -2, -1, 1, 2$) は

$$u_{j+l,k+m} = \frac{-u_{j+l-3/2,k+m} + 9u_{j+l-1/2,k+m} + 9u_{j+l+1/2,k+m} - u_{j+l+3/2,k+m}}{16} + O(\Delta x^4), \quad (2.37)$$

と 4 次精度で内挿することで得る．式(2.36)と式(2.37)から y 方向偏微分項は

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{j+l,k} &= [-u_{j+l-3/2,k-2} + 9u_{j+l-1/2,k-2} + 9u_{j+l+1/2,k-2} - u_{j+l+3/2,k-2} \\ &\quad + 8u_{j+l-3/2,k-1} - 72u_{j+l-1/2,k-1} - 72u_{j+l+1/2,k-1} + 8u_{j+l+3/2,k-1} \\ &\quad - 8u_{j+l-3/2,k+1} + 72u_{j+l-1/2,k+1} + 72u_{j+l+1/2,k+1} - 8u_{j+l+3/2,k+1} \\ &\quad + u_{j+l-3/2,k+2} - 9u_{j+l-1/2,k+2} - 9u_{j+l+1/2,k+2} + u_{j+l+3/2,k+2}]/192, \end{aligned} \quad (2.38)$$

となる．

2.2.5 界面の取り扱い

圧縮性気液二相流の解析手法は，界面が鈍ることを許容した *diffused-interface* 法と，二流体を完全に分離する *sharp-interface* 法に大別される．これまで，Meng et al.^[36]や Liu et al.^[34]は高い動圧の流れに置かれた液滴を *diffused-interface* 法の一つである *five-equation model*^[1]を用いて解析した．このモデルでは，体積分率の移流式を解くことで界面の移動および変形を取り扱う．解法としては数値粘性を施すことで衝撃波や接触面といった不連続面を鈍らせる圧縮性二相流の解析手法が用いられるため，界面が鈍ってしまう．図 2.3 は Meng et al.^[36]によって実施された *five-equation model* を用いた液滴と衝撃波の干渉の解析における体積分率分布の等高線結果を参考にして描いた，解析結果の等高線の概略図である．図 2.3 から，界面において等高線が滑らかに変化しており，二流体が混ざっていることがわかる．液体の微粒化では，液体シートや液糸の崩壊によって微細液滴が形成される．このような崩壊現象に抗う力の一つに表面張力がある．したがって，微粒化を正確に解析するためには，表面張力を考慮することが求められる．表面張力は界面曲率から求められるため，曲率を正確に計算することが重要となる．*diffused-interface* 法では，界面が数値的な厚みを持つため，界面の位置が不明確である．そのため，正確な界面曲率を導出することが難しく，界面曲率から得られる表面張力も正確に得ることは困難である．実際，*diffuse-interface* 法の解析例である Meng et al.^[36]や Liu et al.^[34]のシミュレーションでは表面張力は考慮されていない．一方 *sharp-interface* 法では，界面において完全に二流体を分離して解析することができるため，界面の位置は明確である．そのため，界面曲率を正確に計算することに適する．したがって，*sharp-interface* 法は微粒化の解析に適すると考えられるため，本研究では *sharp-interface* 法を使用する．

sharp-interface 法では，図 2.4 のように界面において境界条件を満たすような仮想流体を置き，気相および液相をそれぞれ単相として解析する．液相を解析するときは気相の領域に仮想流体を置き，単相として液相を解析する．同様に気相を解析するときは液相の領域に仮想流体を置き，単相として気相を解析する．仮想流体の定義方法としては，次項で述べる界面ジャンプ条件^[29]を考慮した Fedkiw et al.^[12,13,52,62]による方法と，Riemann 問題^[4,22,25,53]の解を用いる方法が提案されてきた．

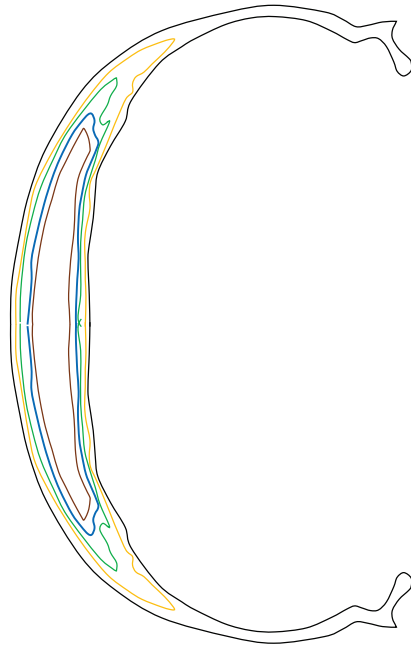


Fig. 2.3 Schematic image of contour of volume fraction distribution in the simulation of shock wave – drop interaction using the five-equation model. This figure was drawn with reference to figure 3 of paper written by Meng et al.^[36].

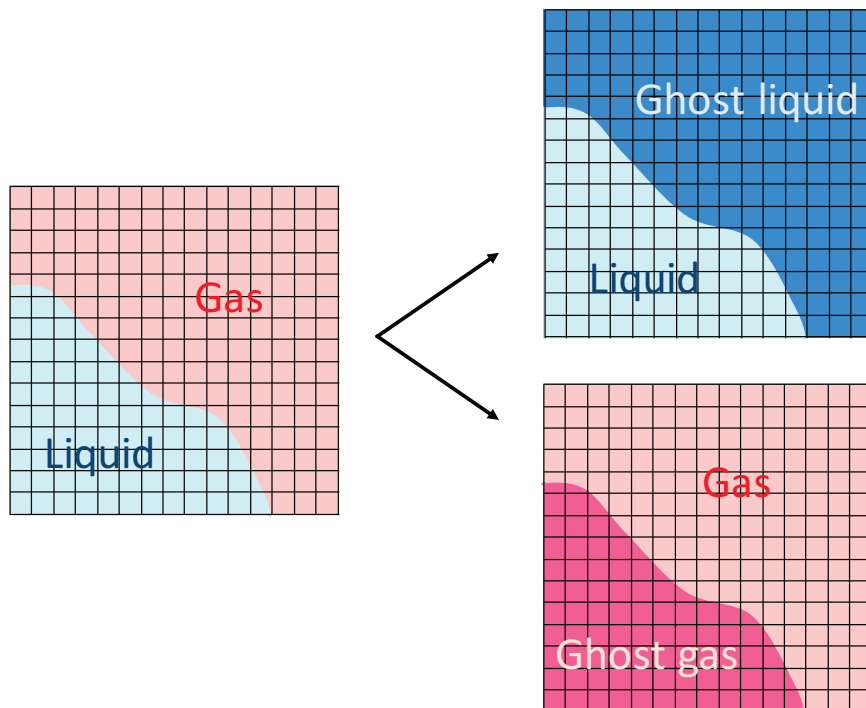


Fig. 2.4 Illustration of ghost fluid method.

2.2.5(a) 界面ジャンプ条件

界面の厚さが無限小と仮定すると、界面における質量保存と運動量保存から

$$\dot{m} = \rho_l (\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{n} = \rho_g (\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{n}, \quad (2.39)$$

$$(\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_i) \dot{m} = (p_l - p_g) \mathbf{n} - \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\tau}_l - \boldsymbol{\tau}_g) + \sigma \kappa \mathbf{n}, \quad (2.40)$$

が得られる。ここで、 ρ_l , ρ_g は液体および気体の密度、 \mathbf{u}_l , \mathbf{u}_g , \mathbf{u}_i は液体、気体および界面の速度ベクトル、 \dot{m} は蒸発量、 p_l , p_g は液体および気体の圧力、 $\boldsymbol{\tau}_l$, $\boldsymbol{\tau}_g$ は液体および気体の粘性応力テンソル、 σ は表面張力、 κ は界面曲率、 \mathbf{n} は界面の単位法線ベクトルをそれぞれ示す。式(2.40)で示される運動量保存式を界面に対し垂直方向と接線方向に分離することで

$$\dot{m} (\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{n} = (p_l - p_g) - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_l) \cdot \mathbf{n} + (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_g) \cdot \mathbf{n} + \sigma \kappa, \quad (2.41)$$

$$\dot{m} (\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{t} = -(\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_l) \cdot \mathbf{t} + (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\tau}_g) \cdot \mathbf{t}, \quad (2.42)$$

が得られる。ここで、 \mathbf{t} は界面の単位接線ベクトルである。本論文では蒸発は考慮しないため、 $\dot{m} = 0$ とし、式(2.39)から

$$\mathbf{u}_g \cdot \mathbf{n} - \mathbf{u}_l \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (2.43)$$

と速度ジャンプが得られる。今回は粘性項と対流項を分離して解くため、式(2.41)から圧力ジャンプは

$$p_g - p_l = \sigma \kappa, \quad (2.44)$$

と得られる。

2.2.5(b) ghost fluid 法

Fedkiw et al.^[12]による ghost fluid 法では、界面における速度・圧力ジャンプ条件を用いて仮想流体を定義する。まずは、簡単のため、一次元における仮想流体の定義方法を述べる。図 2.5 に ghost fluid 法における仮想流体の定義方法を示す。式(2.43)から界面を跨いで界面に対して垂直な速度は連続であるため、実在流体の速度をそのまま採用する。式(2.44)に示されるように界面において表面張力による圧力ジャンプがあるため、実在流体の圧力から圧力ジャンプを考慮し、仮想流体の圧力を求める（一次元では、界面曲率がゼロのため、表面張力の作用はない）。界面に最も近い格子点におけるエントロピを仮想流体へと外挿する。実装するときは、等エントロピ条件を課し密度を求めている。以上を式でまとめて示すと以下になる。

$$\begin{aligned} S_l^{\text{ghost}} &= S^{\text{ext}}, u_l^{\text{ghost}} = u^{\text{real}}, p_l^{\text{ghost}} = p^{\text{real}} - \sigma \kappa, \\ S_g^{\text{ghost}} &= S^{\text{ext}}, u_g^{\text{ghost}} = u^{\text{real}}, p_g^{\text{ghost}} = p^{\text{real}} + \sigma \kappa. \end{aligned} \quad (2.45)$$

ここで、上付きの ghost, ext, real はそれぞれ仮想流体、外挿された流体、実在する流体をそれぞれ示す。

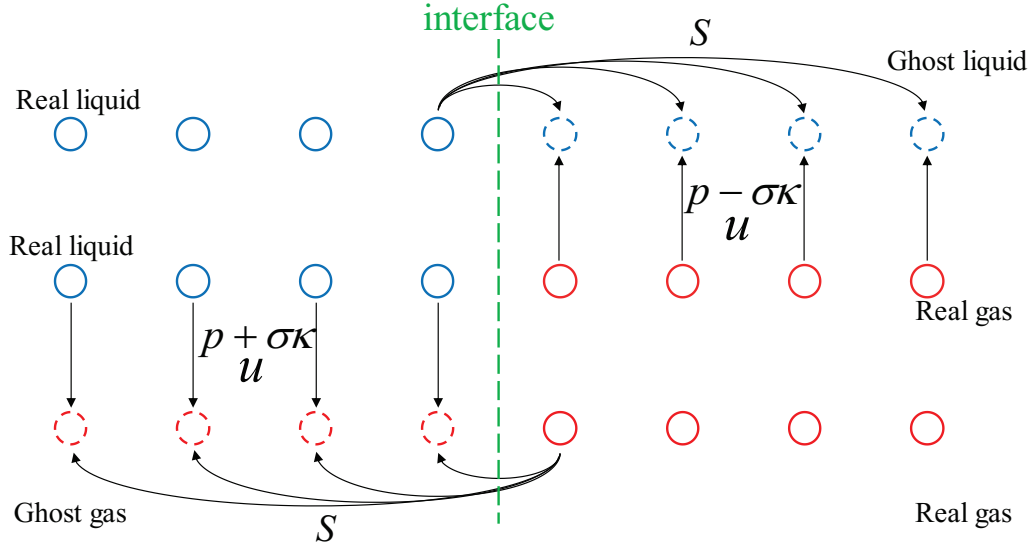


Fig. 2.5 Definition of ghost fluid values in ghost fluid method.

次に二次元への拡張方法を述べる．外挿方法としては，任意の物理量 q は

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} \pm \mathbf{n} \cdot \nabla q = 0, \quad (2.46)$$

によって外挿される． τ は疑似的な時間を示す．なお，法線ベクトル \mathbf{n} の求め方は 2.2.6 項で述べる．仮想流体を設置すべき領域に q が十分に外挿されるまで式(2.46)で示される時間発展を解く．気相を例にとると，図 2.6 に示すように，外挿気体（extrapolated gas）領域に界面付近の気相の物理量が外挿される．外挿気体領域の必要な広さは，流体を解析する差分スキームのステンシルサイズによって異なる．Fedkiw et al.^[12]による ghost fluid 法ではこの式を用いて，エントロピおよび速度ベクトルを外挿する．速度ベクトルに関しては，界面に対して垂直方向と接線方向の成分で取り扱いが異なる．気相仮想流体の速度の定義方法について述べるが，液相仮想流体も同様である．気相仮想流体の界面に対し垂直方向の速度成分は

$$u_{\perp, g}^{\text{ghost}} = u_{\perp, l}^{\text{real}}, \quad (2.47)$$

と実在する液相の速度をそのまま使う．ここで，下付き \perp は界面に対して垂直方向の成分であることを示し，

$$u_{\perp} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}, \quad (2.48)$$

と求めることができる．一方，気相仮想流体の界面に対し平行方向の速度成分は外挿して求めるため，気体の仮想流体の速度ベクトルは

$$\mathbf{u}_g^{\text{ghost}} = u_{\perp, g}^{\text{ghost}} \mathbf{n} + \mathbf{u}_{\parallel}^{\text{ext}}, \quad (2.49)$$

となる．ここで，下付き \parallel は界面に対して平行方向の成分であることを示す．界面に対して接線方向速度ベクトルは

$$\mathbf{u}_{\parallel}^{\text{ext}} = \mathbf{u}_g^{\text{ext}} - u_{\perp,g}^{\text{ext}} \mathbf{n}, \quad (2.50)$$

となる．そのため，基底ベクトルを用いて仮想流体における速度ベクトルを示すと

$$\mathbf{u}_g^{\text{ghost}} = \left[\left(u_{\perp,g}^{\text{ghost}} - u_{\perp,g}^{\text{ext}} \right) n_x + u_g^{\text{ext}} \right] \mathbf{i} + \left[\left(u_{\perp,g}^{\text{ghost}} - u_{\perp,g}^{\text{ext}} \right) n_y + v_g^{\text{ext}} \right] \mathbf{j}, \quad (2.51)$$

となる．仮想流体の圧力は実在する流体の圧力から表面張力に応じたジャンプを考慮して与えられる．仮想流体が設定される格子点における曲率（計算式は2.2.6項）から圧力ジャンプは計算される．

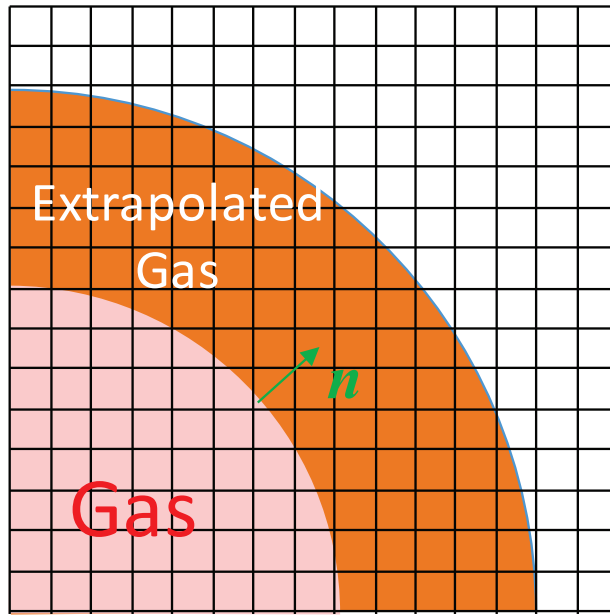


Fig. 2.6 Extrapolation of variables near the interface.

2.2.5(c) Riemann 問題の解を用いる手法

図 2.7 は，Riemann 問題の解を用いる手法^[4,52]における仮想流体の定義方法を示している．この手法では，まず界面付近の二点の物理量を初期値とする Riemann 問題を近似的または厳密に解く．表面張力を考慮するために，Riemann 問題を解析するとき界面において圧力ジャンプ

$$p_g^* - p_l^* = \sigma \kappa, \quad (2.52)$$

を課す．なお，曲率 κ の求め方は2.2.6項で述べる．上付き*は図 2.7 に示されるように，非線形波の間の領域を示し，この領域の速度および圧力をそれぞれ仮想流体の速度および圧力として採用する．あとは，ghost fluid 法と同じように，エントロピを外挿する．以上を式でまとめて示すと以下になる．

$$\begin{aligned} S_l^{\text{ghost}} &= S^{\text{ext}}, u_l^{\text{ghost}} = u^*, p_l^{\text{ghost}} = p_l^*, \\ S_g^{\text{ghost}} &= S^{\text{ext}}, u_g^{\text{ghost}} = u^*, p_g^{\text{ghost}} = p_g^*. \end{aligned} \quad (2.53)$$

次に二次元における気相仮想流体の設定手順を以下に示す．液相仮想流体の設定も同様である．
①式(2.46)を用いて，界面付近の密度，速度成分，圧力を外挿する．

- ② $\mathbf{u}_{\text{real}}, \mathbf{u}_{\text{ext}}$ から界面に垂直な方向の速度成分を $u_{\perp}^{\text{real}}, u_{\perp}^{\text{ext}}$ を求める。
- ③ $(\rho^{\text{real}}, u_{\perp}^{\text{real}}, p^{\text{real}})$ および $(\rho^{\text{ext}}, u_{\perp}^{\text{ext}}, p^{\text{ext}})$ を初期値とする Riemann 問題を解き^[57], $(\rho_{\text{ext}}^*, u_{\perp, \text{ext}}^*, p_{\text{ext}}^*)$ を計算する。
- ④ p_{ext}^* をそのまま仮想流体の圧力として採用する。仮想流体のエントロピが外挿した流体のエントロピと同じになるように

$$\frac{p_{\text{ext}} + \gamma\pi}{\rho_{\text{ext}}^{\gamma}} = \frac{p_{\text{ext}}^* + \gamma\pi}{(\rho_{\text{ghost}})^{\gamma}} \Rightarrow \rho_{\text{ghost}} = \rho_{\text{ext}}^{\gamma} \left(\frac{p_{\text{ext}}^* + \gamma\pi}{p_{\text{ext}} + \gamma\pi} \right), \quad (2.54)$$

と仮想密度が与えられる。仮想流体の速度は、外挿された接線方向速度と Riemann 問題によって求めた界面に垂直な速度から

$$\mathbf{u}_{\text{ghost}} = u_{\perp, \text{ext}}^* \mathbf{n} + \mathbf{u}_{\parallel, \text{ext}}, \quad (2.55)$$

と与える。ここで、接線方向速度は

$$\mathbf{u}_{\parallel, \text{ext}} = \mathbf{u}_{\text{ext}} - u_{\perp, \text{ext}} \mathbf{n}, \quad (2.56)$$

である。そのため、仮想流体の速度成分は

$$u_{\text{ghost}} = (u_{\perp, \text{ext}}^* - u_{\perp, \text{ext}}) n_x + u_{\text{ext}}, \quad (2.57)$$

$$v_{\text{ghost}} = (u_{\perp, \text{ext}}^* - u_{\perp, \text{ext}}) n_y + v_{\text{ext}}, \quad (2.58)$$

で得られる。

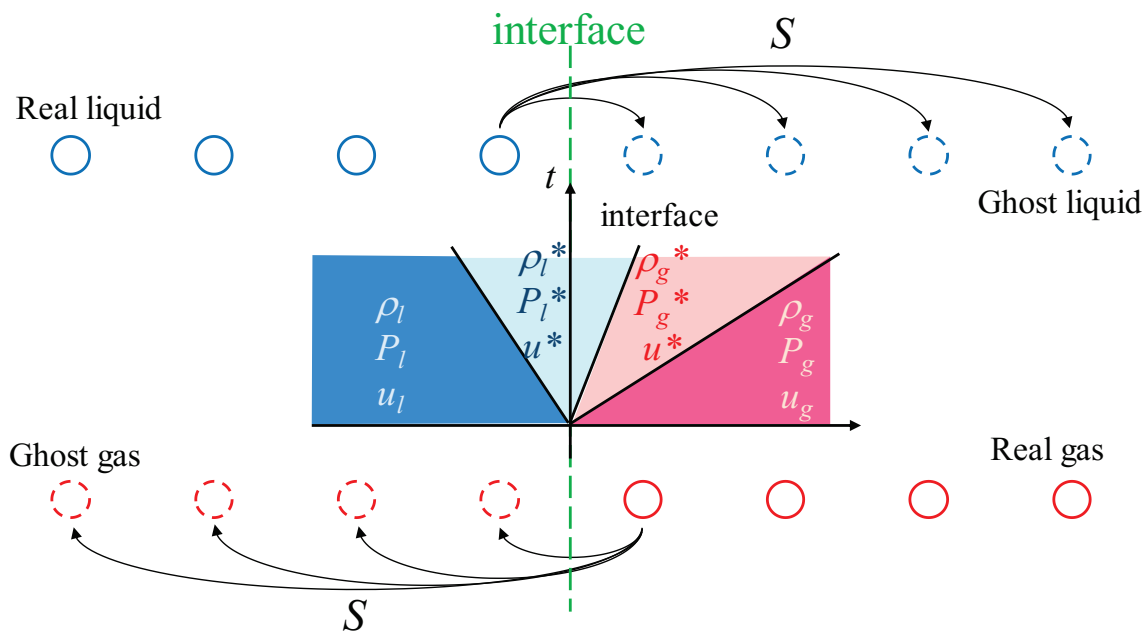


Fig. 2.7 Definition of a ghost fluid value using the solution of the Riemann problem.

2.2.6 level-set 法の基礎方程式

level-set 法^[50]では、界面から符号付き距離を示す陰関数(level-set 関数) ϕ を導入し、 $\phi = 0$ となる曲線を界面とする。界面の移流は

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0, \quad (2.59)$$

に従う。

level-set 関数は時間とともに距離関数としての性質を失うため、一般的に再初期化が行われる。本研究では、偏微分方程式

$$\frac{\partial \phi}{\partial t_f} + S(\phi_0) \cdot (|\nabla \phi| - 1) = 0, \quad (2.60)$$

を反復させることで再初期化を施す。ここで、 t_f は物理的な時間ではなく疑似的な時間であり、 ϕ は再初期化を施す前の level-set 関数を示す。

界面に対して垂直な単位ベクトル \mathbf{n} は level-set 関数を用いて

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|}, \quad (2.61)$$

と算出され、曲率 κ は

$$\kappa = -\nabla \cdot \mathbf{n} = -\frac{\phi_{xx}\phi_y^2 - 2\phi_x\phi_y\phi_{xy} + \phi_{yy}\phi_x^2}{(\phi_x^2 + \phi_y^2)^{3/2}}, \quad (2.62)$$

と得られる。

2.2.7 level-set 法の離散化手法

level-set 関数の移流式および再初期化式における時間積分として SSPRK^[18]を用いた。

移流速度が正のときに風上差分を施した場合を ϕ_x^L とし、移流速度が負のときの風上差分を施した場合を ϕ_x^R とする。移流式の x 方向微分 ϕ_x は移流速度 u の符号に応じて

$$(\phi_x)_j = \begin{cases} (\phi_x^L)_j & \text{if } u_j > 0, \\ (\phi_x^R)_j & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (2.63)$$

と与えられる。 y 方向微分 ϕ_y も移流速度 v の符号に応じて x 方向同様の方法で与えられる。また、再初期化式における空間微分は、

$$(\phi_x)_j = \begin{cases} (\phi_x^L)_j & S(\phi_j^0)\phi_x^L \geq 0 \text{ and } S(\phi_j^0)\phi_x^R \geq 0 \\ (\phi_x^R)_j & S(\phi_j^0)\phi_x^L \leq 0 \text{ and } S(\phi_j^0)\phi_x^R \leq 0 \\ f_{\phi_x}(s_j) & S(\phi_j^0)\phi_x^L > 0 \text{ and } S(\phi_j^0)\phi_x^R < 0 \\ 0 & S(\phi_j^0)\phi_x^L < 0 \text{ and } S(\phi_j^0)\phi_x^R > 0 \end{cases}, \quad (2.64)$$

$$f_{\phi_x}(s_j) = \begin{cases} (\phi_x^L)_j & \text{if } s_j > 0, \\ (\phi_x^R)_j & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (2.65)$$

$$s_j = \frac{\left(\left| (\phi_x^R)_j \right| - \left| (\phi_x^L)_j \right| \right) \phi_j^0}{\left[(\phi_x^R)_j - (\phi_x^L)_j \right] \sqrt{(\phi_j^0)^2 + h^2}}, \quad (2.66)$$

と与えられる [50]. 擬似時間幅は $\Delta t_f = \Delta x/2$ とし, 20 ステップの反復計算をする. y 方向においても同様である.

weighted essentially non-oscillatory (WENO) スキーム [27] によって ϕ_x^L, ϕ_x^R を近似した. 偏微分は厳密に

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} (h_{j+1/2} - h_{j-1/2}), \quad (2.67)$$

と書くことができる. ここで, $h(x)$ は

$$\phi(x) = \frac{1}{\Delta x} \int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2} h(\xi) d\xi, \quad (2.68)$$

であり, $h(x_{j\pm 1/2}) = h_{j\pm 1/2}$ を表す. WENO では, $h_{j\pm 1/2}$ を多項式近似し, ϕ_x^L, ϕ_x^R を得る. 図 2.8 に示されるように, 5 次精度 WENO の計算ステンシルは, 6 点から構成され, 6 点ステンシルを 3 つのサブステンシルに分割する. 各サブステンシルにおいて $(\phi_x^L)_j$ は

$$(\tilde{\phi}_{x,1}^L)_j = \frac{1}{3} \frac{\Delta^+ \phi_{j-3}}{\Delta x} - \frac{7}{6} \frac{\Delta^+ \phi_{j-2}}{\Delta x} + \frac{11}{6} \frac{\Delta^+ \phi_{j-1}}{\Delta x}, \quad (2.69)$$

$$(\tilde{\phi}_{x,2}^L)_j = -\frac{1}{6} \frac{\Delta^+ \phi_{j-2}}{\Delta x} + \frac{5}{6} \frac{\Delta^+ \phi_{j-1}}{\Delta x} + \frac{1}{3} \frac{\Delta^+ \phi_j}{\Delta x}, \quad (2.70)$$

$$(\tilde{\phi}_{x,3}^L)_j = \frac{1}{3} \frac{\Delta^+ \phi_{j-1}}{\Delta x} + \frac{5}{6} \frac{\Delta^+ \phi_j}{\Delta x} - \frac{1}{6} \frac{\Delta^+ \phi_{j+1}}{\Delta x}, \quad (2.71)$$

と近似される. ここで, $\Delta^+ \phi_j = \phi_{j+1} - \phi_j$ である. 同様に, $(\phi_x^R)_j$ は

$$(\tilde{\phi}_{x,1}^R)_j = \frac{1}{3} \frac{\Delta^- \phi_{j+3}}{\Delta x} - \frac{7}{6} \frac{\Delta^- \phi_{j+2}}{\Delta x} + \frac{11}{6} \frac{\Delta^- \phi_{j+1}}{\Delta x}, \quad (2.72)$$

$$(\tilde{\phi}_{x,2}^R)_j = -\frac{1}{6} \frac{\Delta^- \phi_{j+2}}{\Delta x} + \frac{5}{6} \frac{\Delta^- \phi_{j+1}}{\Delta x} + \frac{1}{3} \frac{\Delta^- \phi_j}{\Delta x}, \quad (2.73)$$

$$(\tilde{\phi}_{x,3}^R)_j = \frac{1}{3} \frac{\Delta^- \phi_{j+1}}{\Delta x} + \frac{5}{6} \frac{\Delta^- \phi_j}{\Delta x} - \frac{1}{6} \frac{\Delta^- \phi_{j-1}}{\Delta x}, \quad (2.74)$$

と近似される. ここで, $\Delta^- \phi_j = \phi_j - \phi_{j-1}$ である. 各サブステンシルで得られた $(\tilde{\phi}_{x,k}^{L/R})_j$ を非線形重み w_k を用いて,

$$(\tilde{\phi}_x^{L/R})_j = \sum_{k=1}^3 w_k^A (\tilde{\phi}_{x,k}^{L/R})_j, \quad (2.75)$$

と結合することで, $(\phi_x^{L/R})_j$ が得られる. オリジナル WENO では, 非線形重み w_k は

$$w_k^{L/R} = \frac{\beta_k^{L/R}}{\sum_{k=1}^3 \beta_k^{L/R}}, \quad \beta_k^{L/R} = \frac{d_k}{(\varepsilon + IS_k^{L/R})^2}, \quad (2.76)$$

と定義される．ここで， d_k は最適重みを示し， $d_1 = 1/10$ ， $d_2 = 6/10$ ， $d_3 = 3/10$ で与えられる． ε はゼロ割を防ぐために導入された微小値であり， 10^{-6} とした． w_k が d_k となると，5次精度で $(\phi_x^{L/R})_j$ が得られる． IS_k は k 番ステンシルにおける滑らかさを見積もるパラメータである smoothness indicator であり，

$$IS_1^L = \frac{13}{12\Delta x^2} (\Delta^+ \phi_{j-3} - 2\Delta^+ \phi_{j-2} + \Delta^+ \phi_{j-1})^2 + \frac{1}{4\Delta x^2} (\Delta^+ \phi_{j-3} - 4\Delta^+ \phi_{j-2} + 3\Delta^+ \phi_{j-1})^2, \quad (2.77)$$

$$IS_2^L = \frac{13}{12\Delta x^2} (\Delta^+ \phi_{j-2} - 2\Delta^+ \phi_{j-1} + \Delta^+ \phi_j)^2 + \frac{1}{4\Delta x^2} (\Delta^+ \phi_{j-2} - 3\Delta^+ \phi_j)^2, \quad (2.78)$$

$$IS_3^L = \frac{13}{12\Delta x^2} (\Delta^+ \phi_{j-1} - 2\Delta^+ \phi_j + \Delta^+ \phi_{j+1})^2 + \frac{1}{4\Delta x^2} (3\Delta^+ \phi_{j-1} - 4\Delta^+ \phi_j + \Delta^+ \phi_{j+1})^2, \quad (2.79)$$

$$IS_1^R = \frac{13}{12\Delta x^2} (\Delta^- \phi_{j+3} - 2\Delta^- \phi_{j+2} + \Delta^- \phi_{j+1})^2 + \frac{1}{4\Delta x^2} (\Delta^- \phi_{j+3} - 4\Delta^- \phi_{j+2} + 3\Delta^- \phi_{j+1})^2, \quad (2.80)$$

$$IS_2^R = \frac{13}{12\Delta x^2} (\Delta^- \phi_{j+2} - 2\Delta^- \phi_{j+1} + \Delta^- \phi_j)^2 + \frac{1}{4\Delta x^2} (\Delta^- \phi_{j+2} - 3\Delta^- \phi_j)^2, \quad (2.81)$$

$$IS_3^R = \frac{13}{12\Delta x^2} (\Delta^- \phi_{j+1} - 2\Delta^- \phi_j + \Delta^- \phi_{j-1})^2 + \frac{1}{4\Delta x^2} (3\Delta^- \phi_{j+1} - 4\Delta^- \phi_j + \Delta^- \phi_{j-1})^2, \quad (2.82)$$

と与えられる．

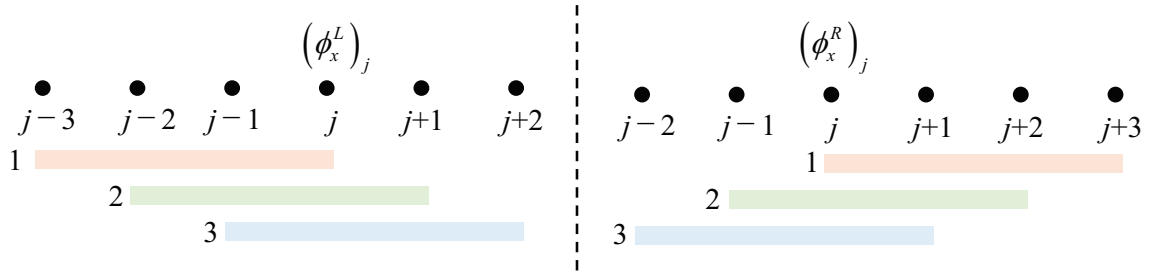


Fig. 2.8 Computational stencil of fifth-order accuracy WENO.

2.3 妥当性の検証

本章では、解析コードの妥当性を検証する。表 2.1 に検証する問題、概要および目的を示す。

Table 2.1 Validation tests.

問題	支配方程式	概要	目的
Zalesak's disk 問題	Level-set 関数の移流 および再構築の式	定常渦速度場における切込みをもつ円盤状の界面の移流問題	Level-set 法によって、界面の移流・変形の捕獲性能を検証
vortex-in-a-box 問題	Level-set 関数の移流 および再構築の式	渦速度場における界面の変形問題	
R22 ガスバブルと衝撃波の干渉問題	二相流 Euler 方程式	二次元 R22 ガスバブルと衝撃波の干渉問題	流体解析と界面変形の解析をカップリングさせたときに、現象を正確に解析できるかを検証
境界層問題	单相流 Navier-Stokes 方程式	平板に形成される境界層を解析する問題	粘性項の解析性能を検証
二次元液滴振動問題	二相流 Navier-Stokes 方程式	微小な変形が与えられた円形の界面が表面張力によって振動する問題	表面張力の解析性能を検証

2.3.1 Zalesak's disk 問題

図 2.9 は初期界面形状と定常速度場を示す。幅 0.05 mm, 深さ 0.25 mm の切込みをもつ半径 0.15 mm の円形界面の中心が, 1 mm × 1 mm の計算領域の $(x, y) = (0.5\text{mm}, 0.25\text{mm})$ に配置される。計算格子は 101 × 101, 201 × 201 の 2 通りの等間隔直交格子で計算する。Courant 数は 0.6 とする。一定渦速度場は 628 単位時間毎にディスクが 1 回転するように

$$u = (\pi/314)(0.5 - y), \quad (2.83)$$

$$v = (\pi/314)(x - 0.5), \quad (2.84)$$

と与えられる。

図 2.10 は解析結果の界面形状を示す。図 2.10 から格子幅が小さくなるにつれて、厳密解に近づいていることがわかる。格子幅が 1/200 のときは、ディスクの窪みを表現できていることがわかる。したがって、十分な格子点を用いることで、界面の移動を解析できることが確認された。

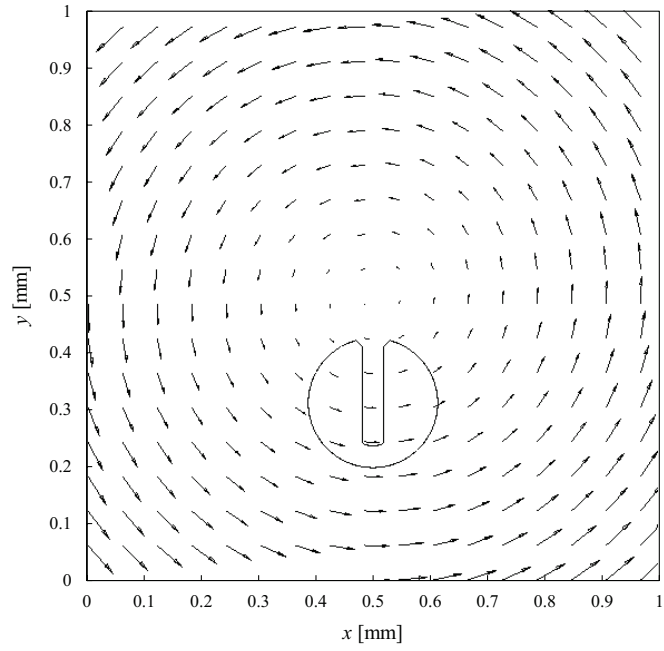


Fig. 2.9 Initial interface shape and steady velocity field for the Zalesak's disk problem.

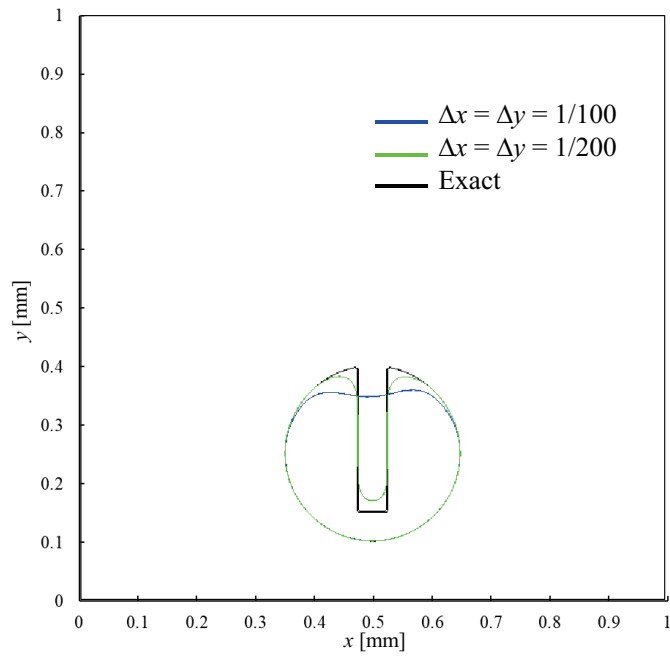


Fig. 2.10 Interface shape after ten rotations for various grid resolutions in the Zalesak's disk problem.

2.3.2 vortex-in-a-box 問題

図 2.11 は初期界面形状と初期速度場を示す．1 m × 1 m の計算領域を用意し，円形界面（半径 0.15 mm）の中心が計算領域における $(x, y) = (0.5\text{m}, 0.75\text{m})$ に配置される．計算格子は 101×101 ， 201×201 ， 401×401 の等間隔格子とし，Courant 数は 0.6 とする．渦速度場は以下の流れ関数

$$\psi(x, y, t) = \sin^2(\pi x) \sin^2(\pi y) \cos(\pi t/T), \quad (2.85)$$

で与えられる．流れ関数の定義から速度成分は

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (2.86)$$

と導出される．

図 2.12 は解析結果の界面形状を示す．図 2.12(a) から格子幅が小さくなるにつれて，テイル形状の先端を表現できていることがわかる．図 2.12(b) から，格子幅が $1/400$ のときは厳密解と概ね一致することがわかる．したがって，Zalesak's disk 問題と同様に，十分な格子点を用いることで，界面の移動を解析できることが示された．

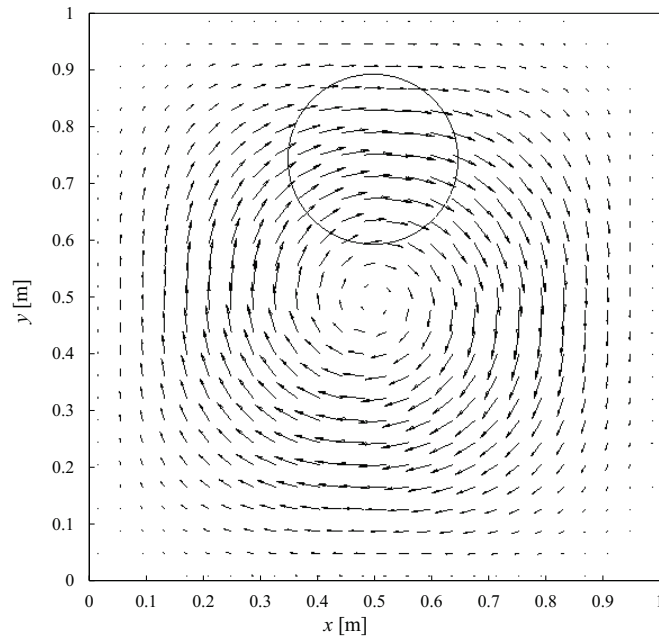


Fig. 2.11 Initial interface shape and velocity field for the vortex-in-a-box problem.

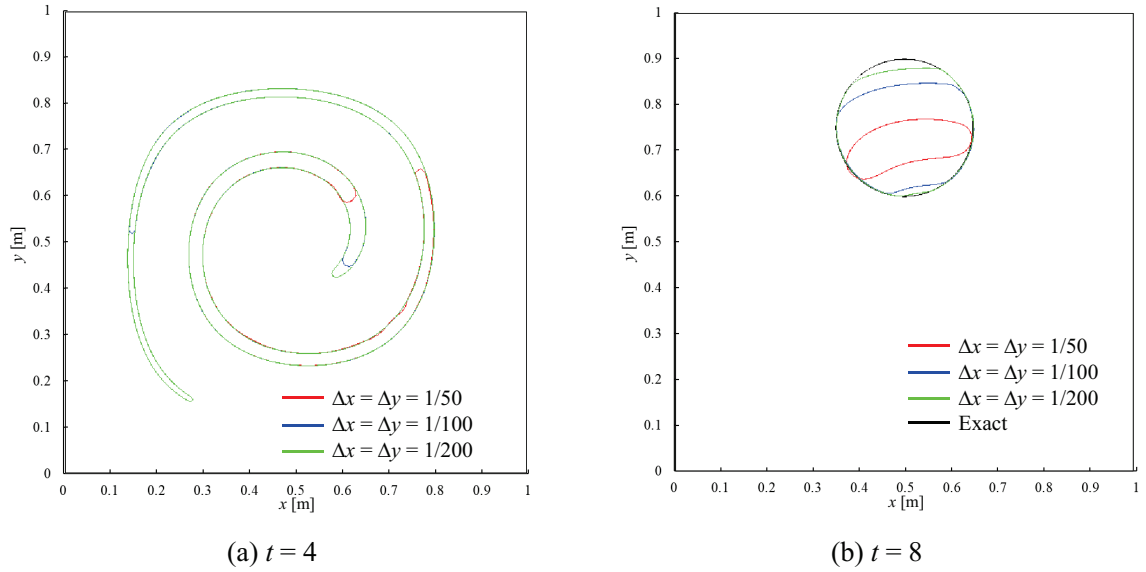


Fig 2.12 Interface shape for various grid resolutions in the vortex-in-a-box problem

2.3.3 R22 ガスバブルと衝撃波の干渉問題

R22 ガスバブルと衝撃波の干渉の問題を解析する. 図 2.13 は計算領域と初期における R22 バブルと衝撃波の位置を示す. 初期値は

$$(\rho, u, p) = \begin{cases} (1.225 \text{ kg/m}^3, 0 \text{ m/s}, 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}) & \text{for pre-shocked air} \\ (1.686 \text{ kg/m}^3, -113.5 \text{ m/s}, 1.59 \times 10^5 \text{ Pa}) & \text{for post-shocked air} \\ (3.863 \text{ kg/m}^3, 0 \text{ m/s}, 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}) & \text{R22 gas bubble} \end{cases}, \quad (2.87)$$

で与えられる^[48]. 衝撃波 Mach 数は 1.22 である. 式(2.87)から R22 ガスバブルの密度はそのまわりの気体密度より大きいことがわかる. この密度の大小関係は気流中に置かれた液滴の条件と同じである. 計算格子は 3561×357 と 10681×1069 であり, これは R22 ガスバブル直径当たりに格子点がそれぞれ 200 と 400 あることに相当する. Courant 数は 0.6 で解析する.

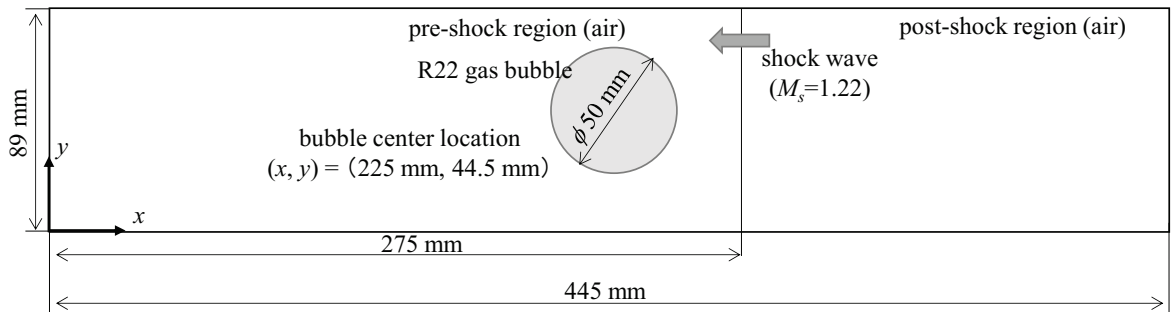


Fig. 2.13 Initial conditions of R22 gas bubble-shock wave interaction problem.

図 2.14 は各時刻における本研究の解析結果の密度勾配分布を示す. なお, 衝撃波が R22 ガスバブルに衝突したときの時刻を $t = 0 \mu\text{s}$ とする. Shyue^[48]も同様の検証問題を解析しており, その解

析結果 (Shyue の論文における図 5) と本解析の結果を比較すると、界面形状と波の伝播挙動が概ね一致することが確認される。

図 2.15 に示されるように、初期上流界面位置から、上流側界面までの距離を upstream bubble wall 幅、下流側界面までの距離を downstream bubble wall 幅とそれぞれ定義する。図 2.15 は本解析および Shyue の解析^[48]による、upstream bubble wall 幅と downstream bubble wall 幅の時間変化を示す。図 2.15 から本解析結果と Shyue の解析結果は両幅においてよい一致を示すことがわかる。

以上から、本研究に用いる計算コードは、周囲気体より密度の高い流体に衝撃波が干渉する問題を正確に解析することができることが確認された。

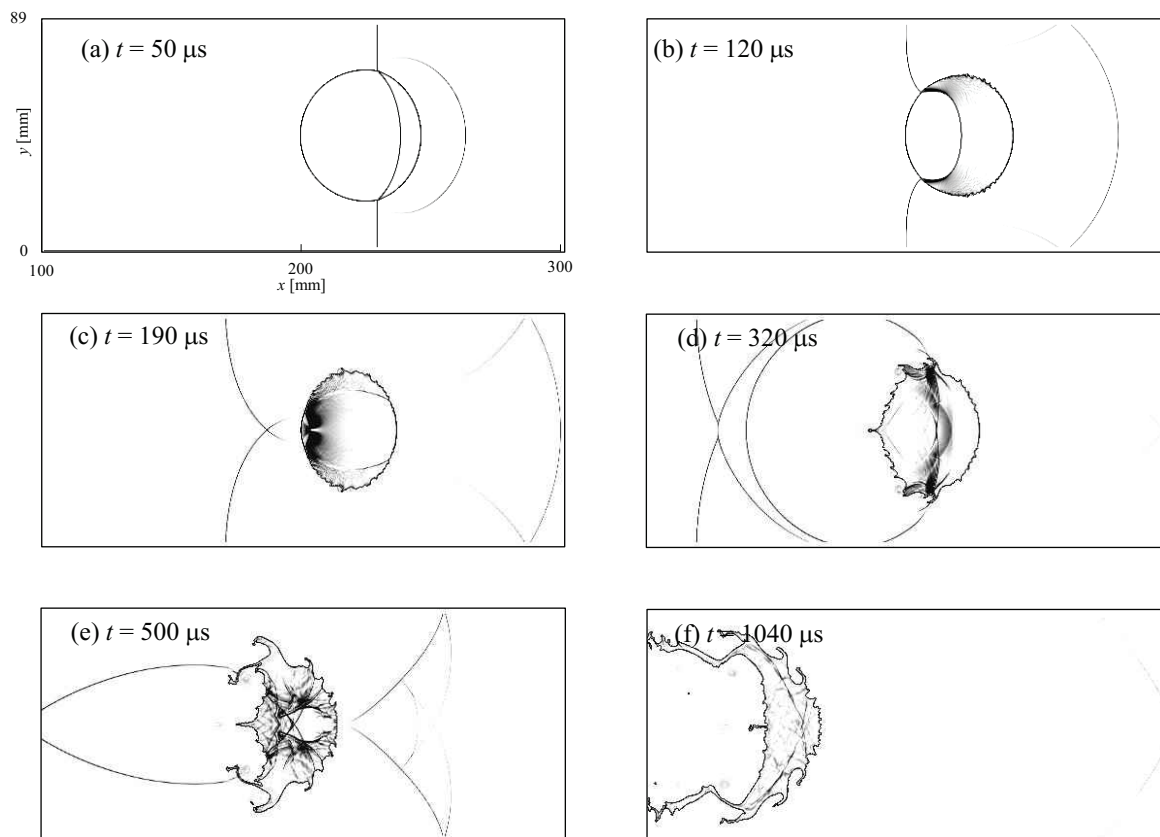


Fig. 2.14 Numerical results for a R22 gas bubble-shock wave interaction problem.

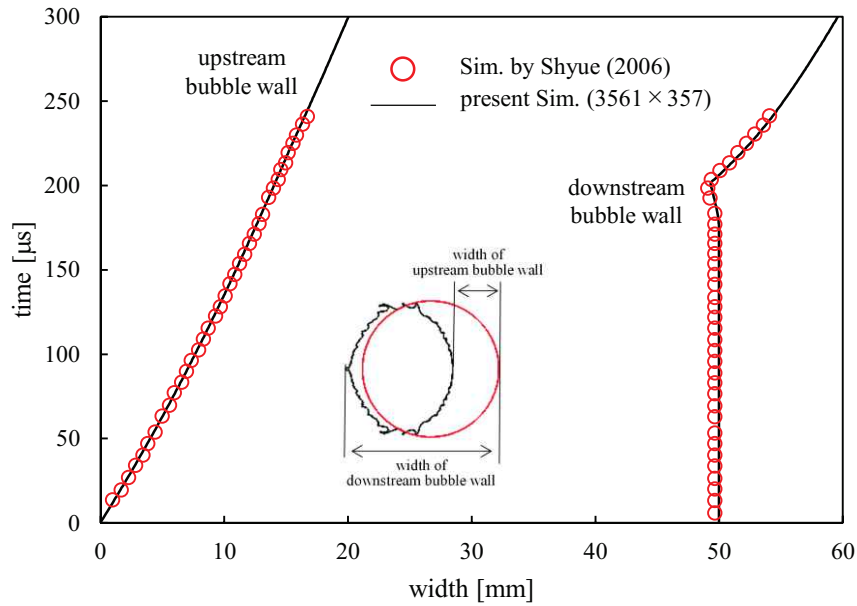


Fig. 2.15 Comparison with results of Shyue for a width of the upstream and downstream bubble walls. solid line show simulation results of Shyue [48].

2.3.4 境界層問題

壁面や気液界面において境界層が形成されることが知られている．本項では，境界層に対する解析性能を検証する．図 2.16 は計算領域を示す．図 2.16 のように領域の右下に滑りなし壁が設定され，その上を一様流が流れる．滑りなし壁に形成される境界層を評価して，粘性項が正確に解析できているのかを確認する．一様流は

$$(\rho, u, p) = (2.4 \text{ kg/m}^3, 150.67 \text{ m/s}, 0.2 \text{ MPa}), \quad (2.88)$$

で与えられる．熱伝導率および粘性係数はそれぞれ $0.0257 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ および $1.808 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ とした．この条件では理論境界層厚さ δ は $50 \text{ }\mu\text{m}$ となる．理論境界層厚さに対する計算格子 $\Delta y/\delta = 2, 3, 4, 5$ の 4 条件が解析される．Courant 数は 0.5 とする．図 2.17 は境界層における速度分布の各格子における解析結果と Blasius の理論解を示す．図 2.17 から格子 $\Delta y/\delta = 3, 4, 5$ における解析結果は Blasius の理論解とよく一致していることがわかる．したがって，粘性項を正確に解析できることが確認された．さらに，境界層を捉えるためには最低でも境界層厚さに対して 3 分の 1 程度の格子解像度が必要となることがわかる．

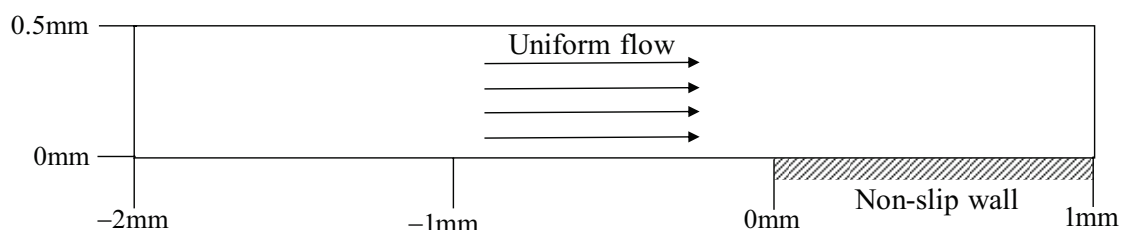


Fig 2.16 Initial conditions and computational domain of boundary layer problem.

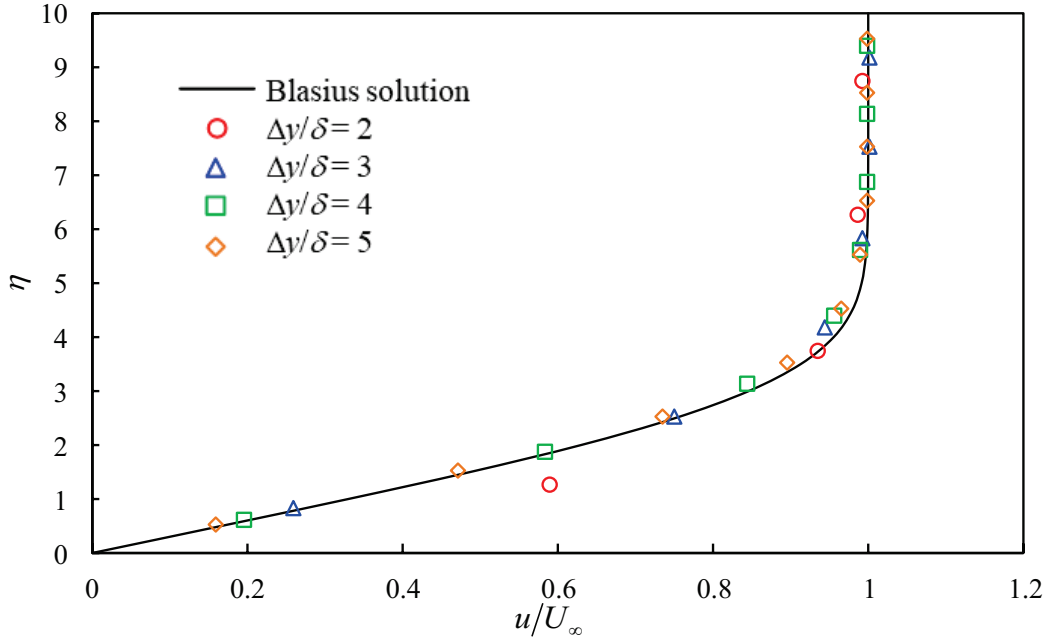


Fig. 2.17 Velocity distribution in the boundary layer.

2.3.5 二次元液滴振動問題

表面張力の解析手法の妥当性を検証するために、二次元液滴振動問題^[2]を解析する。図 2.18 は初期界面形状を示す。この問題では、初期界面形状として半径 R_0 の円から若干歪んだ

$$r(\theta) = R_0 \left\{ 1 - \frac{1}{4} \varepsilon + \varepsilon P_2(\cos \theta) \right\} = R_0 \left\{ 1 - \frac{1}{4} \varepsilon + \varepsilon \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) \right\}, \quad (2.89)$$

を与える。ここで、 $P_l(x)$ は Legendre 多項式を示す。このとき液滴の振動数 ω は

$$\omega = \sqrt{\frac{(l^3 - l)\sigma}{(\rho_{\text{in}} + \rho_{\text{out}})R_0^3}}, \quad (2.90)$$

であることが知られている。液滴の振動数 ω を周期 T になおすと

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{(\rho_{\text{in}} + \rho_{\text{out}})R_0^3}{(l^3 - l)\sigma}}, \quad (2.91)$$

となる。ここで下付き添え字 in および out は液滴の内部および外部をそれぞれ示す。図 2.18 に示されるように、対称境界を課すことで、全体の 4 分の 1 だけを解析を行う。計算格子は 201×201 および 401×401 の二条件で解析する。初期の界面形状パラメータは $R_0 = 1 \text{ m}$ 、 $\varepsilon = 0.01$ とし、表面張力、初期密度、粘性係数はそれぞれ $\sigma = 0.5 \text{ N/m}$ 、 $\rho_{\text{in}} = \rho_{\text{out}} = 1 \text{ kg/m}^3$ 、 $\mu_{\text{in}} = \mu_{\text{out}} = 5 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ と与える。このとき理論的に得られる周期 T は 5.13 s である。

図 2.19 は $\theta = 0$ における界面位置の $r = R_0$ からの距離を時間に対して示す。図 2.19 から界面形状は周期的に変化していることがわかる。さらに、その振動振幅は徐々に減少していることがわかる。このような定性的な特徴は Aulisa et al.^[2]による解析においても見られる。図 2.19 の波形か

ら得られる振動周期は 201×201 および 401×401 の格子でそれぞれ 5.67 s と 5.31 s である。すなわち、格子が細くなるにつれて、周期の誤差が小さくなっているといえる。さらに、 401×401 格子の周期誤差は小さい。したがって、表面張力が適切に解析できていることが確認された。

大きな密度比における液滴振動問題の解析を試みた。その結果、大きな密度比においては適切な解析結果を得ることができなかった。しかしながら、本研究では、高 Weber 数流に曝された液柱の初期の扁平化に注目しているため、表面張力の効果は動圧と比較して小さいといえる。したがって、本解析コードは初期における液柱扁平化を扱うことはできると考えられる。

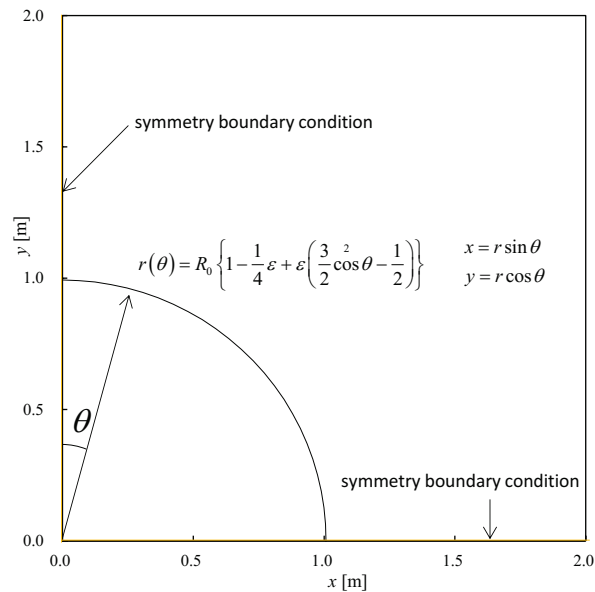


Fig. 2.18 Computational domain of liquid column oscillation problem.

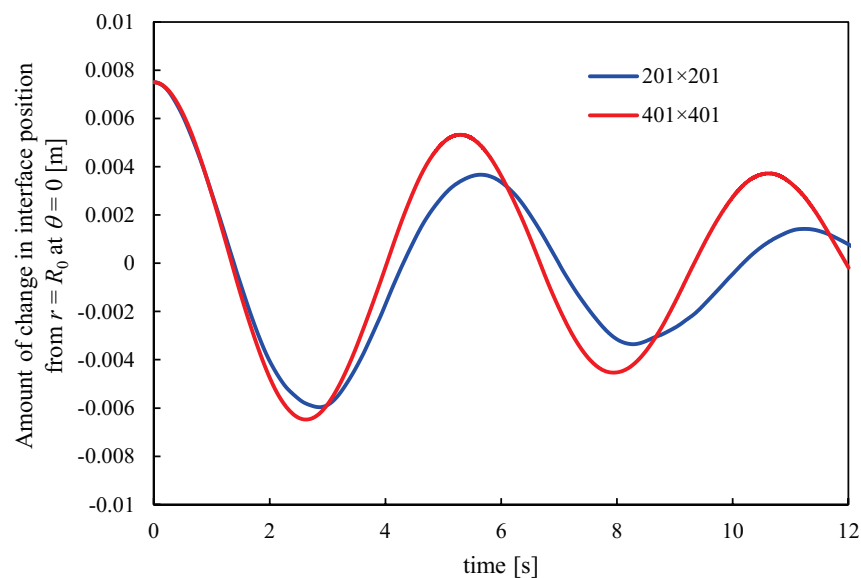


Fig. 2.19 Amount of change in interface position from $r = R_0$ at $\theta = 0$ for liquid column oscillation problem.

2.4 液柱と衝撃波の干渉の数値解析

2.4.1 計算条件

図 2.20 に計算格子と初期条件を示す．図 2.20 に示されるように，境界条件における擾乱が液柱変形に与える影響を防ぐために，ストレッチ格子を用いる．本解析では，初期液柱直径 d_0 ，衝撃波前方の密度 ρ_1 ，速度 u_1 ，圧力 p_1 を一定とし，衝撃波 Mach 数を変化させることで，様々な Weber 数条件において解析する．Weber 数は

$$We = \frac{\rho_2 u_2^2 d_0}{\sigma}, \quad (2.92)$$

と定義し，Reynolds 数は

$$Re = \frac{\rho_2 u_2 d_0}{\mu}, \quad (2.93)$$

と定義する．ここで， ρ_2 と u_2 は衝撃波後方における密度と速度である．表 2.3 に解析条件をまとめて示す．結果を整理するにあたり，Ranger and Nicholls^[41]によって導入された特性時間

$$t_{RN} = \frac{d_0}{u_2} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}, \quad (2.94)$$

を用いる．

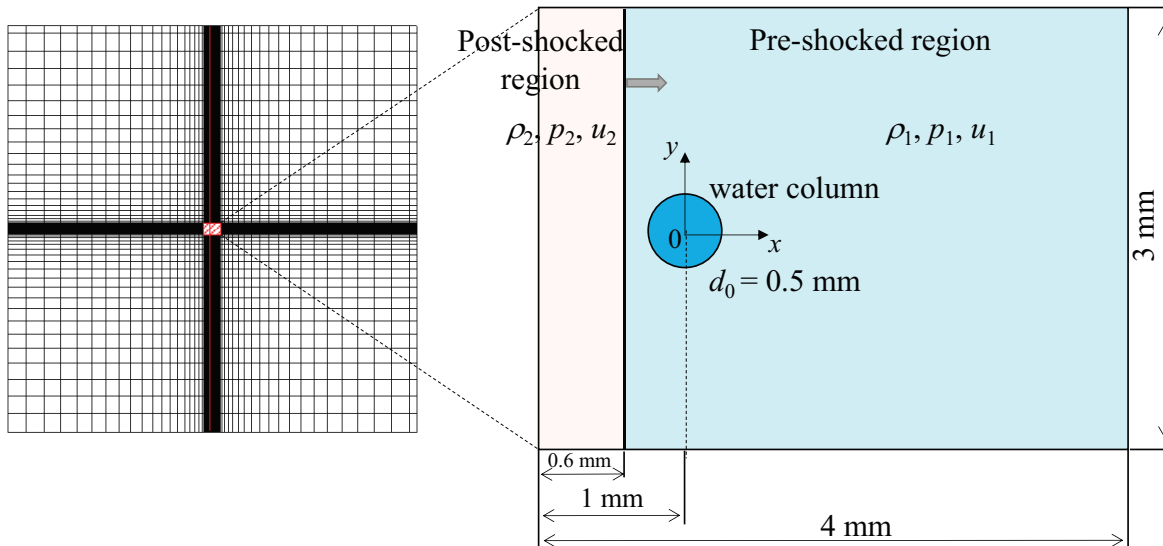


Fig. 2.20 Computational grid and initial condition for liquid column-shock wave interaction problem.

Table 2.3 Computational conditions of liquid column shock wave interaction problem.

case	u_2 [m/s]	ρ_2 [kg/m ³]	p_2 [MPa]	d_0 [mm]	We	M_s	M_2	Re $\times 10^4$	t_{RN} [ms]
1	193	1.88	0.263	0.5	500	1.33	0.43	1.0	0.061
2	256	2.13	0.320	0.5	1000	1.45	0.56	1.5	0.043
3	336	2.47	0.404	0.5	2000	1.62	0.70	2.3	0.030
4	393	2.72	0.472	0.5	3000	1.74	0.80	3.0	0.025
5	438	2.91	0.532	0.5	4000	1.84	0.87	3.5	0.021

2.4.2 格子点の依存性

初期条件を固定したうえで格子点を $\Delta x/d_0 = 1/400, 1/500, 1/600, 1/700$ の4つで解析する．図 2.21 は $We = 2000$ における解析結果の界面形状をそれぞれ示す．図 2.21 から側面のテイル形状を除き界面形状はすべての格子条件でほとんど同様であることが確認される．

さらに、各格子において重心軌道を求めて比較する．重心位置を得るために、側面におけるテイル形状を除いたコア液柱を解析結果から抽出する．コア液柱は直線 $y = y_c \pm b$ と界面で囲まれた部分と定義され、 b と y_c は

$$\int_{-b+y_c}^{b+y_c} \int_{x_s}^{x_e} \frac{1}{2} (1 - \text{sgn}(\phi')) dx dy = \psi S, \quad (2.95)$$

$$\int_{y_s}^{y_c} \int_{x_s}^{x_e} \frac{1}{2} (1 - \text{sgn}(\phi')) dx dy = 0.5S, \quad (2.96)$$

を満たす値である．ここで、 x_s と y_s は計算領域における x と y 座標の最小値であり、 x_e は計算領域における x 座標の最大値である． S はテイルの分離によって形成されたフラグメントを除いた液相の面積、 ϕ' はそのようなフラグメントにおいて符号を正に修正された level-set 関数を示す．例として、図 2.22 に $\psi = 0.8$ のときのコア液柱を示す． x 方向重心は

$$x_{G,\psi} = \int_{\text{core}} \frac{\rho x dS}{\rho dS}, \quad (2.97)$$

の積分式から導かれる．また、図 2.22 に示されるように、式(2.95)を満たすように求められた b とコア液柱面積 S から

$$\delta_\psi = \frac{\psi S}{2b}, \quad (2.98)$$

とコア液柱厚さを定義する．図 2.23 は Weber 数が 2000 における、様々な ψ に対する、コア液柱の重心位置および厚さをそれぞれ示す．図 2.23(a) から、 ψ が変化しても重心位置はほとんど変わらないことがわかる．一方で、図 2.23(b) から、 $\psi = 0.95$ のコア液柱厚さを除けば、 ψ が変化しても厚さに大きな差は見られない．本研究では、比較的多くの液体の情報を反映できるように、 $\psi = 0.8$ とする．

図 2.24 は各格子条件におけるコア液柱重心を示す．図 2.24 から各格子条件の解析結果から得られる重心軌道はよく一致していることがわかる．格子条件を変更しても界面形状および重心軌

道はよく一致しており、 $\Delta x/d_0 = 1/400$ において収束していることが確認された。この先は、十分に格子収束がなされていると考えられる $\Delta x/d_0 = 1/500$ の格子を用いる。

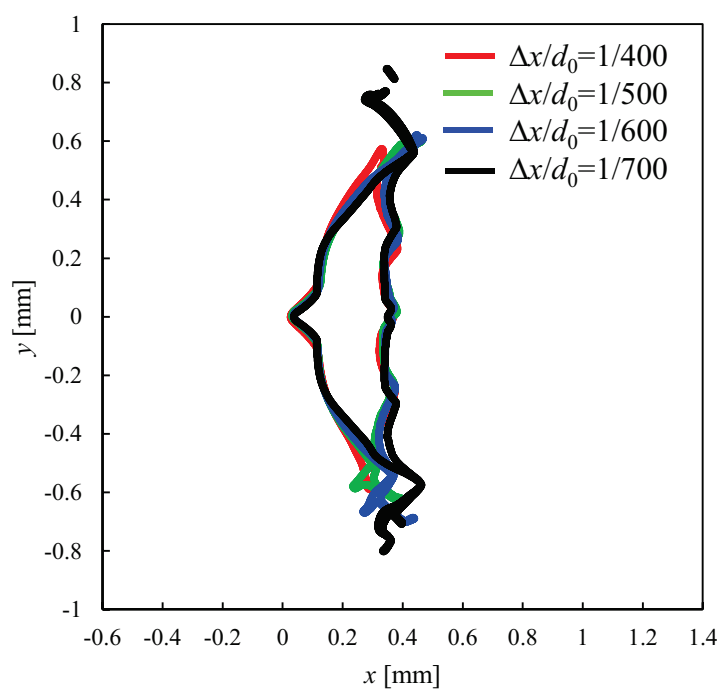


Fig. 2.21 Interface shape of liquid column – shock wave interaction problem for $We = 2000$ at $t/t_d = 0.82$ ($t = 25 \mu s$) under various grid conditions.

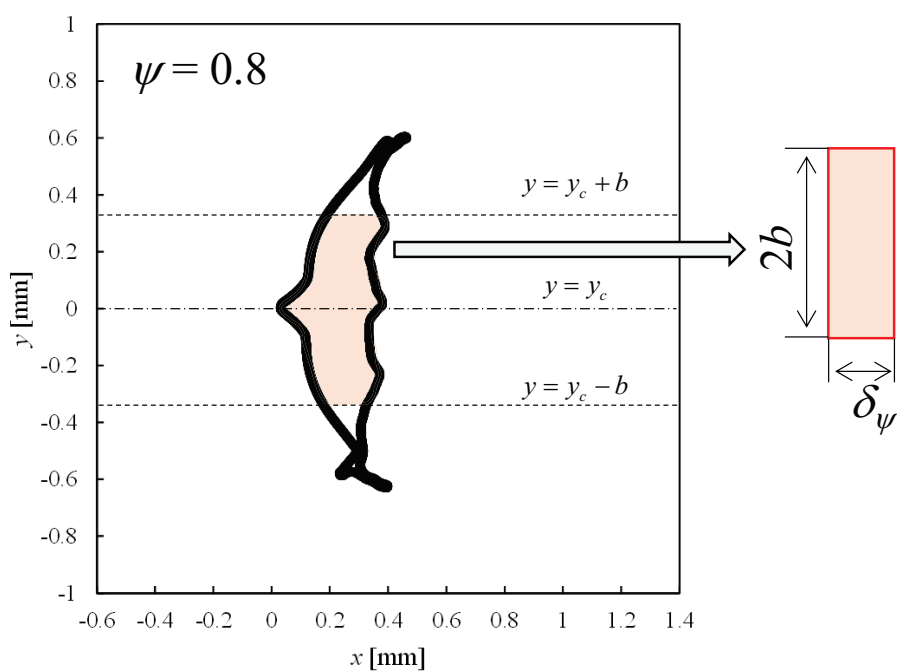
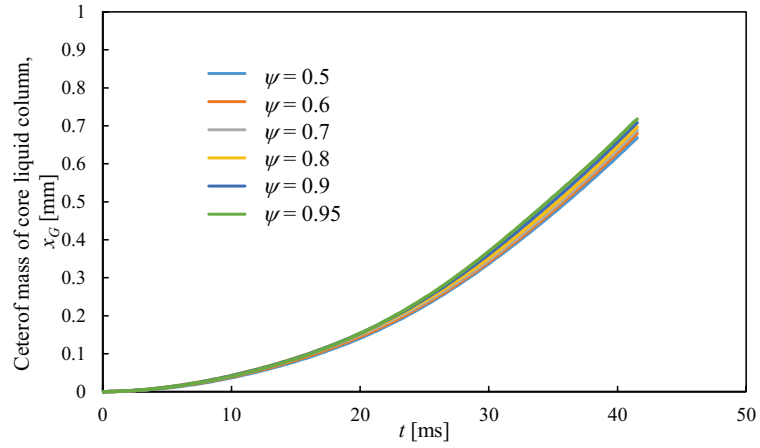
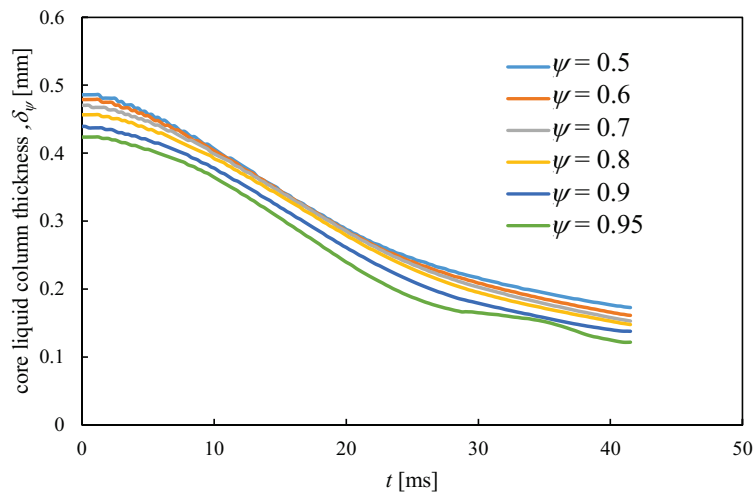


Fig. 2.22 Extraction of liquid column.



(a) center of mass



(b) thickness

Fig. 2.23 Center of mass and thickness of liquid column as a function of time for various ψ . Weber number is 2000.

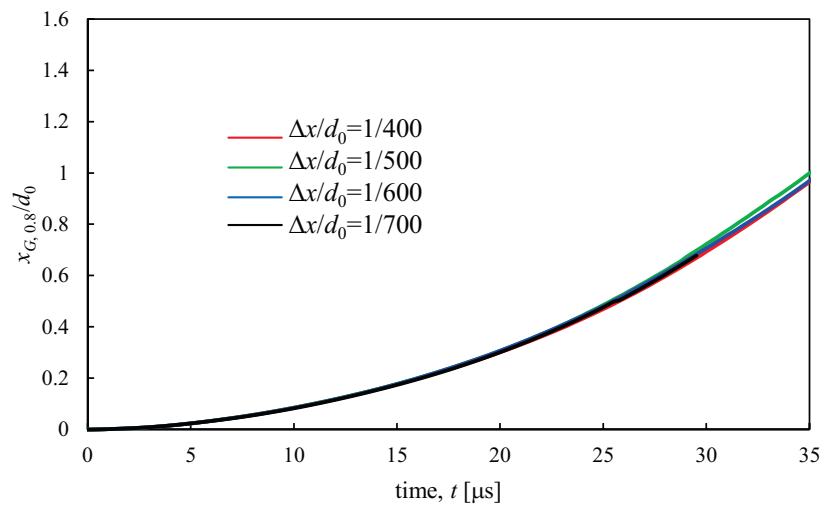


Fig. 2.24 Location of liquid column centers of mass of $We = 2000$ for various grid conditions.

Level-set 法では原理的に質量保存が保証されているわけではない。そこで、初期質量に比べ、液体質量の時間変化を調べ、質量保存性を評価する。図 2.25 は

$$E_m = \frac{m - m_0}{m_0} \quad (2.99)$$

の時間変化を示し、ここで、 m は液体総質量、 m_0 は初期液体総質量をそれぞれ示す。図 2.25 から各格子において液体質量の減少は 2%程度にとどまり、液体質量は十分に保存されることがわかる。

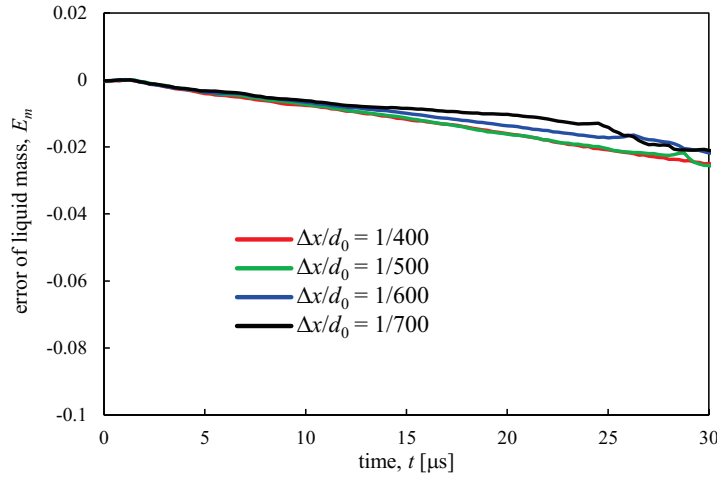


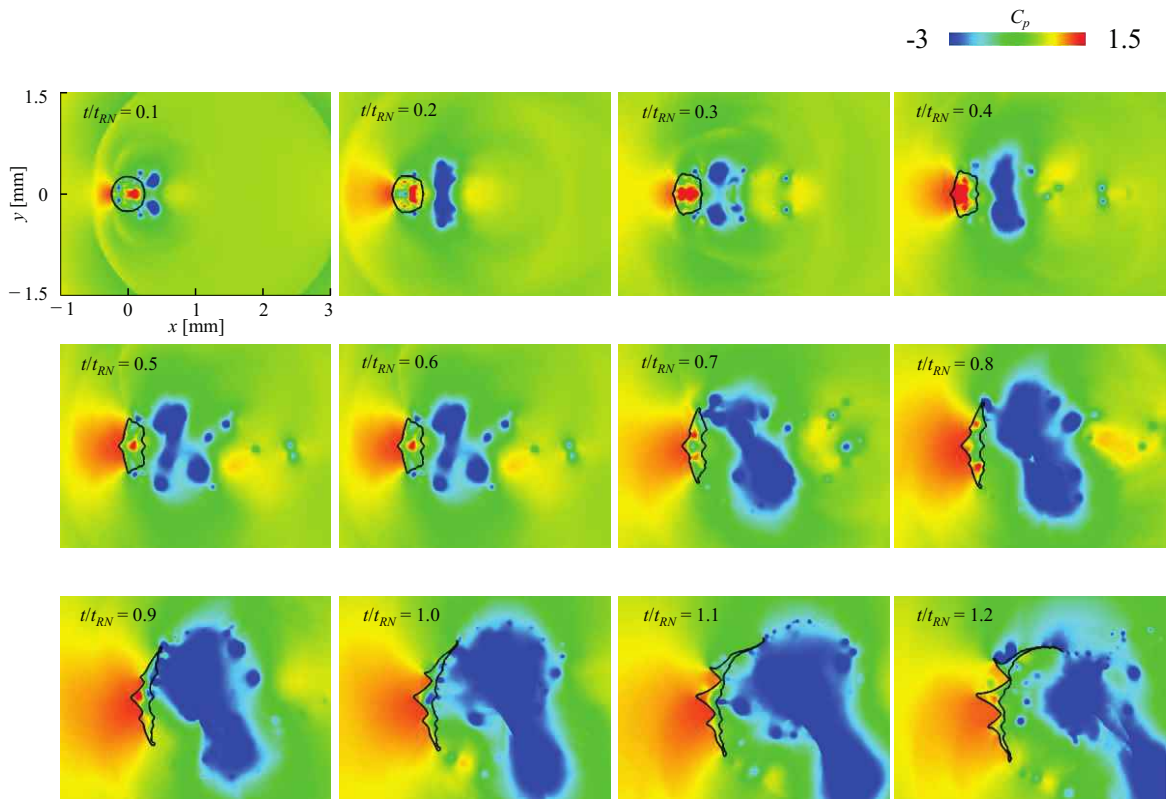
Fig. 2.25 Error of liquid mass as a function of time for various grid conditions.

2.4.3 液柱の変形挙動

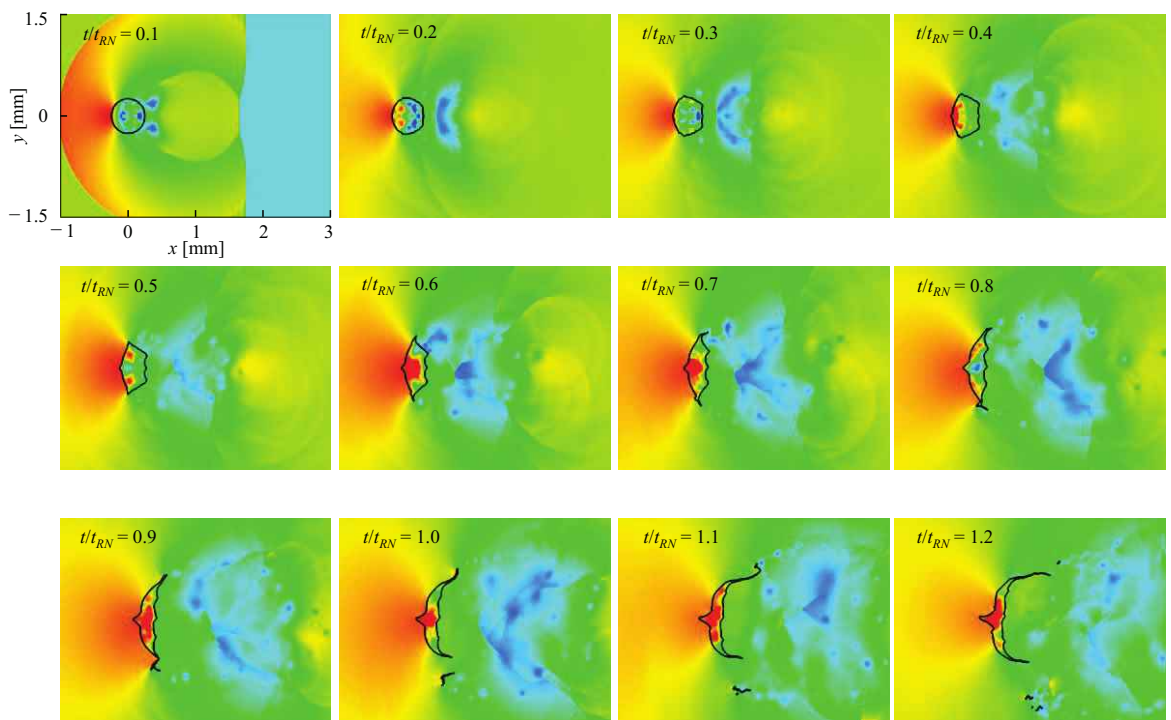
無次元圧力を

$$C_p = \frac{p - p_2}{p_d}, \quad (2.100)$$

と定義する。ここで、 p_d は動圧を示す。図 2.26 は $We = 500, 2000, 4000$ における界面形状と無次元圧力分布を示す。図 2.26 から液柱の上流側圧力は側面の圧力に比べ高いことがわかる。 $t/t_{RN} = 0.4$ では、液柱は扁平化し、上流側界面と液柱側面において突起が形成している。この上流側界面における突起は Weber 数が減少するほど顕著に見られる。 $t/t_{RN} = 0.6$ では、扁平化が進み、加えて上流側界面の突起は大きくなっていることがわかる。 $t/t_{RN} = 0.8$ では、 $We = 500$ において 3 つの突起から構成される波打った上流側界面が見られる。一方で、 $We = 2000, 4000$ での上流側界面の突起周りは滑らかである。 $t/t_{RN} = 1.0$ では、 $We = 500$ で見られた波打ちは大きくなっており、 $t/t_{RN} = 1.2$ になると波打った界面が扁平化した液柱に大きく食い込んでいることがわかる。また、 $We = 2000, 4000$ では上流側界面の突起まわりに小さな波打った形状が見られるようになる。過去の高 Weber 数流れにおける液滴微粒化実験において、液滴上流側界面が波打つことは報告されている^[28, 38]。波打った界面が現れる要因の一つとして、液柱の上流側界面は気相側から液相側に向かって加速するため、Rayleigh-Taylor 不安定性が挙げられる。

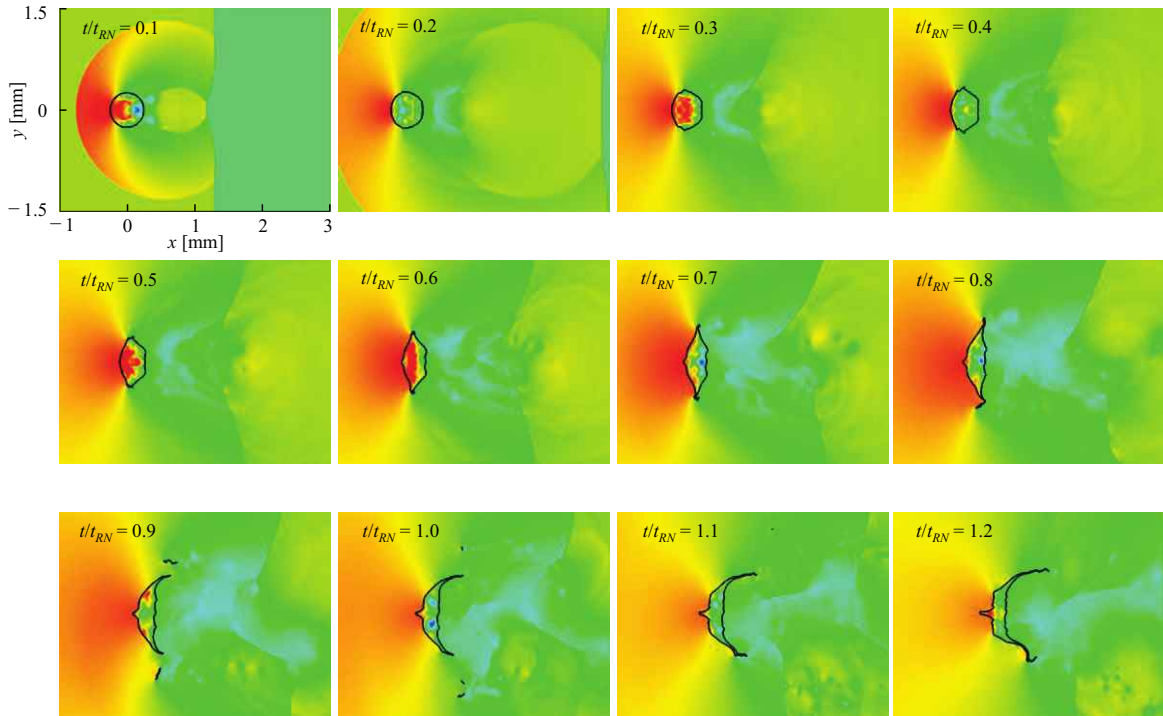


(a) $We = 500$



(b) $We = 2000$

Fig. 2.26 Temporal evolution of nondimensional pressure distribution and interface shapes for $We = 500$, 2000 and, 4000.



(c) $We = 4000$

Fig. 2.26 Temporal evolution of nondimensional pressure distribution and interface shapes for $We = 500$, 2000 and, 4000. (*continued*)

Rayleigh-Taylor 不安定性の線形理論を用いて、上流側界面における突起の波長の妥当性を調べる。非粘性流体において、Rayleigh-Taylor 不安定性の成長ファクターは

$$n = \sqrt{ak - k^3 \frac{\sigma}{\rho_l}}, \quad (2.101)$$

と得られる^[6]。ここで、 a と k はそれぞれ加速度と擾乱の波数をそれぞれ示す。この式から成長ファクターは最大となる波長は

$$\lambda^* = 2\pi \sqrt{\frac{3\sigma}{\rho_l a}}, \quad (2.102)$$

と得られる。また、成長ファクターがゼロになる波長

$$\lambda_l = 2\pi \sqrt{\frac{\sigma}{\rho_l a}}, \quad (2.103)$$

となる。もし波長が λ_l より小さいならば、擾乱は Rayleigh-Taylor 不安定性によって成長しない。図 2.27 は λ_l で無次元化した突起の波長 λ を示す。図 2.27 から、突起の波長において $\lambda/\lambda_l > 1$ の関係が見られるため、上流側界面は Rayleigh-Taylor 不安定性によって成長し得る。さらに、突起の波長 λ は λ^* と同じオーダーであることがわかる。したがって、考え得る突起の成長要因の一つとして Rayleigh-Taylor 不安定性が挙げられる。しかしながら、Terashima and Tryggvason^[52]によって行われた液柱と衝撃波の干渉の数値解析においては、上流側界面における明らかな突起はみられない。また、このような上流側界面の中心における大きな突起は液滴微粒化実験では見られていない。

そのため、軸対称または三次元解析を行い、数値解析手法を検証する必要がある。

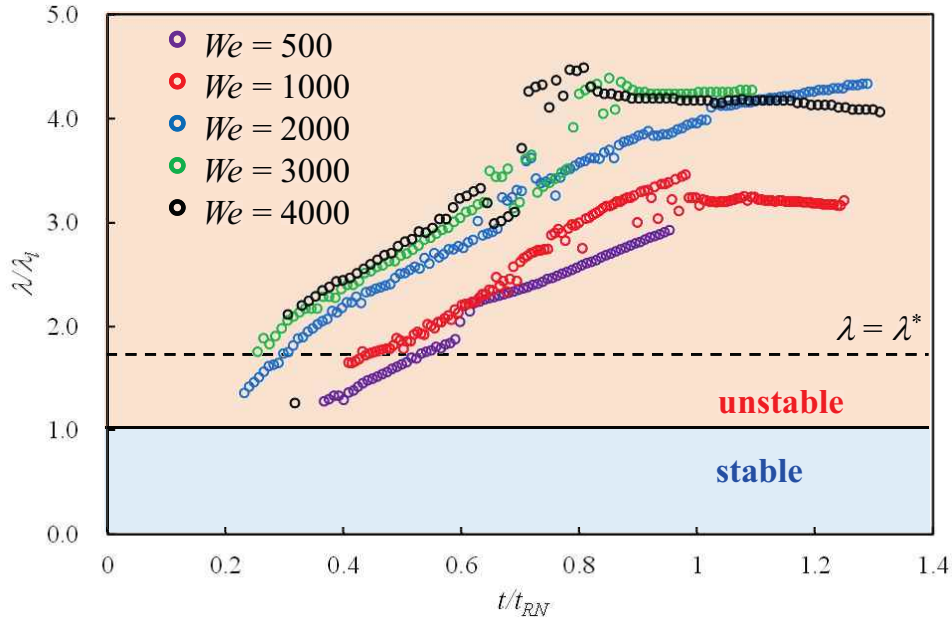


Fig. 2.27 Wavelength of the tip normalized by λ_l as a function of time for various grid conditions.

2.4.4 衝撃波が液柱変形に与える影響

本研究では、液滴と衝撃波を干渉させることで、高速気流中での液滴微粒化実験を実施するが、実際の secondary breakup では衝撃波は発生しないため、衝撃波が実際の secondary breakup と大きな乖離をもたらす可能性がある。液滴の変形時間と比較して、衝撃波が液滴を通過する時間は十分小さいため、衝撃波が液滴に与える影響は小さいと考えられるが、数値シミュレーションを用いて、衝撃波が液柱変形に与える影響について評価する。

図 2.28 は初期段階における密度勾配分布および無次元圧力分布を示す。 $t/t_{RN} = 0.006$ では、液柱に衝撃波が衝突した結果、反射衝撃波 R_1 と液体内を伝播する衝撃波 T_1 が発生する。このとき、反射衝撃波 R_1 の反射形態は正常反射であるが、 $t/t_{RN} = 0.017$ で確認されるように Mach 反射へと遷移する。その後、Mach ステム M_1 が液柱の後方で互いに衝突することで、 $t/t_{RN} = 0.082$ で確認されるように反射衝撃波 R_2 および Mach ステム M_1 が形成される。 $t/t_{RN} = 0.082$ では、衝撃波が完全に液柱を通過したが、液柱はほとんど変形していないことがわかる。過去の液柱と衝撃波の干渉の実験結果^[47]と比較すると、本解析結果における波の伝播挙動は、過去の実験結果 (Sembian et al. の論文^[47]における図 8) と定性的に一致を示した。

衝撃波が液柱を完全に通過したとしても、液体を伝播する波は界面で反射するため、波は完全に減衰するまでの長い間、液体を伝播し続ける。そこで、液体を伝播する波が液柱変形に与える影響を数値実験で評価する。図 2.29 に示すような、衝撃波と液柱が干渉した直後において、解析を中断し、その後、液相領域の物理量はそのままにして、気体領域の物理量は静止気体、一様圧力・密度となるように変更する。このようにすることで、気流による液柱変形の効果がなくなる

ため、液体を伝播する衝撃波が液柱変形に与える影響を評価することができる。図 2.30 は液柱と衝撃波の干渉の解析を中断せずに続けた場合の解析結果と、途中で中断し気体の値を変更した解析結果の圧力分布と界面形状を示す。図 2.30 から、中断しなかった場合では、液柱が大きく扁平化していることがわかる。一方、解析を中断し気体の値を変更した場合では、液柱内部の波の伝播挙動は複雑であり、液体圧力は一様ではない。しかしながら、液柱の形状はほとんど変化しないことがわかる。さらに、液体内部を伝播する波は気体側にはほとんど影響を与えていないことがわかる。

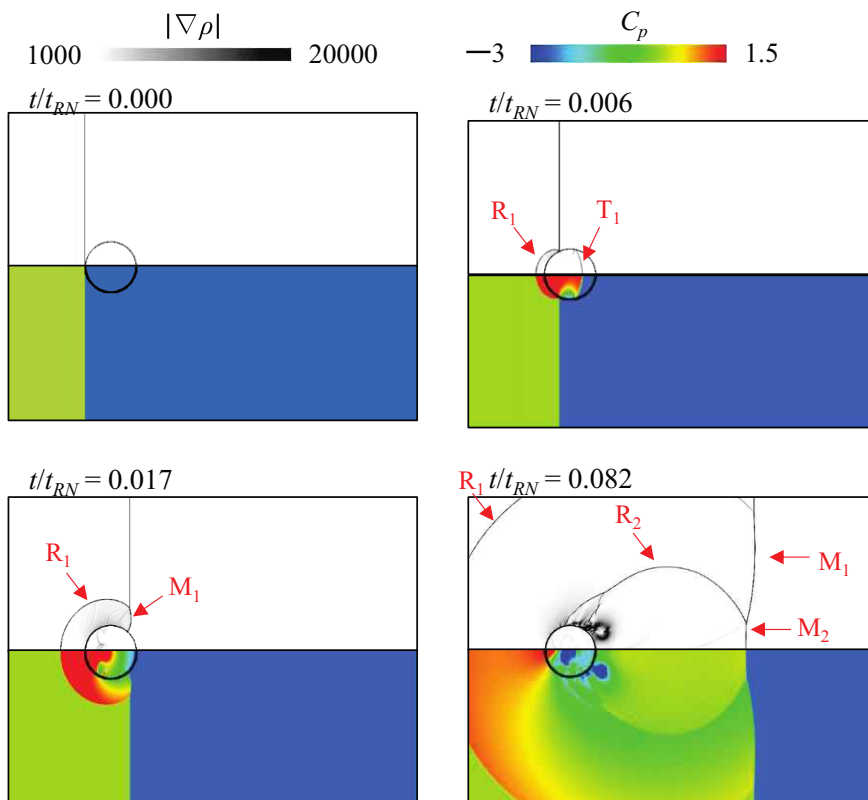


Fig. 2.28 The density gradient (top) and non-dimensional pressure (bottom) for $We = 1000$ on the shock wave and liquid column interaction stage.

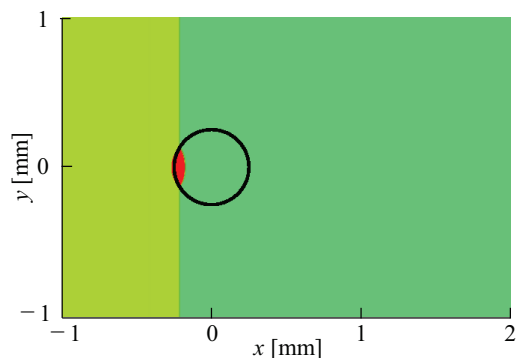


Fig. 2.29 Pressure distribution and interface shape immediately after the interaction between shock wave and liquid column.

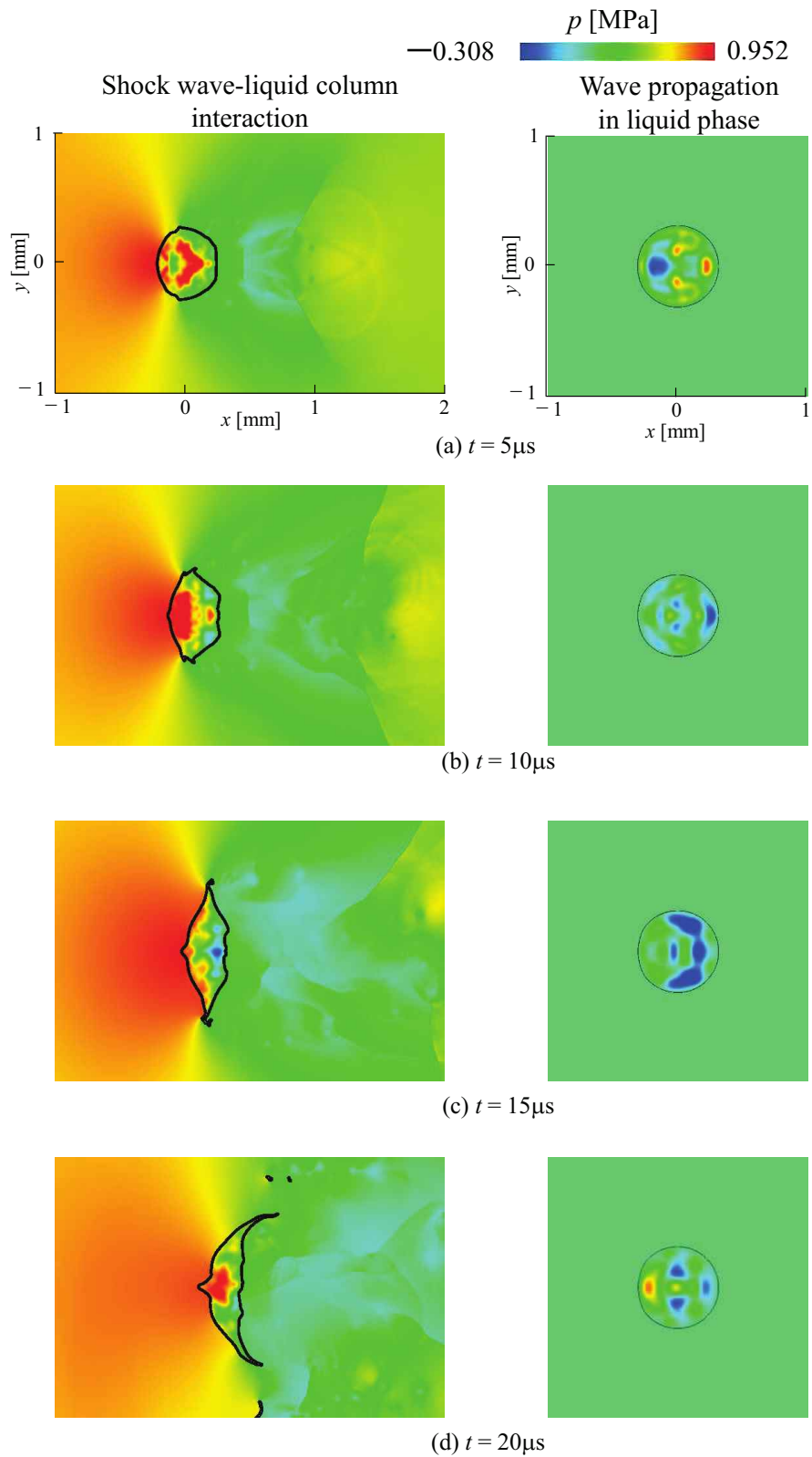


Fig. 2.30 Pressure distribution and interface shape of shock wave-liquid column interaction (left) and wave propagation in liquid phase (right).

以上から、衝撃波が液柱を完全に通過したときにおいて液柱はほとんど変形をしていないこと、液体内部を伝播する波が液柱変形に与える影響はほとんどないことが確認された。したがって、衝撃波後方の高速流れを用いて、secondary breakup を模擬した高速気流中における液滴微粒化のデータを取得することは許容される。

2.4.5 抗力係数と後流

液体フラグメントは液体噴流が崩壊することで形成し、その後、フラグメントは気流中において微細液滴へと微粒化される。そのため、液体フラグメントの軌道は微細液滴の空間分布に影響を与える。フラグメントの軌道を予測するためには非定常な抗力係数をモデル化することが必要であると考えられる。液柱の抗力係数 $C_{D,ns}$ はコア液柱の加速度を用いて

$$C_{D,ns} = \frac{m_{\text{core}} a_{G,\psi}}{\frac{1}{2} \rho_2 (u_2 - u_{G,\psi})^2 d_0}, \quad (2.104)$$

と導出する。ここで、 m_{core} は 2.4.2 項で定義したコア液柱の質量を示し、 $u_{G,\psi}$ はコア液柱の速度を示しており、

$$u_{G,\psi} = \int_{\text{core}} \frac{\rho u dS}{\rho dS}, \quad (2.105)$$

と得る。 $a_{G,\psi}$ はコア液柱の加速度を示しており、移動平均を施されたコア液柱の速度 $u_{G,\psi}$ を差分することで $a_{G,\psi}$ を計算する。ここで、2.4.2 項に示されるように、 $\psi = 0.8$ とする。また、Meng and Colonius^[36,37] も液柱や液滴の速度から対応する加速度を求めている。

図 2.31 は様々な Weber 数における抗力係数の時間変化を示す。 $t/t_{RN} = 0 \sim 0.7$ において $We = 500, 1000$ では比較的大きな抗力係数の振動が見られる。このような振動は Chen^[7] や Meng and Colonius^[35] のシミュレーションから得られる加速度や抗力係数においても確認されている。さらに、振動振幅は入射衝撃波の Mach 数が減少するにつれて大きくなると Meng and Colonius は述べた。Meng and Colonius のシミュレーションでは、入射衝撃波の Mach 数の減少は流れの動圧の減少に対応する。そのため、本解析結果は Meng and Colonius の解析結果と同じ傾向にあるといえる。さらに、このような抗力係数の振動は後流の vorticity shedding によって引き起こされると述べられた。しかしながら、後流と抗力の関係は調べられていない。

抗力係数の振動の周波数 f を用いて Strouhal 数 (St) は

$$St = \frac{f d_0}{u_2} \quad (2.106)$$

と定義される。 $We = 500, 1000$ において Strouhal 数を求めると、 $We = 500$ では $St = 0.27$ となり、 $We = 1000$ では $St = 0.24$ と得られる。同一の Reynolds 数における固体円柱の Strouhal 数は約 0.2 である^[3]。したがって、本解析から得られた液柱抗力の Strouhal 数は固体円柱のそれと近い値となる。したがって、固体円柱と同じように後流の渦によって界面に作用する圧力が周期的に変化することで、抗力係数の振動が生じたと考えられる。

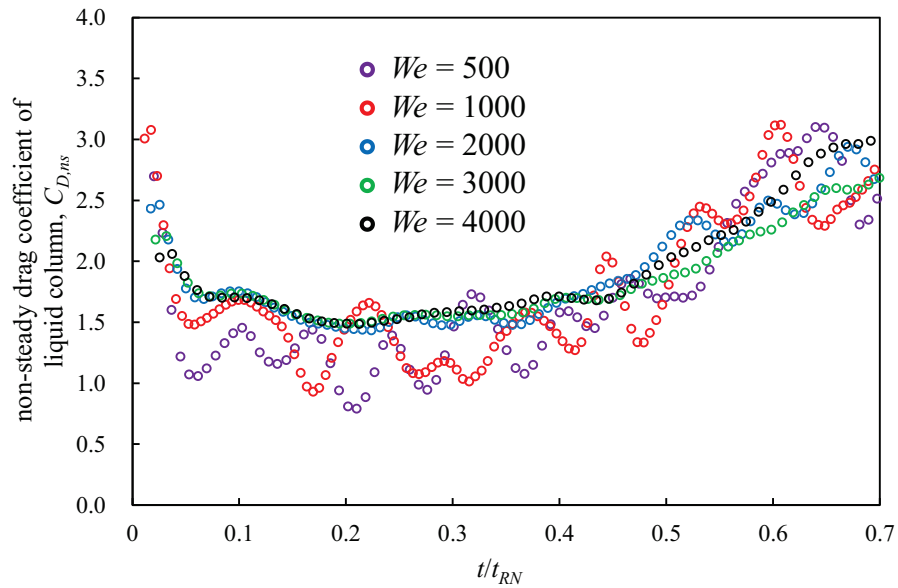


Fig. 2.31 Drag coefficient of transient deformation liquid column for various Weber number.

図 2.32 は $We = 500, 4000$ における $t/t_{RN} = 0.21, 0.24, 0.29$ での気体から界面にかかる無次元圧力のカラーコンターを示す。 $We = 500$ の抗力係数は $t/t_{RN} = 0.21$ および 0.28 で極小値となり、 $t/t_{RN} = 0.24$ で極大値をとる。 図 2.32 から、抗力係数が極小値となる $t/t_{RN} = 0.21$ および 0.28 (図 2.31 参照) での風下側界面における無次元圧力は $t/t_{RN} = 0.24$ の無次元圧力と比較して大きくなっていることがわかる。 一方で、 $We = 4000$ では、そのような下流側界面における圧力の変動は見られない。 したがって、 $We = 500$ における抗力係数の振動は下流側界面の圧力変動によってもたらされると考えられる。 下流側界面における圧力が振動する要因を明かにするために、液柱の後流を調べる。

図 2.33 は $We = 500$ における速度の大きさのカラーコンターと速度ベクトルを示す。 図 2.33 から、 $t/t_{RN} = 0.095$ では液柱の後部において双子渦のような対となる渦が見られる。 $t/t_{RN} = 0.17$ で確認されるこの対となる渦の間には液柱に向かう高速気流が見られる。 $t/t_{RN} = 0.20$ においては対となる渦とともに気流が高速な領域が液柱近傍に移動しており、 $t/t_{RN} = 0.23$ の結果を見ると、若干ではあるが対となる渦と高速領域が液柱から離れていることがわかる。 その後、 $t/t_{RN} = 0.27$ では再び対となる渦とともに気流が高速な領域が液柱近傍に移動していることが確認される。 図 2.32 と図 5.33 から、液柱近傍に液柱へ向かう高速気流が発生するタイミングの直後で下流側界面における圧力が増加することがわかる。 したがって、高速気流が液柱によってせき止められることで気流の運動エネルギーが圧力エネルギーに変換され、下流側界面の圧力上昇はすると考えられる、

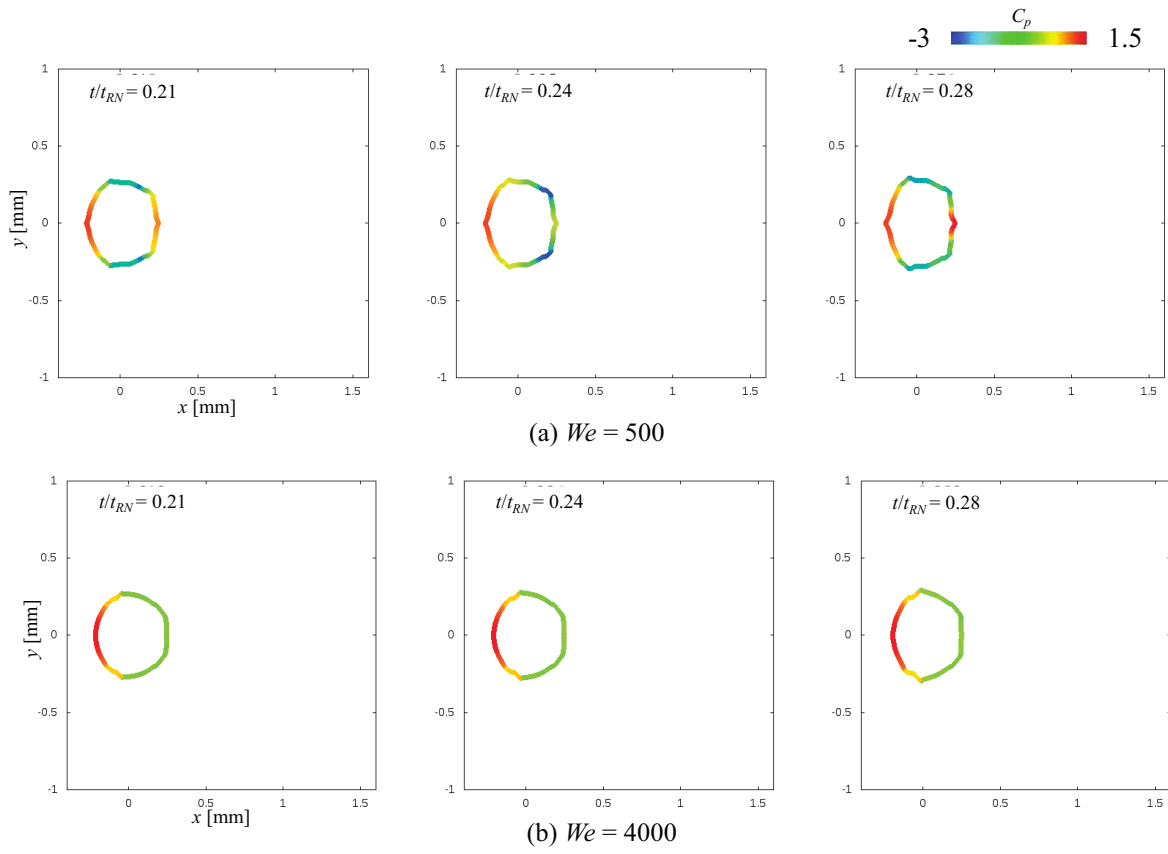


Fig. 2.32 Color contour of non-dimensional gas pressure on interface for $We = 500$ and 4000 .

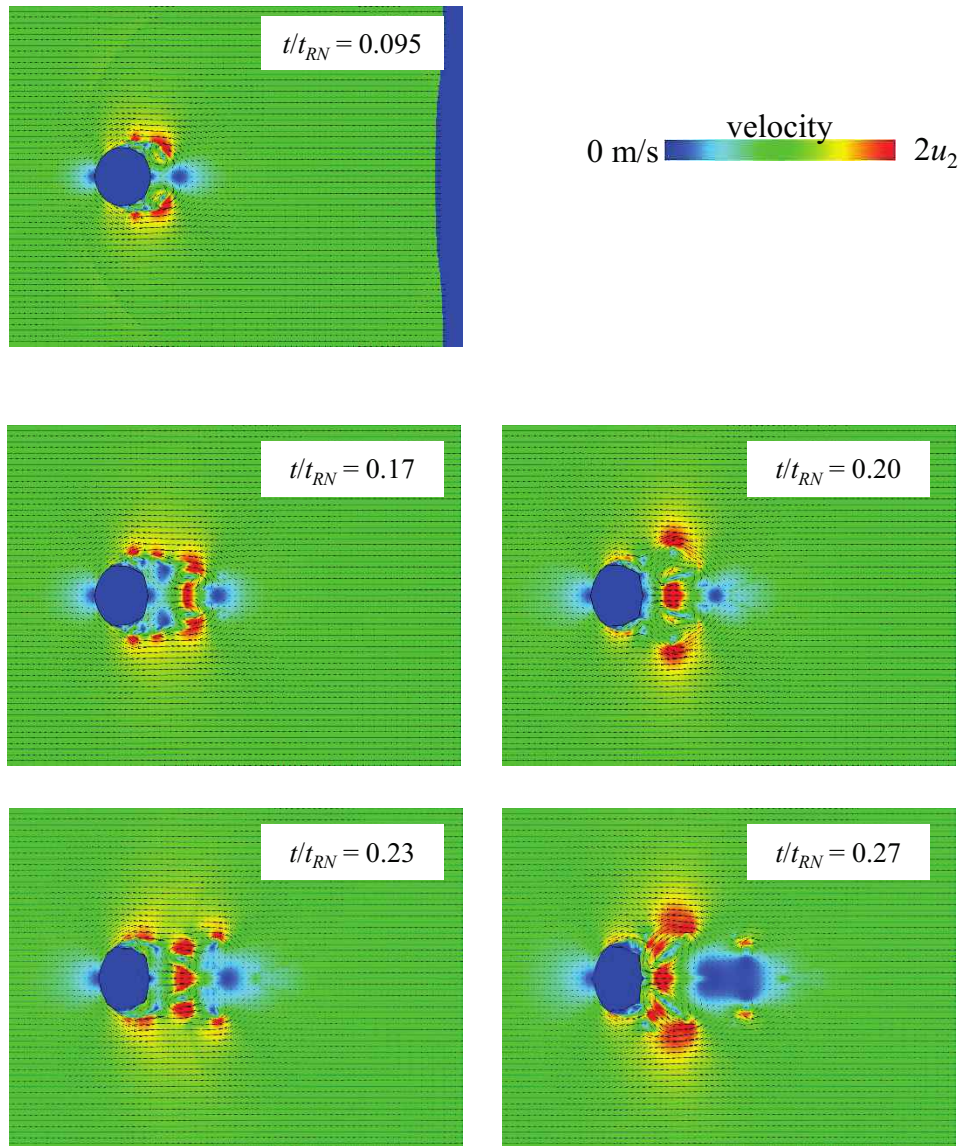
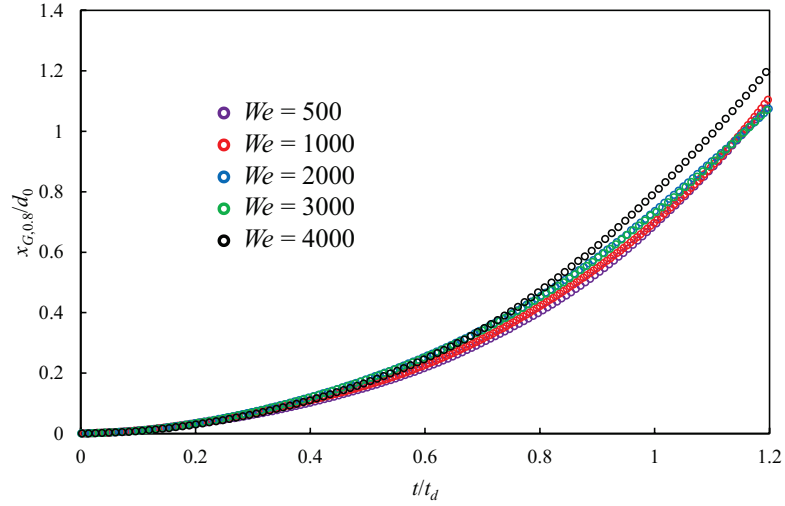


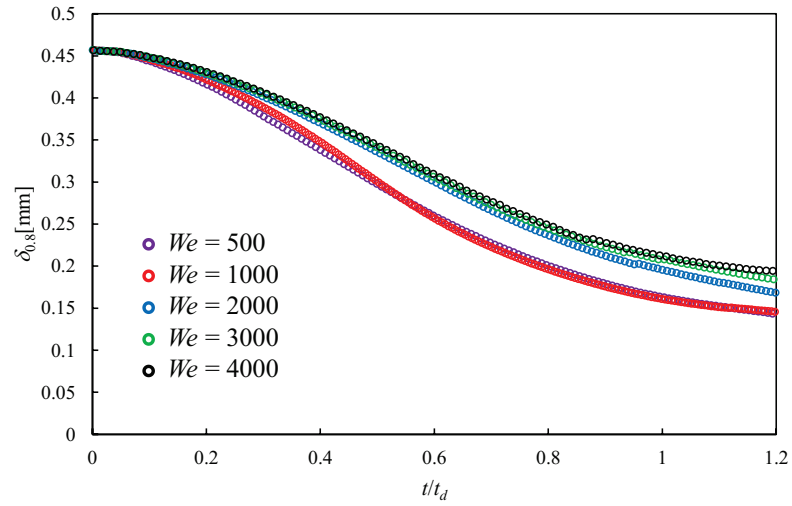
Fig. 2.33 Velocity magnitude color contour and velocity vector for $We = 500$ at $t/t_{RN} = 0.10, 0.17, 0.20, 0.23,$ and 0.27 .

2.4.6 液柱の軌道と変形

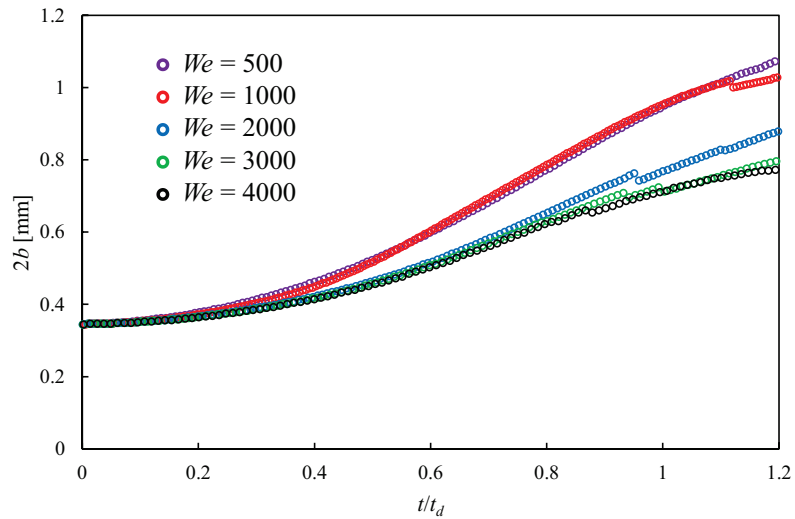
前項で述べたように、液体フラグメントの軌道は微細液滴の空間分布特性に影響を与える。また、厚さや流れに垂直な方向の長さは液滴形状の定量化する方法として過去の研究で計測された。本節では、重心、厚さおよび流れに垂直な方向の長さの時間変化を求める。図 2.34(a)はコア液柱の重心位置、図 2.34(b)はコア液柱の厚さ $\delta_{0.8}$ 、図 2.34(c)はコア液柱の流れに垂直な方向の長さ $2b$ をそれぞれ示す。図 2.34(a)に示されるように、液柱は時間とともに下流へ移動する。さらに、特性時間 t_{RN} で無次元化すると、重心位置は Weber 数によらず似ていることがわかる。一方で、図 2.34(b)(c)から時間が経過するにつれて流れに垂直な方向コア液柱長さ $2b$ は増加し、コア液柱厚さ $\delta_{0.8}$ は減少する、また、コア液柱厚さ $\delta_{0.8}$ は Weber 数が小さくなるにつれて減少している。図 2.32 から、 $We = 500$ において下流側界面の無次元圧力は周期的に増加するが、 $We = 4000$ ではそのような増加は見られない。この下流側界面における圧力増加は液柱扁平化に寄与すると考えられる。そのため、比較的 Weber 数が小さい、 $We = 500, 1000$ では無次元時間に対する液柱の厚さは小さい。これは後流による下流側界面における圧力変動が液柱の変形に影響を与えることを示唆している。



(a) liquid column center of mass



(b) liquid column thickness



(c) liquid column span wise

Fig. 2.34 Liquid column center of mass, thickness and spanwise diameter as a function of non-dimensional time for various We conditions.

2.5 結言

衝撃波と液柱の干渉の数値解析を実施した。衝撃波が液柱を完全に通過しても、液柱はほとんど変形しないことが明らかとなった。また、衝撃波が液柱に衝突すると、衝撃波が液柱内部に伝播し、液柱内部の圧力が大きく変動する。この液柱内部を伝播する衝撃波が液柱の変形に与える影響について評価した。評価方法としては、液柱と衝撃波が衝突直後で解析を中断し、気体領域の速度、密度、圧力を一様にして、再度解析した。その結果、衝撃波が液柱内部を伝播することで、圧力は大きく変化するが、液柱はほとんど変形しないことが分かった。以上から、**secondary breakup** では衝撃波は見られないが、それを模擬した実験において、衝撃波後方の流れによって液滴を微粒化させることは許容される。

第3章 液滴微粒化観測装置の開発

3.1 緒言

これまで、衝撃波管によって発生された衝撃波後方の速度場を利用して、気流中における液滴微粒化実験が行われてきた。Hisang and Faeth^[23,24]は、連続的に滴下されている液滴に衝撃波を干渉させ、衝撃波後方の気流中において微粒化する液滴を撮影した。この実験方法では、各液滴の微粒化で形成されるフラグメントや、入射衝撃波が各液滴で反射されることで形成される反射衝撃波が干渉する懸念がある。そのため、本研究が対象とする単一液滴の微粒化実験には適さない。また、液滴と衝撃波の干渉位置を制御した、単一液滴の微粒化実験が Joseph et al.^[28]と Theofanouse et al.^[54-56]によって実施された。Joseph et al.^[28]による実験では、注射針の先端に形成させた液滴が落ちるときをフォトディテクタで検知し、任意の待機時間の後に、注射針を引き抜き衝撃波を発生させることで、衝撃波を独立した液滴に衝突させた。液滴が落下し始めたときの液滴落下速度は遅く、液滴位置の時間変化は小さいため、この実験方法では、撮影領域を狭くした高分解能撮影は容易である。しかしながら、注射針が微粒化に影響を及ぼすことが懸念される。実際、Joseph et al.^[28]によって撮影された画像をよく見ると、注射針に起因すると考えられる、微粒化の非対称性が確認される。一方、Theofanouse et al.^[54-56]による実験では、落下中の液滴をフォトセルで検知し、任意の待機時間の後に衝撃波を発生させ、液滴と衝撃波を干渉させた。この方法では、Joseph et al.の実験のように微粒化挙動を乱す要因はない一方で、狭い撮影領域で液滴と衝撃波を確実に衝突させるためには、衝撃波発生タイミングを高精度で制御可能な再現性の高い衝撃波発生システムが必須となる。そこで、本研究では、衝撃波発生タイミングの再現性の高い破膜方法として、隔膜にレーザーを照射することで、隔膜を破膜させるレーザー破膜法を提案し、その性能を評価する。

3.2 レーザー破膜法

衝撃波管では、高圧室と低圧室を隔膜によって隔て、高圧室と低圧室の圧力に差を与え、隔膜を瞬間的に破膜させることで、衝撃波を発生させる。破膜方法としては、所定の圧力において自然に破膜するように膜厚などを調整する自然破膜法、隔膜を撃針で突く撃針破膜法、高圧部に充填されたガスに引火して燃焼圧によって隔膜を破る燃焼圧破膜法などが知られている。自然破膜法では、精密な気流の密度、圧力、速度といった実験条件の調整は難しく、加えて破膜タイミングを制御することはできない。撃針破膜法は頻繁に用いられるが、隔膜に撃針を刺す装置が必要となり、これは複雑な機構による機械的な作動を含むため、衝撃波発生タイミングの再現性を向上させることは難しいと考えられる。また、燃焼圧破膜法では、衝撃波後方の速度場や圧力場が燃焼ガスによって乱されるといった問題が挙げられる。本研究では、隔膜にレーザーを照射することで孔を開け、隔膜を破膜させるレーザー破膜法を検討する。その理由は、レーザー破膜法では、隔膜にレーザーを照射するだけで衝撃波が発生されるため、非常に簡単な機構のみで破膜装

置を製作可能で、破膜タイミングを再現性良く制御できると予想されるためである。さらに、流れを強く乱す要因は持たないため、一次元的な衝撃波後方流れを発生させることができると予想される。本章では、液滴微粒化実験にレーザー破膜法が使用可能な性能を有するのか、すなわち、衝撃波発生タイミングの再現性および衝撃波の歪みの程度について評価する。

3.2.1 最適なレーザーと膜素材の検討

レーザーおよび隔膜素材は様々なものがあるため、まずは、レーザー破膜に最適なレーザーと隔膜素材を検討する。表 3.1 は試したレーザーの仕様を示す。破膜用レーザーとしては、連続発振のアルゴンイオンレーザーと、パルス発振の Nd:Yag レーザーを試す。また、隔膜素材としては、PEN, PET, PP, PE, CPP, PT(Cellophane)および OPP 膜を検討する。評価方法としては、膜に黒色塗料を塗布し、そこにレーザーを照射して、孔の有無を見る。Nd:Yag レーザーでは、いかなる膜素材においても黒色塗料の蒸発は確認されるが、膜に穴は見られない。一方、アルゴンイオンレーザーでは、素材によって開孔時間は異なるが、試したすべての素材においてレーザー孔が確認される。したがって、以後はアルゴンイオンレーザーを用いて、破膜特性を調べる。OPP 膜のみの評価に限られるが、連続発振の Nd:Yag レーザーでは、OPP 膜に孔が開くことを確認した。そのため、評価結果の違いは、発振方法の差異によると考えられる。

次に、隔膜に圧力をかけた破膜試験を行う。表 3.2 は検討される膜素材と、その特性およびアルゴンイオンレーザーを用いたときの破膜試験結果を示す。なお、表の圧力は減圧された低圧室の圧力を示しており、高圧室の圧力は大気圧に保った。PEN および PET 膜では、レーザー孔は見られるものの、破膜には至らないことが確認された。PP, PE, CPP 膜では、減圧を開始した直後に膜が自然に破膜することがわかり、任意の圧力に調整することができない。PT 膜は圧力比を大きくすると自然破膜するが、自然破膜しない程度の圧力にセッティングし、レーザーを照射すると、照射から 20 秒ほどたった後に破膜することを確認した。したがって、破膜タイミングの再現性が求められる本実験において PT 膜は不適である。一方で OPP 膜では、レーザーを照射した瞬時に破膜し、衝撃波が発生されることが確認された。

以上から、破膜用レーザーとしては連続発振アルゴンイオンレーザーが、膜素材としては OPP が適することが明らかとなった。

Table 3.1 Laser specifications and investigation results.

Model	type	Wave length	Oscillation method	Pulse width	Power	Results
Stabilite 2017	Ar ⁺	514nm	Continuous	—	2.0 W	Rupture
LS-2131	Nd:YAG	532nm	Pulse	9-11ns	120 mJ	No rupture

Table 3.2 Film materials and its characteristics and investigation results.

material	characteristics	thickness [μm]	pressure [kPa]	results
		25	1	no rupture
PEN	difficult to tear	38	1	no rupture
		50	1	no rupture
PET	difficult to tear	25	1	no rupture
PP	difficult to tear	30	×	natural rupture
PE	difficult to tear	100	×	natural rupture
CPP	difficult to tear easy to stretch	20	×	natural rupture
PT (Cellophane)	easy to tear	18	40 ~ 67	laser rupture (20s)
			2 ~ 40	natural burst
OPP	easy to tear difficult to stretch	20	2 ~ 40	laser rupture (instantaneous)

3.2.2 レーザー破膜特性

図 3.1 は、圧力比 5.3 における、厚さ 20 μm の OPP 膜がレーザー照射によって破膜する挙動の撮影結果を示す。高压室と低压室に圧力差があるため、図 3.1(a)で見られるように、膜が膨らむ。図 3.1(b)では膜にレーザーが照射され、少し時間が経過した後、膜に孔が開き図 3.1(c)で見られるような、亀裂が発生する。この亀裂が進展することで、図 3.1(d)のように隔膜が全開する。図に示されるように、トリガーが発信されてから膜にレーザーが照射されるまでの時間を t_{in} 、膜にレーザーが照射されてから膜に孔があくまでの時間を t_{irr} 、隔膜に穴が開いてから全開するまでの時間を t_{ru} とそれぞれ定義する。図 3.2(a)~(c)に各膜厚における圧力差に対する t_{in} , t_{irr} , t_{op} の大きさを示す。どの膜厚においても、 t_{irr} , t_{ru} に比べ t_{in} は非常に大きいことから、隔膜にレーザーを照射するまでの時間が非常に大きいことがわかる。現在の実験装置では、シャッターでレーザーを遮っておき、トリガー信号を受信した後にシャッターを開くことで、レーザーが膜に照射される。したがって、より高性能なシャッターを用いることで、破膜までの時間を短縮することができる。ただし、液滴微粒化実験において要求されることは、衝撃波発生タイミングの再現性であり、図 3.2(a)~(c)から t_{in} はほぼ一定であることが確認でき、今回用いたシャッターは十分な再現性を有することがわかる。シャッターを開くトリガーが発信されてから、レーザーが隔膜を貫通し、レーザーディテクタで検知されるまでの時間を開孔時間 $t_{open} (= t_{irr} + t_{in})$ と定義する。図 3.2(d)は 10 回計測から得られる開孔時間 t_{open} の平均値および標準偏差を示す。膜厚が大きくなるにつれて、平均開孔時間がわずかに大きくなっていることが確認される。これは、膜厚が大きくなるにつれて、孔を開けるために必要なエネルギーが大きくなるからであると考えられる。また、標準偏差は最大で 0.1 ms 程度となっている。このばらつきが液滴微粒化実験に与える影響について考える。衝撃波管の管壁上部から初速 0 m/s で自由落下する液滴が管中央部（管壁上部から 40 mm の位置）で衝撃波と衝突する場合、鉛直方向衝突位置における液滴速度では、0.1 ms 間での液滴移動量は約 90 μm 程度と非常に小さい。そのため、液滴と衝撃波の衝突する位置を高精度で制御でき、微粒化過程の狭域撮影や再現性の高い実験が可能となる。ここで、実際は、液滴の落下速度、トリガーが発信されてから衝撃波が発生するまでの時間、衝撃波速度のばらつきが、液滴と衝撃波の干涉位置の再現性に影響を与え、ここでの議論は理想化されていることを留意する。

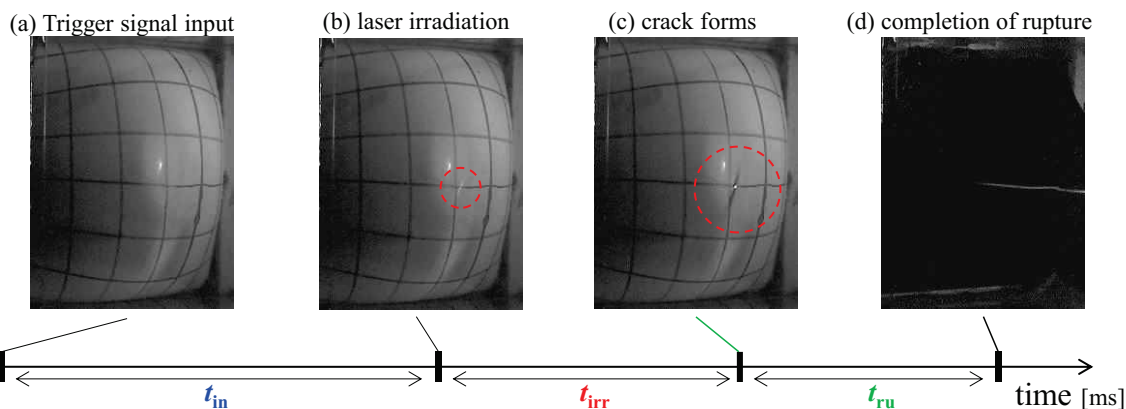


Fig. 3.1 Rupture behavior at a pressure ratio of 5.3, and an OPP film thickness of 20 μm .

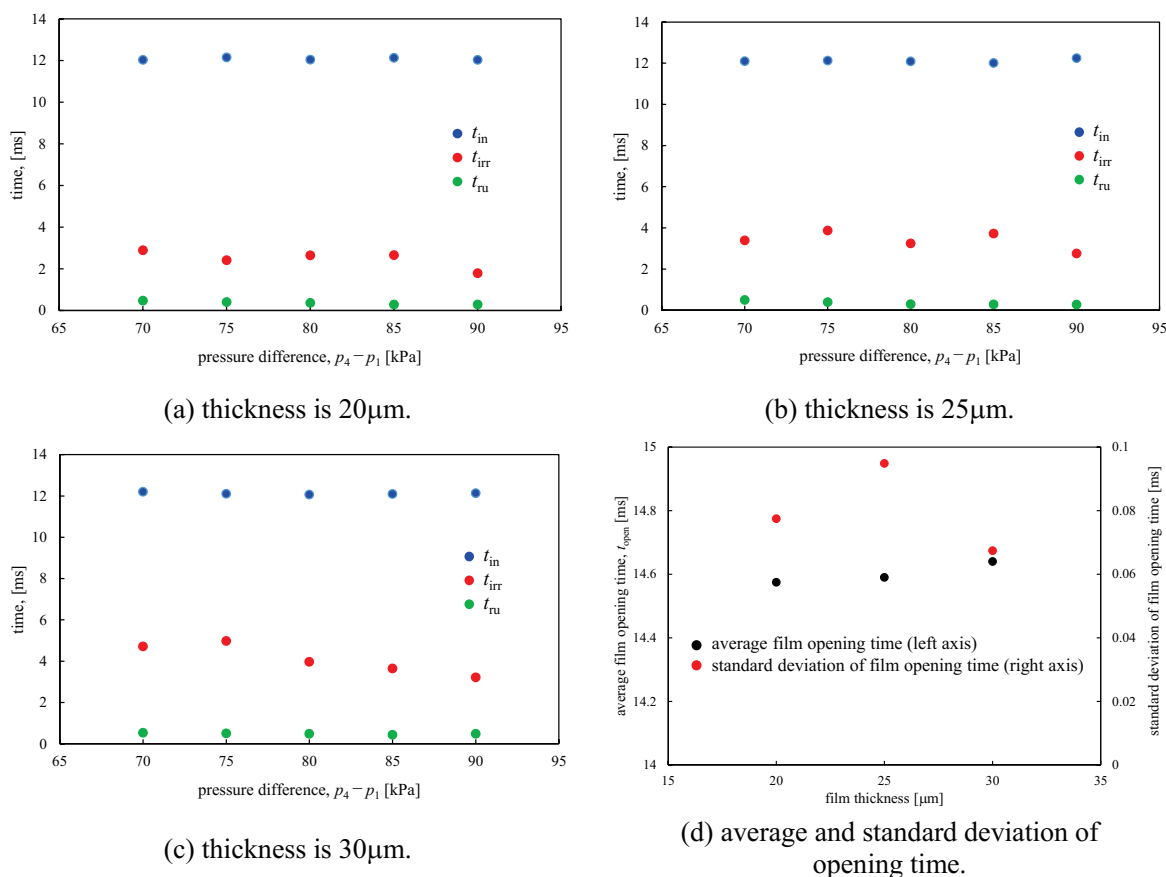


Fig. 3.2 Required time of rupture process for each pressure difference, and average film opening time of diaphragm as a function of film thickness.

3.2.3 衝撃波特性

図 3.3(a)はレーザー破膜および自然破膜における膜近傍のシュリーレン写真を示す。なお、自然破膜において用いた膜素材はPT膜である。図 3.3(a)からレーザー破膜法の場合では、衝撃波が湾曲していることが確認される。レーザー破膜では、隔膜に孔が開き、その孔を起点に隔膜が裂けることで全開する。そのため、レーザー破膜法の場合では、衝撃波が湾曲したと考えられる。一方で、自然破膜では、孔起点の亀裂進展による破膜ではなく、一瞬にして膜が粉碎するように破れると考えられる。図 3.3(b)は隔膜から 2000 mm 離れた位置におけるシュリーレン写真を示す。隔膜近傍では、衝撃波が歪んでいたが、隔膜から 2000 mm 離れると衝撃波がほぼ垂直になっていることがわかる。したがって、液滴と衝撃波の干渉実験のように、一次元的な衝撃波が求められる場合において、レーザー破膜法を採用することはできる。

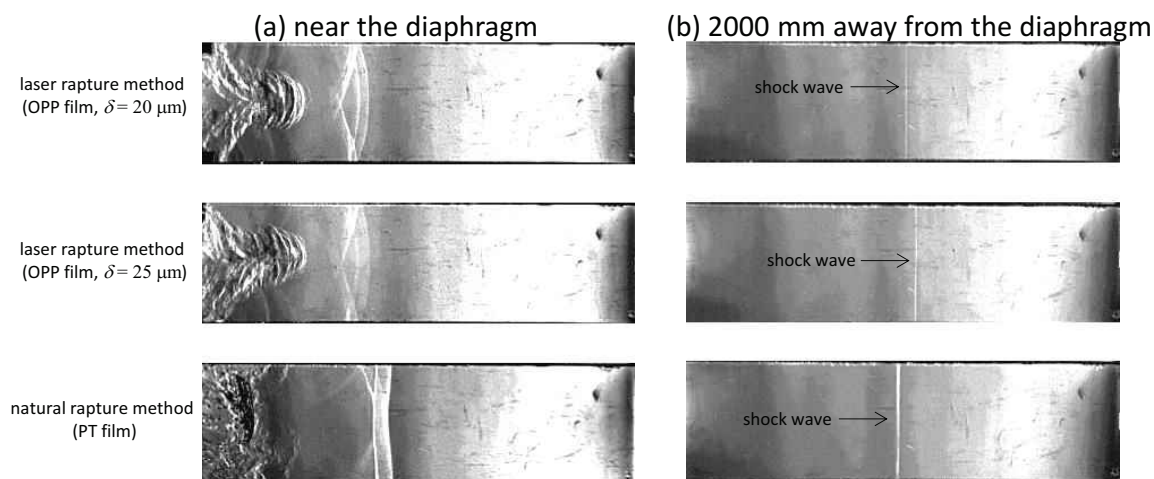


Fig. 3.3 Schlieren image of shock wave generated by the laser rapture and natural rapture method.

3.3 液滴微粒化観測システムの概説

本研究では、衝撃波管によって発生された衝撃波後方の高速気流による液滴微粒化を高速度カメラで撮影するシステムを開発した。図 3.4 は液滴微粒化観測システムの概略図を示す。衝撃波管断面は一辺が 79 mm の矩形で詳細な寸法については 3.4.2 項および図 3.10 に示す。衝撃波管の低圧室には、アクリル製またはガラス製の観測部があり、そこで高速度カメラを用いて液滴微粒化を光学可視化する。観測部上部にはバルブコントローラによって制御される滴下ノズルが取り付けられている。滴下装置で形成される液滴の落下軌跡に交わるようにレーザー光を通し、それをレーザーディテクタに照射する。この機構によって、レーザーが液滴を遮ることで液滴落下を検知することができる。この衝撃波管は隔膜にレーザーを照射させることで駆動されるが、図 3.4 に示されるように、レーザー光路にシャッターを配置し、シャッターを開くことで隔膜にレーザーを照射する。また、衝撃波管の低圧室には 3 つの圧力センサが取り付けられており、反応時間差から平均衝撃波速度を算出し、衝撃波後方の速度、密度を取得する。高圧室には圧力計、リークによる圧力減少を低減する役割を持つタンク、弁が装着された配管を通じて高圧空気ボンベが取り付けられている。図 3.4 のシステムでは、昇圧弁、高速度カメラおよび滴下装置へのトリガー信号の発信、圧力計およびレーザーディテクタの読み取りは Labview プログラムで制御される CompactRio (National Instrument 社)で行われる。Compact Rio による制御不能などを想定し、減圧弁は手動スイッチによって開閉する。圧力センサはシグナルコンディショナを介し、オシロスコープで電圧を記録する。

図 3.5 にこのシステムの操作手順をフローチャートで示す。このシステムの操作手順は、まず、CompactRio によって昇圧弁を開き、圧力計の値が設定圧力に達すると昇圧弁が自動で閉じる。この操作を繰り返すことで高圧室の圧力を目標値に調整する。CompactRio によって滴下装置から液滴を滴下させ、液滴落下軌跡に交差するように置かれたレーザー光路を液滴が通過することで、レーザーが遮られ、レーザーディテクタにより液滴滴下が検知される。その後、予め設定しておいた時間待機し、シャッターを開くトリガー信号が発信される。これによって隔膜にレーザーが

照射され衝撃波が発生する。観測部に最も近い圧力センサが衝撃波の到達を検知したときに高速度カメラへとトリガー信号が発信されることで画像の記録が開始される。

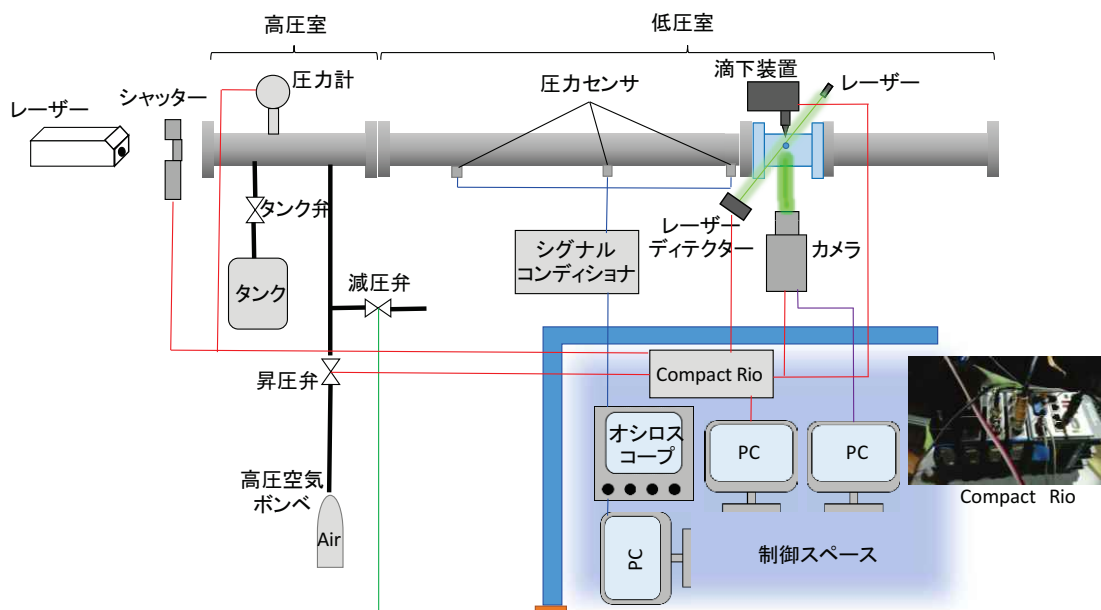


Fig. 3.4 Schematic of the observation system of deformation and breakup of a liquid drop in high speed gas flow using the shock tube operated by the laser rupture method.

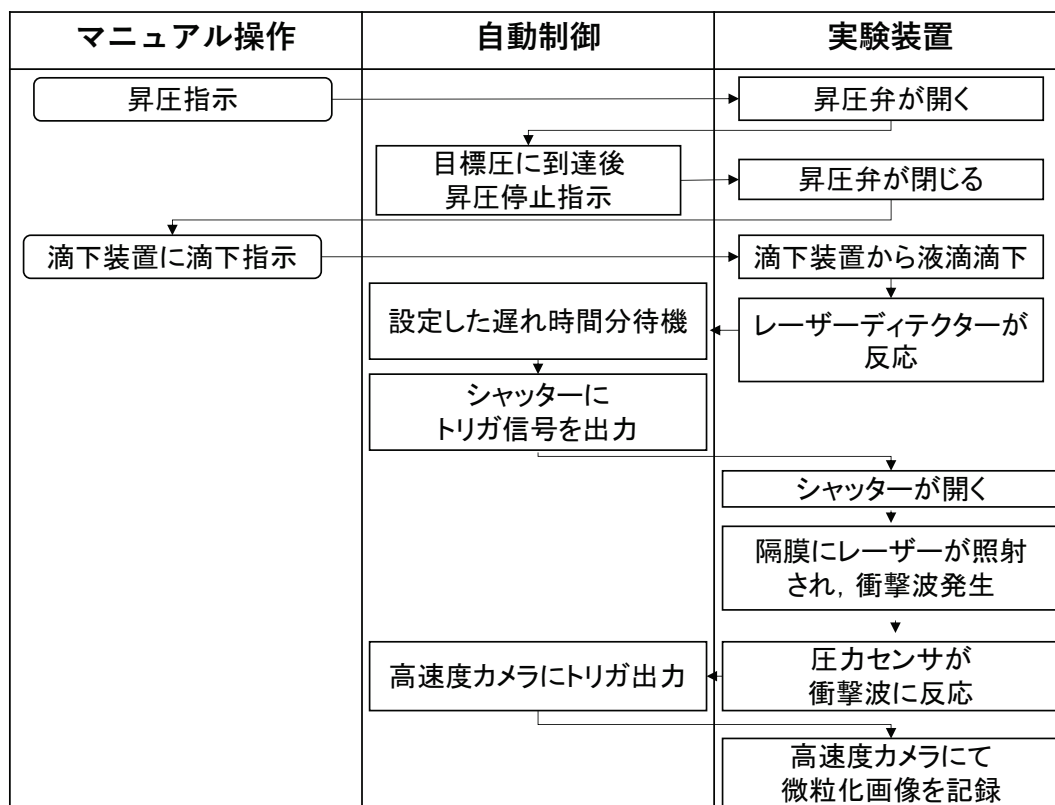


Fig. 3.5 Experimental flowchart.

3.4 衝撃波管の性能

3.4.1 衝撃波 Mach 数

衝撃波後方の密度 ρ_2 、圧力 p_2 、速度 u_2 は理論的に

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{2 + (\gamma - 1)M_s^2}{(\gamma + 1)M_s^2} \quad (3.1)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_s^2 - 1) \quad (3.2)$$

$$u_2 = \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) a_1 M_s \quad (3.3)$$

で得られ、衝撃波 Mach 数 M_s と衝撃波前方（低圧室）の密度 ρ_1 、圧力 p_1 、速度 u_1 、音速 a_1 から算出される。衝撃波 Mach 数は衝撃波前方の音速 a_1 を用いて

$$M_s = \frac{u_s}{a_1} \quad (3.4)$$

と定義される。ここで、 u_s は衝撃波速度である。実験では、衝撃波速度を測定し、衝撃波後方の密度 ρ_2 、圧力 p_2 、速度 u_2 を決定する。圧力センサの反応時刻差から算出される衝撃波速度を u_{sensor} 、撮影画像に写る衝撃波から得られる衝撃波速度を u_{camera} とする。また、低圧室の初期圧力 p_1 と高圧室の初期圧力 p_4 の比と衝撃波 Mach 数の関係

$$\frac{p_4}{p_1} = \frac{2\gamma M_s^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \left[1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left(M_s - \frac{1}{M_s} \right) \right]^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}} \quad (3.5)$$

から得られる衝撃波 Mach 数 M_s と、式(3.4)を使って求められる衝撃波速度を u_{theory} とする。図 3.6 は低圧室を大気圧に保ったときにおける高圧室の初期圧力に対する u_{theory} 、 u_{sensor} および u_{camera} を示す。図 3.6 から u_{theory} と比較して u_{sensor} および u_{camera} は若干小さくなることがわかる。これは、衝撃波が伝播するに従い、衝撃波速度が小さくなっているためである。 u_{camera} は観測部で撮影された画像から得られる衝撃波速度である。一方で、 u_{sensor} は低圧室に広く設置された圧力センサから算出されるため、隔膜近傍から観測部付近までにおける衝撃波の平均の速度といえる。そのため、 u_{sensor} は u_{camera} より大きくなる。しかしながら、 u_{theory} 、 u_{sensor} および u_{camera} の差は小さいため、どの測定方法を採用しても衝撃波後方の密度 ρ_2 、圧力 p_2 、速度 u_2 はほとんど同様の値となる。撮影画像に衝撃波が写るかは可視化方法、撮影速度、撮影領域によって決まるため、撮影画像に衝撃波が写らない場合がある。そのため、 u_{camera} は得られないときがある。また、 u_{theory} は測定された初期圧力から式(3.4)および式(3.5)から間接的に求められるのに対し、圧力センサの反応時間差から直接求められる速度が u_{sensor} である。そこで、本研究では、衝撃波後方の物理量を求めるにあたり、 u_{sensor} を用いる。

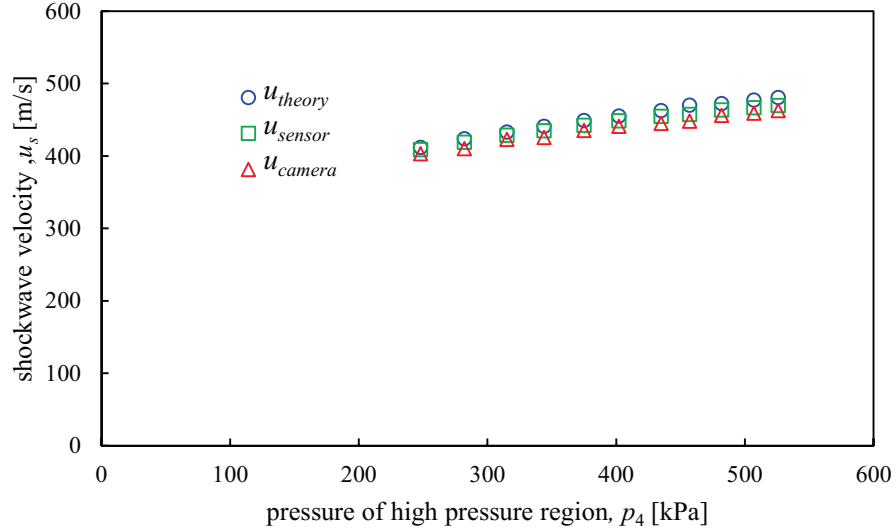


Fig. 3.6 Shock wave speed derived from initial pressure rate, pressure sensor, and photographic image as a function of pressure of high-pressure region.

3.4.2 有効観測時間

図 3.7 は衝撃波管における衝撃波，接触面，膨張波の伝播挙動を $x-t$ 図で示す．衝撃波が到達していない区間を①，衝撃波と接触面との区間を②，接触面と膨張波の波尾の区間を③，膨張波の波頭が到達していない区間を④，反射衝撃波後方の区間を⑤とする．下付き添え字で区間番号を示すことで，対象の物理量の属する区間を記述する．衝撃波が滴下位置に到達してから接触面が滴下位置に到達するまでの時間を t_{contact} とし，衝撃波が滴下位置に到達してから衝撃波端で形成された反射衝撃波が滴下位置に到達するまでの時間を t_{reflect} とする．衝撃波管を用いたときにおける観測が有効となる時間 t_{valid} は

$$t_{\text{valid}} = \min(t_{\text{contact}}, t_{\text{reflect}}) \quad (3.6)$$

で表される． t_{contact} および t_{reflect} はそれぞれ

$$t_{\text{contact}} = \frac{L_d}{u_c} - \frac{L_d}{u_s}, \quad (3.7)$$

$$t_{\text{reflect}} = \frac{L_w}{u_s} + \frac{L_w}{u_r} \quad (3.8)$$

と与えられる．ここで， u_c は接触面の速度， u_s は衝撃波の速度， u_r は反射衝撃波速度， L_d は隔膜から滴下位置までの距離， L_w は滴下位置から低圧室の端までの距離をそれぞれ示す．なお， u_c ， u_s ， u_r は実験室座標系における速度（ノルム）である．なお， u_c は u_2 と等しく，式(3.3)で与えられる．反射衝撃波 Mach 数 M_r は

$$M_r = \sqrt{\frac{2\gamma M_s^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma - 1)M_s^2 + 2}} \quad (3.9)$$

で得られ^[64]， M_r と u_r の関係は

$$a_2 M_r = u_2 + u_r \quad (3.10)$$

で与えられる。図 3.8 は衝撃波 Mach 数に対する t_{contact} および t_{reflect} を示す。黒の実線は式(1.27)から求めた微粒化完了時間 t_{tot} である。このとき、本研究の条件を念頭に、液体密度 ρ_l は 997 kg/m^3 とし、液滴直径 d_0 は 2.3 mm とする。図 3.8(a) から、 $L_d = 0.5 \text{ m}$ のときは M_s が 1.4 を超えると t_{tot} と t_{contact} はほぼ同じになる。 $L_d = 1, 2 \text{ m}$ のときは t_{tot} と比べ t_{contact} は大きく、十分な観測時間を確保することができる。本研究では、余裕を持ち、 $L_d = 2.1 \text{ m}$ とする衝撃波管を製作した。図 3.8(b) から、衝撃波 Mach 数に対する t_{reflect} の変化は小さく、ほぼ一定である。そのため、 $L_w = 2 \text{ m}$ においても低 Mach 数では t_{tot} と比べ t_{reflect} は小さくなり、十分な観測時間を確保できない。しかしながら、本研究における衝撃波 Mach 数は最小で 1.13 程度であるため、 L_w が 1 m あれば、 t_{tot} 以内に反射衝撃波が観測部に到達することはない。本研究では余裕をもって、 $L_w = 1.2 \text{ m}$ とする衝撃波管を製作した。

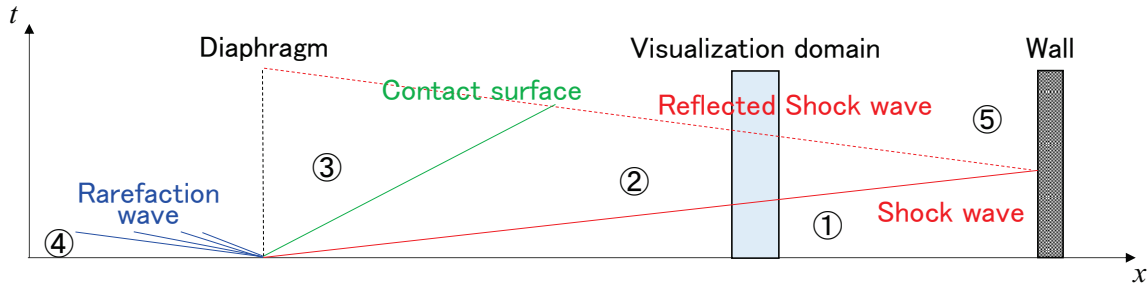


Fig. 3.7 Schematic of shock wave, contact surface and rarefaction wave propagation behavior on shock tube.

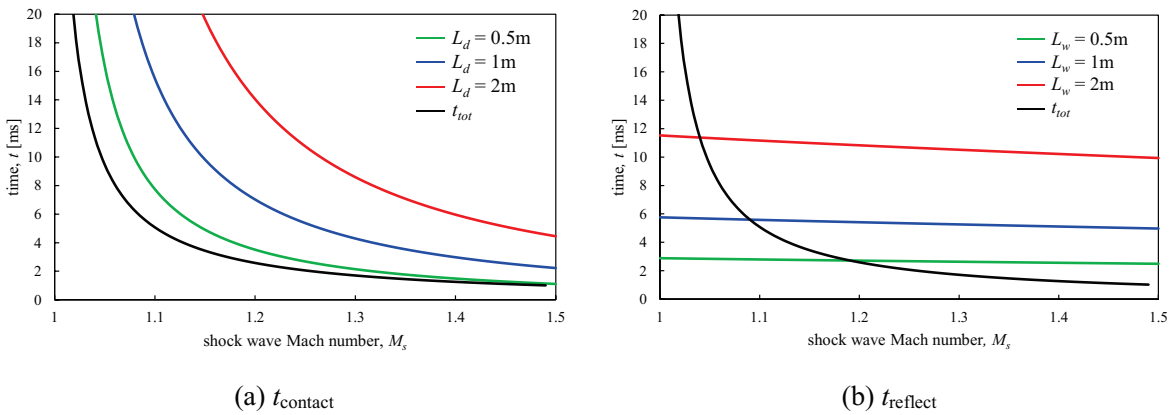


Fig. 3.8 t_{contact} and t_{reflect} as a function of shock wave Mach number for various tube length.

3.4.3 乱流境界層

衝撃波後方において、時間とともに成長する乱流境界層が形成されることが知られており、撮影領域に乱流境界層が侵入することが懸念される。そこで、乱流境界層の大きさを調べるために、シュリーレン法による撮影を試みた。図 3.9 はシュリーレン法の撮影結果を示す。撮影画像から

乱流境界層厚さを定量化することは困難であったため、入射衝撃波が低圧室の端に衝突することで形成される反射衝撃波に注目する。図 3.9 に示されるように、壁近傍においては反射衝撃波が湾曲していることがわかる。これは、壁近傍では乱流境界層によって速度が小さくなるため、反射衝撃波の伝播速度が大きくなることに起因する。したがって、図中一点鎖線で示される管中央部と管壁との距離に比べ、乱流境界層の厚さは小さいことが確認され、管中央部付近で液滴と衝撃波を干渉させることで、十分に広い撮影領域を確保することができることが確認される。

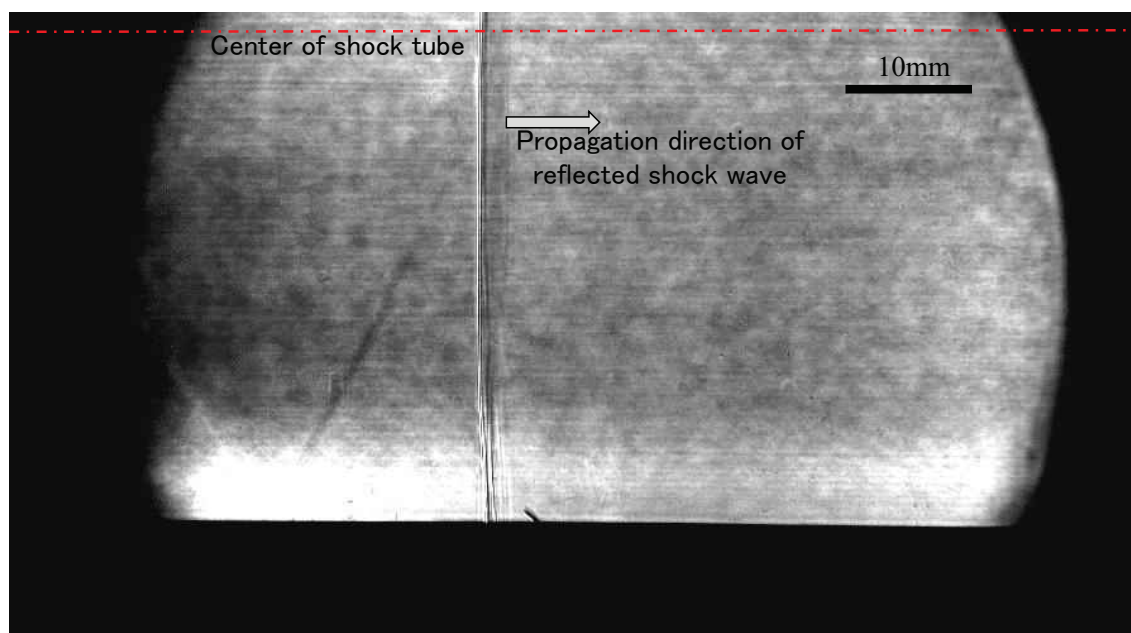


Fig. 3.9 Schlieren image of reflected shock wave.

3.4.4 衝撃波管

図 3.10 に本研究で製作した衝撃波管を示す。高圧部（driver section）の長さは 1000 mm、低圧部（driven section）の長さは 3300 mm である。管全域にわたり断面積一定の矩形管であり、その辺の長さは 79 mm×79 mm である。隔膜から 2000 mm の位置にアクリル窓またはガラス窓の取り付けられた観測部がある。低圧部には 3 つの圧力センサが取り付けられており、衝撃波速度の測定に用いられる。

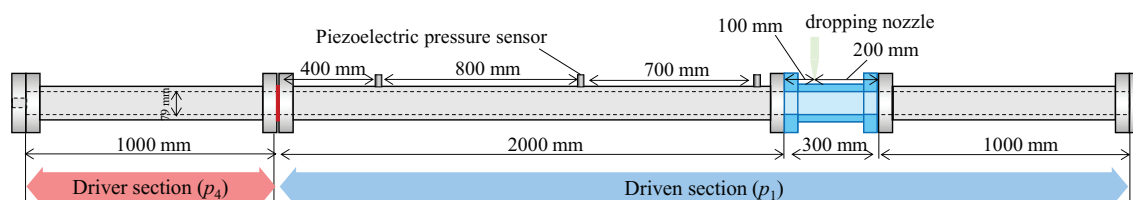


Fig. 3.10 Dimensions of the shock tube.

3.5 結言

本章では、衝撃波発生タイミングの再現性の高い破膜方法として、レーザーを隔膜に照射することで破膜を誘起させるレーザー破膜法を提案し、その性能を評価した。

まずは、最適なレーザーと膜素材の組み合わせを検討した。その結果、連続光のアルゴンイオンレーザーを用い、隔膜として OPP フィルムを用いたときに、衝撃波が発生することが確認された。レーザー破膜法による隔膜の開孔時間を評価した。その結果、開孔時間の標準偏差は 0.1 ms 程度であり、液滴微粒化の実験を行うにあたり十分な衝撃波発生タイミングの再現性を有することが示された。また、レーザー破膜法によって形成される衝撃波は隔膜付近を除き一次元的であることが確認された。したがって、レーザー破膜法は液滴微粒化実験における破膜方法として有用である。

シュリーレン法によって、壁近傍において境界層の影響を受けている反射衝撃波を撮影した。境界層の影響により衝撃波が歪んだ領域は壁近傍の狭い領域に限られることがわかり、管中央部付近で液滴と衝撃波を衝突させることで、十分に広い撮影領域を確保することができることが確認された。

第4章 微粒化時間

4.1 緒言

スクラムジェットエンジンでは、燃焼器に超音速流れが流入し、超音速気流中における燃焼によってエネルギーを得る。そのため、効率よくエネルギーを得るために、燃焼器において燃焼を完了することが求められる。エンジンの大型化は抵抗の増加や機体の重量増加をもたらし、合理的な大きさのスクラムジェットエンジンは数 m となり、燃焼を数ミリ秒以内で完了することが求められる^[46]。そのため、エンジンの設計において、燃焼完了までの時間を見積もることは重要となる。燃料として気体水素を用いる場合とは異なり、液体炭化水素燃料を使用する場合は、燃料は微粒化・蒸発過程を経てから燃焼する。以上から、微粒化に要する時間はエンジンの設計において重要である。

第1章で述べたように、過去の研究では、液滴微粒化の撮影画像から微粒化の開始する時間が視覚的に判断された。この測定方法には二つの欠点がある。まず、測定者によって得られる結果に差異が見られることである。すなわち、客観性に欠ける評価手法であるといえる。次に、画像を時間順に並べ、「液滴微粒化が開始された」と判断される画像における時間と、その前または後の画像における時間の、両時間の間を内挿することは困難である。そのため、評価精度は撮影速度に強く依存され、現象の時間スケールが小さい高速気流による液滴微粒化における微粒化開始時間の測定では、高時間分解能撮影が必要とされる。そこで、本章では、明確かつ視覚的判断を必要としない客観的な液滴微粒化における微粒化開始の定義を提案し、その定義に基づき微粒化開始時間を測定する。さらに、本研究で提案される測定法では、低時間分解能においても微粒化開始を測定することができることを示す。また、得られた結果から液滴微粒化開始時間の予測式を提案する。

高 Weber 数における液滴微粒化では、親液滴がフラグメントに覆われてしまうため、撮影画像から視覚的に微粒化完了を判断することが困難である。そこで、本研究では、平均輝度値分布を用いて、液滴微粒化完了を定義し、それに基づいて液滴微粒化完了時間を求めた。また、測定結果から液滴微粒化完了時間を予測する式を提案する。

4.2 実験方法

図 3.4 に示される液滴微粒化観測システムを用いて液滴微粒化を撮影する。図 3.4 では、可視化方法が明示されていないため、それをここで示す。本章では、3つの可視化方法で撮影を行う。

図 4.1 は連続発振レーザーをバックライトとした可視化システムを示す。図 4.1 に示されるように、ハーフミラーによって破膜用アルゴンイオンレーザーで分岐し、分岐されたレーザー光を平面鏡により高速度カメラ（フォトロン社、FASTCAM SA-X2）に対面するように設置されたビームエキスパンダまで運び、ビームエキスパンダで拡大されたレーザー光をバックライトとして利用する。高速度カメラの撮影条件は、撮影速度 20,000 fps、シャッター速度 293 ns、解像度 896

×760 である。4.6.5 項で述べるが、高時間分解能撮影によって微粒化開始時間を得る場合も行った。そのときのカメラの撮影条件は、撮影速度 100,000 fps, シャッター速度 293 ns, 解像度 256×344 である。

図 4.2 はカメラ二台を用いた広領域可視化システムを示す。この広領域可視化システムを用いて、液滴微粒化が完了するまでの領域を可視化する。キセノンランプをバックライトとして用いる。キセノンランプの集光点から焦点距離分離れた位置に凹面鏡(焦点距離は 3.000 mm)を置き、平行光を生成する。図 4.2 の破線枠内 (camera system) に示されるように高速度カメラを二台用いて、広い領域を撮影する。カメラ A は衝撃波管と同じ高さに置かれ、ハーフミラーを透過する平行光をバックライトとし、カメラ B はカメラ A より高い位置に設置され、ハーフミラーで反射された光をバックライトとして使用する。カメラ A の撮影領域下流とカメラ B の撮影領域上流は重なっており、画像を貼り合わせることで広領域の液滴微粒化の撮影結果を得る。高速度カメラとしては二台ともフォトロン社の FASTCAM SA-X2 用いる。広範囲を撮影するために、搭載されている画素すべてを用い、撮影速度はそのときにおける最大とする。カメラの撮影条件は二台とも、解像度 1024×1024, 撮影速度 12,500 fps, シャッター速度 293 ns~1.25 μs である。

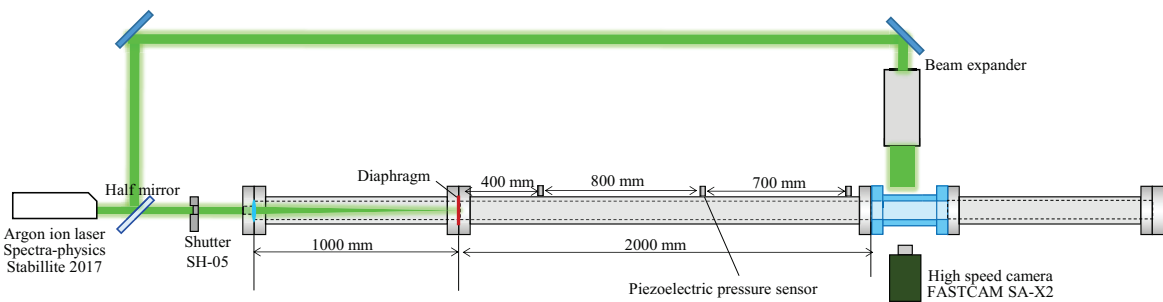


Fig. 4.1 Visualization system using continue laser as a backlight.

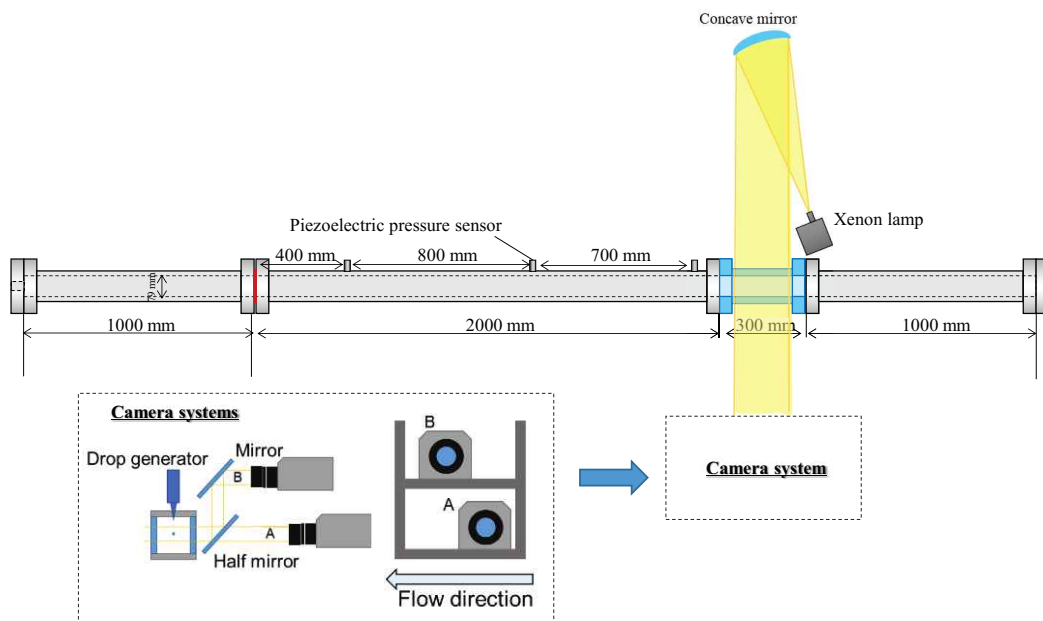


Fig. 4.2 Visualization system using xenon lamp as a backlight.

図 4.3 は、高周波数パルスレーザー（CAVITAR 社, Cavilux Smart）をバックライトとして用いた可視化システムである。パルスレーザーの閃光時間は 20 ns と非常に小さく、界面を鋭く写すことができるため、微粒化挙動を調査するのに用いる。高速度カメラには、撮影速度の高いナックイメージテクノロジー社の MEMRECAM ACS-1 を用いる。

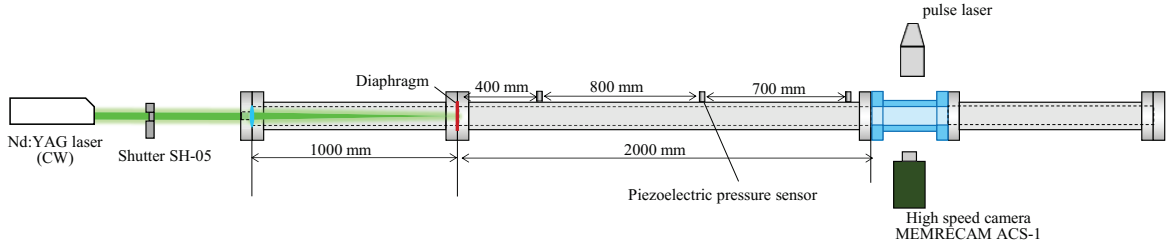


Fig. 4.3 Visualization system using pulse laser as a backlight.

4.3 特性時間

実験的に汎用性を持たせるために特性時間および特性速度を導入し、無次元化された実験式を提案する。そこで、特性時間 t_d を導入する。図 4.4 のように速度 u_g 、密度 ρ_g の気流中に置かれた直径 d_0 、密度 ρ_l の剛体球が抗力

$$D = \frac{1}{8} \pi \rho_g u_g^2 d_0^2 C_D, \quad (4.1)$$

を受けるとするとき、剛体球重心 x_G の運動方程式は

$$\frac{1}{6} \pi \rho_l d_0^3 \frac{d^2 x_G(t)}{dt^2} = \frac{1}{8} \pi \rho_g u_g^2 d_0^2 C_D, \quad (4.2)$$

によって与えられる。ここで、 C_D は抗力係数を示す。式(4.2)を時間積分することで、剛体球重心速度

$$\frac{dx_G(t)}{dt} = \frac{3}{4} C_D \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{u_g^2}{d_0} t, \quad (4.3)$$

が得られる。さらに式(4.3)を時間積分することで剛体球重心の x 座標

$$x_G(t) = \frac{3}{8} C_D \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{u_g^2}{d_0} t^2, \quad (4.4)$$

が得られる。式(4.4)より、剛体球重心が初期液滴直径 d_0 の移動に要する時間

$$t_d = \sqrt{\frac{8 \rho_l}{3 C_D \rho_g} \frac{d_0}{u_g}}, \quad (4.5)$$

が得られ、これを特性時間 t_d として用いる。また、式(4.5)を式(4.3)の t に代入して得られる速度

$$u_d = \sqrt{\frac{3}{2} C_D \frac{\rho_g}{\rho_l} u_g}, \quad (4.6)$$

を特性速度 u_d として用いる．本研究の実験条件における球の抗力係数は 0.45 程度であり，本研究では $C_D = 0.45$ とする．

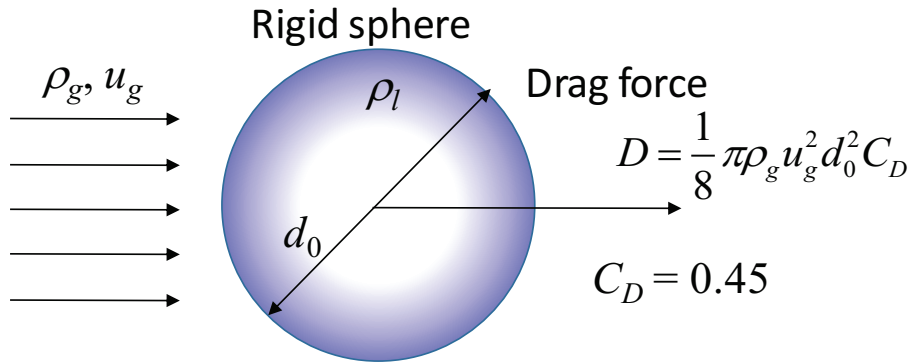


Fig. 4.4 Drag force acting on a rigid sphere in the gas flow.

4.4 液滴微粒化挙動

図 4.5 は，Weber 数が 1.9×10^2 での液滴微粒化挙動の撮影結果を示す．図中の時間 t は衝撃波が液滴に到達してからの経過時間であり，撮影開始のトリガーとなる圧力センサの位置から滴下位置までの距離および平均衝撃波速度から，衝撃波が圧力センサから滴下位置に到達するまでの時間を算出し，各カメラフレームにおける時間 t を得ることができる．さらに，前節で導入した特性時間 t_d (式(4.5)) によって無次元化された時間も併記する．

図 4.5 から，親液滴の周囲が剥ぎ取られるように微粒化する挙動が確認される．無次元時間 $t/t_d = 0.16$ (図 4.5(c)) における画像から，液滴の扁平化と半径方向への突出部が確認される．このような突出した部分は，Theofanous and Li の可視化実験^[56]においても観測される．Meng and Colonius によって実施されたシミュレーションの結果^[36]では，突出部の伸長と扁平化の進行により親液滴がコンタクトレンズ形状になるが，無次元時間 $t/t_d = 0.32$ (図 4.5(e)) も同様に，コンタクトレンズ形状の親液滴が射影されていると推察される．コンタクトレンズ形状の親液滴の先端は薄い液体シートになっているため，不安定である．そのため，無次元時間 $t/t_d = 0.41$ に見られるように，液体シートが崩壊することで微細液滴および液糸が形成される．その後は，親液滴周囲における微粒化が継続される．

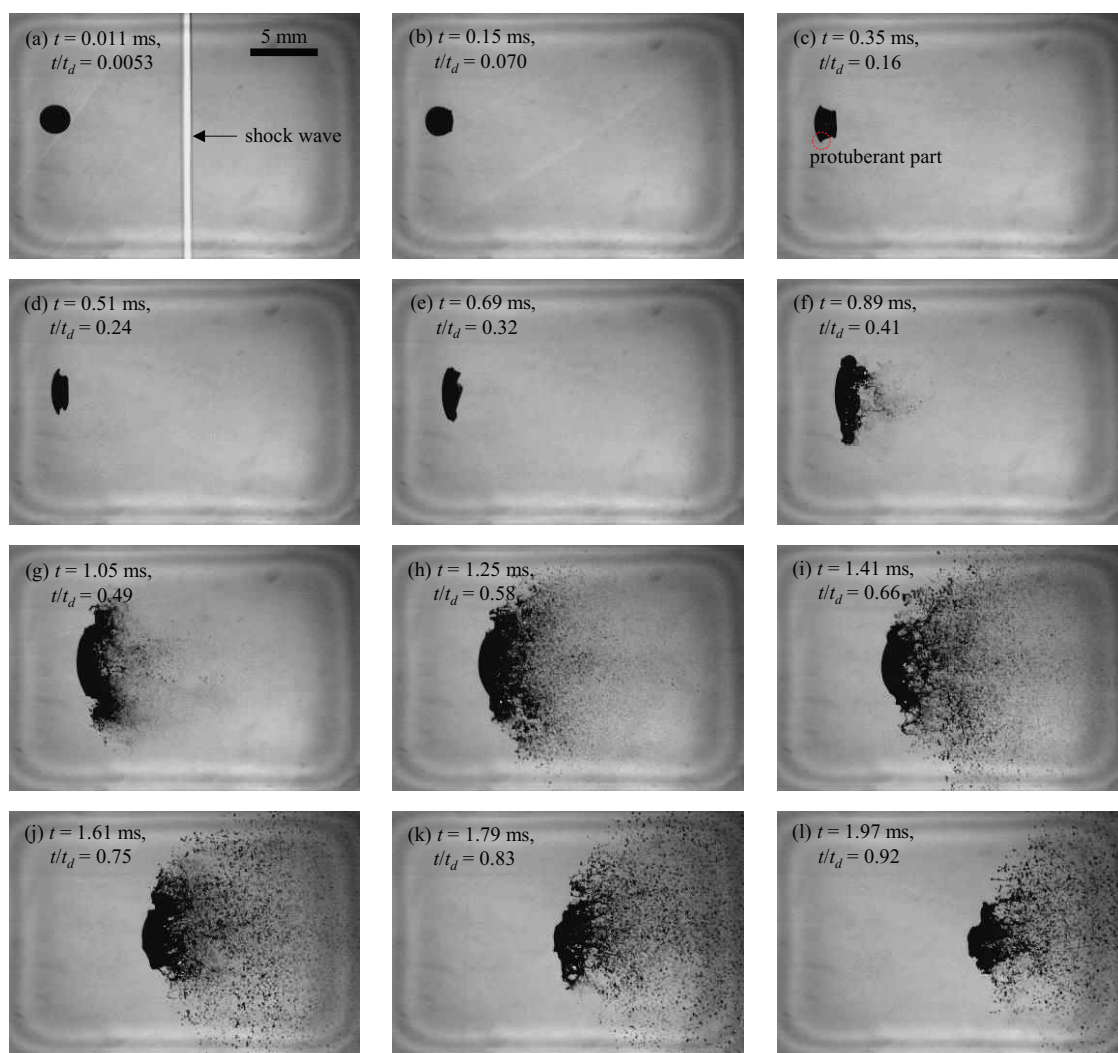


Fig. 4.5 Time series of liquid drop breakup for $We = 1.9 \times 10^2$, $M_2 = 0.191$, $Re = 1.26 \times 10^5$, $u_2 = 67.8$ m/s, $T_2 = 41.7$ K and $d_0 = 2.30$ mm. These images are obtained by pulsed laser backlight visualization.

図 4.6 は、Weber 数が 2.0×10^3 における液滴微粒化の撮影結果を示す。無次元時間 $t/t_d = 0.087$ (図 4.6(b)) では、比較的小規模であるが既に親液滴周囲から微粒化が開始し、微細液滴が形成されていることがわかる。これは、親液滴周囲に形成された液体シートが即座に崩壊したことでもたらされたと考えられる。無次元時間 $t/t_d = 0.31$ (図 4.6(d)) では、扁平化された液体の側面が波打っていることが確認される。これは、波打つことで分裂される液体シートが射影された結果を示していると考えられる。無次元時間 $t/t_d = 0.76, 0.88$ (図 4.6(h), (i)) では、上流側に波打った液体分布が見られる。Guildenbecher et al.^[20]の微粒化形態の分類において、 $We = 2.0 \times 10^3$ は catastrophic breakup に該当する。catastrophic breakup では、扁平化した親液滴の上流側界面における微小擾乱が Rayleigh-Taylor 不安定性によって発達し、親液滴が分裂されることで、親液滴周囲の微粒化から形成される微細液滴より大きな液塊が形成される。 $t/t_d = 1.10$ (図 4.6(k)) においては、比較的大きな液塊が確認される。これは、catastrophic breakup における親液滴分裂によって形成された比較的大きな液塊と解釈することはできる。しかしながら、Theofanous et al.^[55, 56]はレーザー誘起蛍光法によって液滴微粒化を撮影し、その結果から一貫して catastrophic breakup の存在を否定してお

り、波打った液体分布を次のように説明した。親液滴周囲の微粒化で形成され下流へ流されたフラグメントは、親液滴のコヒーレント部分の背後にある空の空間周りに円筒状の「カーテン」を作り、過去の研究で取得されたシャドウイメージでは内部構造が隠されてしまった。ここで、親液滴のコヒーレント部分は、液体シートの波打ちが見られない部分（図 4.6(e)の赤枠内）を示す。その結果、過去の研究では、本来気液が混合している領域の輪郭を親液滴の界面であると誤って解釈されたと述べた^[56]。すなわち、図 4.6(h), (i)で見られる上流側の波打った液体分布は親液滴界面を指しているのではないと言及している。液滴微粒化挙動を可視化するだけでは、この論点を完全に解決することは難しいと考えられ、信頼性の高い数値シミュレーションによって、フラグメントに覆われた親液滴の挙動を明らかにすることが期待される。

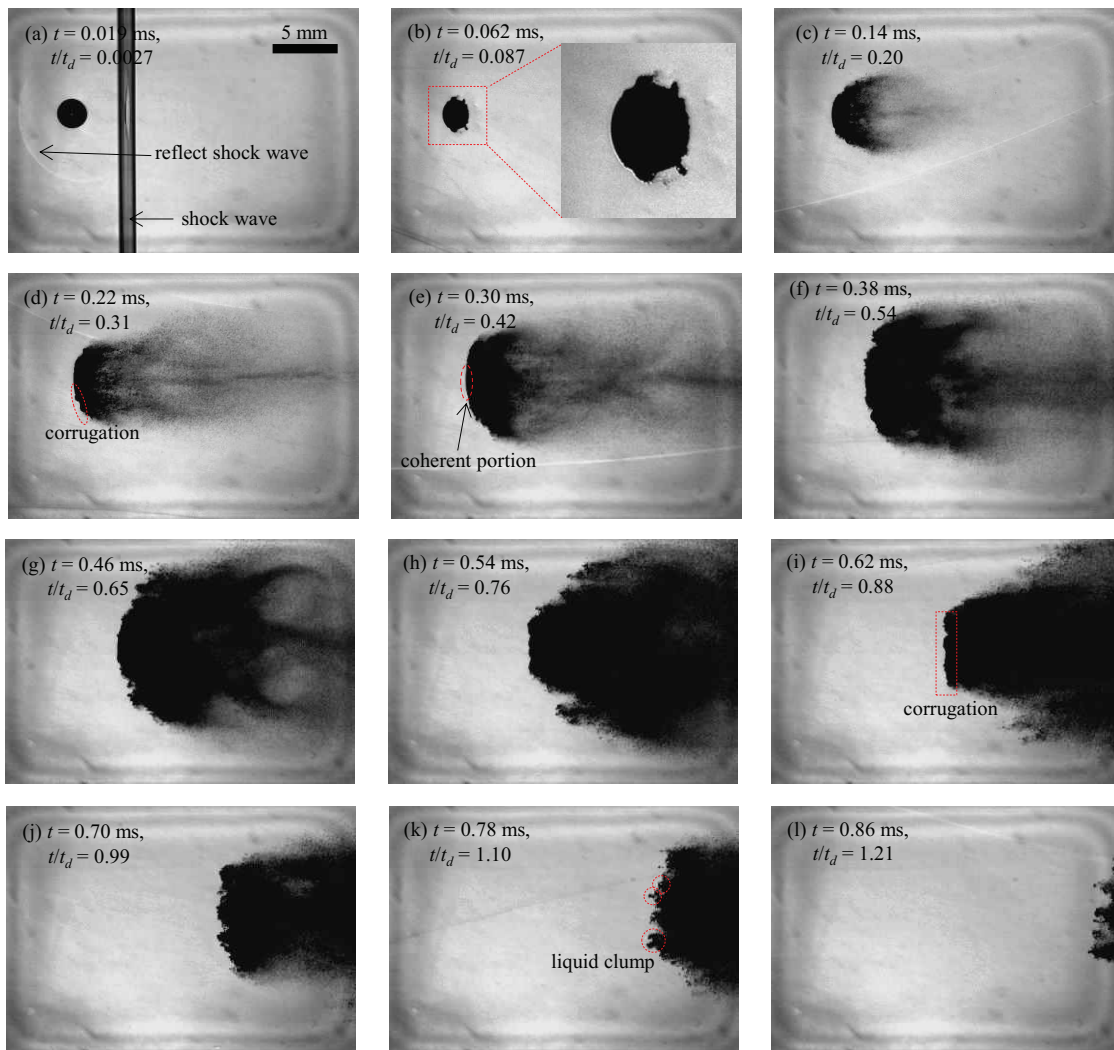


Fig. 4.6 Time series of liquid drop breakup for $We = 2.0 \times 10^3$, $M_2 = 0.470$, $Re = 4.42 \times 10^5$, $u_2 = 178$ m/s, $T_2 = 85.7$ K and $d_0 = 2.31$ mm. These images are obtained by pulsed laser backlight visualization.

過去の研究では、液滴微粒化形態は Weber 数および Ohnesorge 数によって分類されてきており、Ohnesorge 数が 0.1 より小さい場合には、Ohnesorge 数が形態分類に与える影響は小さく、Weber 数が支配的となると考えられている。しかしながら、最近、Weber 数が同程度であっても Mach 数によって親液滴周囲における液体剥ぎ取り挙動に違いが現れることが Wang et al.^[59]によって明らかにされた。Wang et al.^[59]は、衝撃波管の低圧室と高圧室ともに任意の圧力に調整し、Weber 数が同程度のもとで Mach 数を変化させ、液滴微粒化挙動を高速度カメラで撮影した。図 4.7 は、Wang et al.^[59]の撮影結果をもとにした、液滴微粒化の概略図を示す。Mach 数が 0.3 (図 4.7(a)) においては、小スケールの波が Kelvin-Helmholtz 不安定性によって現われ、それらの波は親液滴周囲を伝播し、液滴が剥がされることで微細液滴が形成される。一方、Mach 数が 0.63 (図 4.7(b)) においては、親液滴周囲から伸びる液体シートが曲げられ、曲げられた液体シートから複数のバッグが形成される。これらのバッグが破裂することで微粒化が開始される。Mach 数が 1.19 (図 4.7(c)) の場合には、親液滴から伸びる液体シートは流れ方向に沿うように曲げられ、親液滴を覆う。そのシートが伸ばされ薄くなることで、液体シートは不安定になり崩壊し、液糸が形成される。また、図 4.7 に示されるような液体剥ぎ取り挙動の違いの結果として、Mach 数が増加すると、微粒化が開始されるまでに多くの時間を要することが示されている^[59]。すなわち、流れの圧縮性は微粒化を抑制する方向に作用すると考えられる。

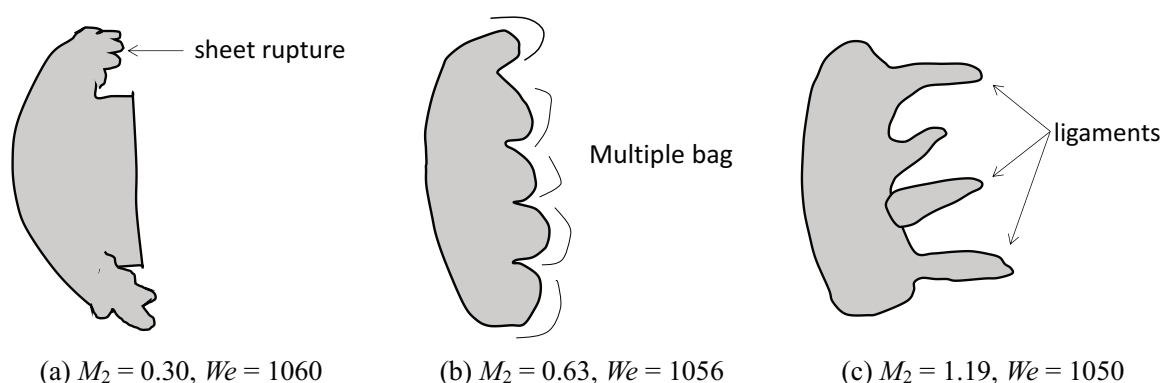


Fig. 4.7 Schematic image of liquid drop breakup for various flow Mach number with constant Weber number. This illustration is based on photographic images derived from figure 12 of Wang et al.^[59].

初期では、図 4.5(c)のように、親液滴から突出した部分（液体シート）が形成され、それが下流へと伸ばされる。Kelvin-Helmholtz 不安定性に起因する微小擾乱の成長によって発生する波打ちが、抗力によって下流へ移動し、別の波と合体することでその液体シートは形成される。Mach 数が増加すると、不安定性による波打ちの成長速度が小さくなることが指摘された^[59]。Wang et al.^[59]は、Mach 数の増加に伴う不安定性の抑制要因として、次の二つを挙げている。一つ目は、流れの Mach 数が増加すると、圧縮効果によって擾乱が安定化され、せん断層の成長が抑制されるためである。二つ目は、超音速流れでは、小スケールの波打ち周りの圧力分布は、波打ちのプロファイルと位相が外れ、不安定性の発達を抑制するためである。このように、流れの Mach 数の増加は、気液界面の不安定性を抑制する方向に作用する。

以上から、Weber 数の増加は微粒化を促進する方向に作用する一方で、Mach 数の増加は気液界面の不安定性を抑制する方向に概ね作用すると考えられる。 $We = 1.9 \times 10^2$, $M_2 = 0.191$ における液滴微粒化挙動では、図 4.5(f)で見られるように親液滴から液糸が形成していることがわかり、図 4.7(c)と同様の剥ぎ取り形態となっていることが確認される。本研究では、この形態は流れの Mach 数が小さい $M_2 \leq 0.2$ において見られた。したがって、圧縮性の効果は小さいが、Weber 数も小さいため、図 4.7(c)と同様の結果となる。一方で、 $We = 2.0 \times 10^3$, $M_2 = 0.470$ の結果では、図 4.6(b)から親液滴周囲において液体シートの崩壊で形成されたと考えられる微細液滴が確認され、図 4.7(a)と同様の剥ぎ取り形態であることがわかる。図 4.7(a)と比べ図 4.6 の条件は Weber 数と Mach 数ともに大きく、Weber 数による微粒化促進と Mach 数による不安定性抑制のバランスが図 4.7(a)の場合と同程度になっていると考えられる。

今後の研究で、Weber 数と Mach 数をパラメータとした剥ぎ取り形態のマップを明確にすることが期待される。

4.5 画像処理法

次節から、微粒化時間に関して議論するが、微粒化時間を測定するときに、画像処理から得られる親液滴重心位置および平均輝度値分布を用いる。図 4.8 は、親液滴重心および平均輝度値分布が得られるまでに施される画像処理のフローチャートを示す。フローチャートに示されるように、親液滴重心は、差分フィルタ（背景除去）処理、二値化（液体領域抽出）処理、グルーピング処理を施して得られる画像から回転体重心の抽出することで取得される。また、平均輝度値分布は、差分フィルタ（背景除去）処理、正規化処理、画像反転処理を施して得られる画像に対して、アンサンブル平均処理を行うことで取得される。

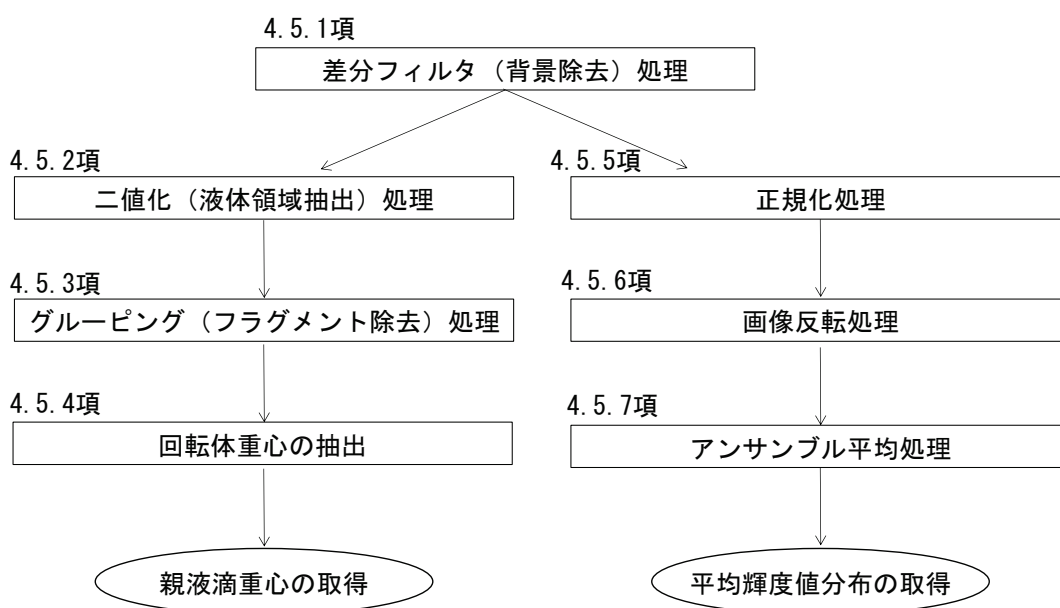


Fig. 4.8 Flowchart for obtaining the center of mass of the parent drop and the average intensity value distribution.

4.5.1 差分フィルタ（背景除去）処理

撮影画像から背景における輝度の変化を除去するために、オリジナル画像におけるピクセル番号 (i, j) の輝度値 $I_{(i, j)}$ に対して差分フィルタ処理

$$I_{a,(i, j)} = \begin{cases} I_{back} & \text{if } |I_{(i, j)} - I_{cal,(i, j)}| / I_d < r, \\ I_{(i, j)} & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (4.7)$$

を施した．ここで、 $I_{a,(i, j)}$ は差分フィルタによって得られる背景除去後の輝度値、 I_{back} は最大階調である 255 または液滴が写っていない校正画像の平均輝度値(I_{cal})とし、 $I_{cal,(i, j)}$ は液滴が写っていない校正画像の輝度値、 r は強度パラメータ、 I_d は入力画像と校正画像との輝度値の差を正規化する値であり、最大階調である 255 または I_{cal} を与えた．

まずは、強度パラメータ r が背景除去後の輝度値に与える影響を調べ、適切な r を決定する． r が大きくなるにつれて、処理後の背景輝度の変化はなくなり、背景の輝度値分布は一定になる．しかしながら、微細液滴が存在するものの輝度値が大きい領域も背景と判断され、 $I_{a,(i, j)}$ が I_{back} になる可能性がある．図 4.9 は様々な強度パラメータ r による背景除去処理が施された画像および、オリジナル画像を示す．ここでは、 $I_d = I_{back} = I_{cal}$ とした．図 4.9 のように、観測窓の傷などが撮影画像写りこむことに起因する背景の汚れが見られる箇所を赤枠で囲んで示す．図 4.9(b) から $r = 0.05$ では、オリジナル画像の背景に見られる小さな濃淡の大部分は解消されていることがわかる．しかしながら、赤枠内の画像の汚れは消えていない．一方、 $r = 0.2$ では赤枠内の画像の汚れはほぼ完全に消えているが、微細液滴の一部も明らかに消失している． $r = 0.1$ とオリジナル画像を見比べると、微細液滴のほとんどは消失せずに残っており．また、赤枠内の汚れも概ね消えていることがわかる．したがって、適切な r を与えることで、背景を除去できることがわかった．

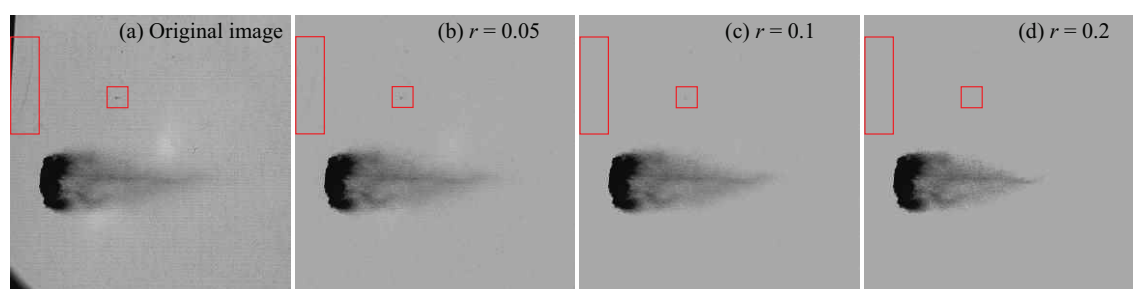


Fig. 4.9 An original image and an image that has applied background removal processing using various intensity parameters.

カメラの機種、シャッター速度、照明の明るさなどによって背景の輝度値は異なり、同じ画像処理を施したとしても、背景輝度値によっては画像処理により微細液滴が消失してしまうことが懸念される．そこで、露光時間のみを変化させた撮影を行い、それぞれの撮影画像に対して、差分フィルタ処理 ($r = 0.1$) および正規化を施し、比較する．図 4.10 は各露光時間におけるオリジナル画像と背景除去・正規化が施された画像を示す．各露光時間においてオリジナル画像と画像処理が施された画像を比較すると、どの露光時間においても微細液滴は概ね消失していないこと

がわかる。したがって、差分フィルタ処理は背景輝度値の大きさに関わらず有効であるといえる。また、露光時間が $5\mu\text{s}$ (図 4.10(a)) におけるオリジナル画像を他の露光時間におけるオリジナル画像と比べると、露光時間が $5\mu\text{s}$ の撮影結果では微細液滴が一部消失していることがわかる。

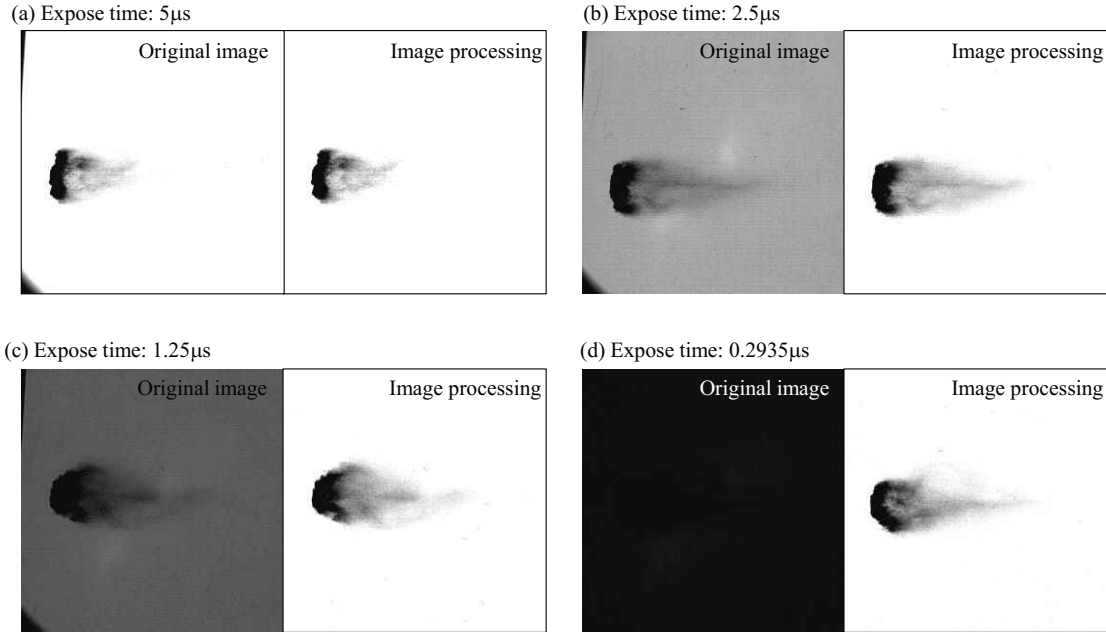


Fig. 4.10 For various exposure time, original image and image that applied background removal processing and normalization.

4.5.2 二値化（液体領域抽出）処理

液体領域と気体領域を明確に区別し、親液滴の重心を求めるために、差分フィルタ処理が施された画像に対して二値化処理

$$I_{b,(i,j)} = \begin{cases} 0 & \text{if } I_{a,(i,j)} < I_{cal} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (4.8)$$

を施す。ここで、 $I_{b,(i,j)}$ は二値化後の輝度値分布である。

4.5.3 グルーピング（フラグメント除去）処理

二値化処理により液体領域と気体領域は区別されるが、親液滴から分離したフラグメントが残る。そこで、グルーピング処理でフラグメントを除去し、親液滴を抽出する。まずは、グループインデックス $h_{(i,j)}$ を用意し、二値化後の液体領域 ($I_{b,(i,j)} = 0$) の中で、隣り合うピクセルでは同じ自然数を $h_{(i,j)}$ に与えることでグループ化する。ただし、 $h_{(i,j)}$ は 1 から順に番号付けする。また、気体領域では $h_{(i,j)} = 0$ を与える。さらに、同グループ番号 ($h_{(i,j)}$ が同一) のピクセル数を

$$C_k = \sum_{(i,j) \in \Omega_k} (1 - I_{b,ij}), \quad (4.9)$$

とカウントする．ここで，領域 Ω_k は

$$\Omega_k = \{(i, j) | h_{ij} = k\}, \quad (4.10)$$

によって与えられ， $k = \{0, \dots, h_{max}\}$ であり， h_{max} は $h_{(i,j)}$ の最大値である． C_k が最大になるときの k を k^* と置き，最も多くのピクセルが属するグループを親液滴とみなし，グルーピング後の輝度値 $I_{g,(i,j)}$ は

$$I_{g,(i,j)} = \begin{cases} 0 & \text{if } h_{(i,j)} = k^* \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (4.11)$$

と与えられる．親液滴に属するピクセルでは $I_{g,(i,j)} = 0$ となり，その他のピクセルでは $I_{g,(i,j)} = 1$ となる．

4.5.4 回転体重心の抽出

液滴微粒化を軸対称であると考え，回転体の重心を親液滴重心として採用する．図 4.11 はオリジナル画像に対して，差分フィルタ処理，二値化処理およびグルーピング処理を施した結果を示す．差分フィルタ処理，二値化処理およびグルーピング処理を施すことで得られる画像データ（図 4.11(d)）から，回転体の重心位置を抽出する．まずは，回転軸を導入する．二次元液滴の流れ方向および鉛直方向重心位置 x_{Gp} ， y_{Gp} は

$$x_{Gp} = \frac{\int_S \rho_l x dS}{\int_S \rho_l dS} \approx \frac{\sum_i \sum_j (1 - \text{sgn}(I_{g,(i,j)})) x_{(i,j)} \Delta x_{(i,j)} \Delta y_{(i,j)}}{\sum_i \sum_j (1 - \text{sgn}(I_{g,(i,j)})) \Delta x_{(i,j)} \Delta y_{(i,j)}}, \quad (4.12)$$

$$y_{Gp} = \frac{\int_S \rho_l y dS}{\int_S \rho_l dS} \approx \frac{\sum_i \sum_j (1 - \text{sgn}(I_{g,(i,j)})) y_{(i,j)} \Delta x_{(i,j)} \Delta y_{(i,j)}}{\sum_i \sum_j (1 - \text{sgn}(I_{g,(i,j)})) \Delta x_{(i,j)} \Delta y_{(i,j)}}, \quad (4.13)$$

と与えられる．ここで， S は液体が占める投影面積， x は流れ方向の座標， y は鉛直方向の座標， Δx は x 方向のピクセル幅， Δy は y 方向のピクセル幅， ρ_l は液体の密度をそれぞれ示す．なお，レンズの歪みは無視できる程度であるため， Δx および Δy は場所によらず一定とすることができる．気流中において変形する液滴の形状は直線 $y = y_{Gp}$ に対して軸対称であると仮定して，流れ方向回転体重心を定義する．落下する液滴を撮影し，そこから得られる y_{Gp} (y_{Gpf} とする)と，気流中における液滴の y_{Gp} の差($y_{Gp} - y_{Gpf}$)は落下している液滴から見た気流中で変形・微粒化する液滴の鉛直方向軌道を表しているといえる．衝撃波が液滴に到達する以前および到達してからしばらくは $y_{Gp} - y_{Gpf}$ がほぼゼロであることを確認しているため，初期では気流中で変形・微粒化する液滴の鉛直方向軌道は重力により落下する液滴とほとんど同一であることが保証される．一方，時間が経過すると， $y_{Gp} - y_{Gpf}$ が大きく変動する．これは，図 4.11(d)に示されるように，グルーピング処理を施しても，親液滴から発する液糸・液体シート構造は完全に取り除くことができないため

ある．しかしながら，時間が経過しても親液滴の鉛直方向位置は重力によって落下する液滴位置と同じであると予想される．そこで，液滴に衝撃波が到達する前における，液滴の鉛直方向軌跡を取得し，そのデータから外挿して得られる鉛直方向軌跡を回転体の軸 y_{axis} とする．回転体と仮定された流れ方向の親液滴重心位置 x_G は

$$x_G = \frac{\int_V \rho_l x dV}{\int_V \rho_l dV} \approx \frac{\sum_i \sum_j (1 - \text{sgn}(I_{g,(i,j)})) x_{(i,j)} |y_{axis} - y_{(i,j)}| \Delta x_{(i,j)} \Delta y_{(i,j)}}{\sum_i \sum_j (1 - \text{sgn}(I_{g,(i,j)})) |y_{axis} - y_{(i,j)}| \Delta x_{(i,j)} \Delta y_{(i,j)}}, \quad (4.14)$$

によって与えられる．

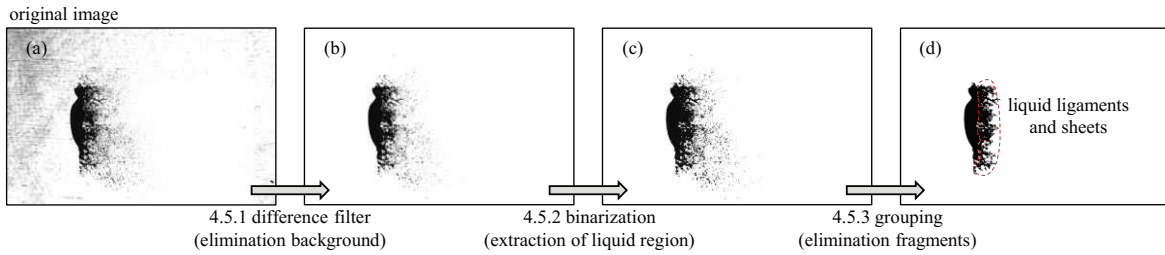


Fig. 4.11 Snapshot by image data processing. (a) Original image, (b) image applied by difference filter processing, (c) image applied by binarization processing and (d) image applied by grouping processing.

4.5.5 正規化処理

図 4.11(b)に示される，オリジナル画像に差分フィルタ処理が施された画像に対して，

$$I_{n,(i,j)} = \frac{I_{a,(i,j)}}{I_{cal}}, \quad (4.15)$$

を施すことで正規化された輝度値 $I_{n,(i,j)}$ を得る．ここで，親液滴部分の輝度値がほとんど 0 であることを留意する．

4.5.6 画像反転処理

液滴微粒化の開始時間および完了時間は，次項で説明されるアンサンブル平均処理から得られる平均輝度値分布から求められる．より正確な平均輝度値分布を得るためには，画像枚数をなるべく増やすことが望まれる．そこで，液滴微粒化の投影像が線対称であると仮定して，1枚の画像を2枚に分割する処理を行う．図 4.12 はオリジナル画像に，差分フィルタ処理，正規化処理，画像反転処理を施した結果を示す．差分フィルタ処理と正規化が施された画像（図 4.12(c)）において，液滴微粒化が投影された撮影画像は鉛直方向の親液滴重心位置 $y = y_G$ の直線において線対称であると仮定し，その直線より上側を

$$I_{r,(i,j)} = I_{n,(i,j_G+j)}, \quad (4.16)$$

と取り出し，その直線より下側を

$$I_{r_2,(i,j)} = I_{r_1,(i,j_G-j)}, \quad (4.17)$$

と取り出し反転させることで、図 4.12(d)を得る．ここで、 j_G は鉛直方向重心座標 y_G のピクセル番号である．この処理を施すことで、一回の撮影から二つのサンプル画像を得ることができる．

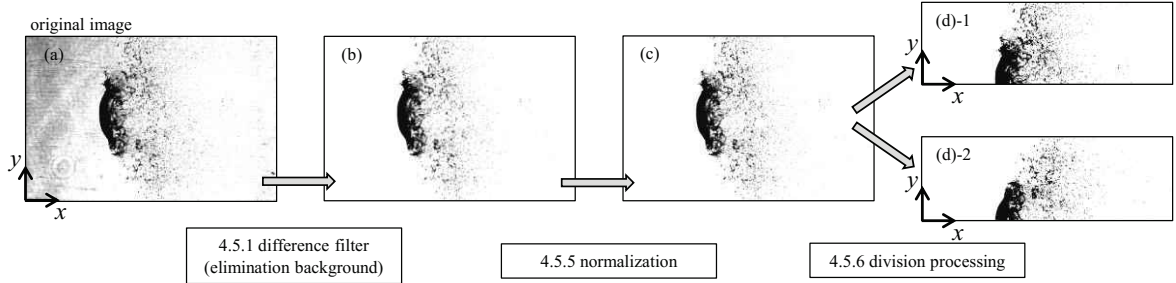


Fig. 4.12 Snapshot image processing procedure, (a) original image (b) image with difference filter, (c) normalized image, (d)-1 and (d)-2 are upper image and lower image obtained from division processing.

4.5.7 アンサンブル平均処理

図 4.13 は同一条件において実験を繰り返し行ったときの平均処理方法の説明図である．線対称における分割処理後の輝度値を

$$I_{e,(i,j)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (I_{r_1,(i-i_G,j),k} + I_{r_2,(i-i_G,j),k}), \quad (4.18)$$

と平均化する．ここで、 N は画像枚数、液滴と衝撃波が干渉する前における x 方向重心位置のピクセル番号を i_G と示し、 I の第 3 下付き添え字は実験番号を示す．線対称における分割処理後の画像（図 4.12(d)-1, (d)-2）の底辺は y 方向の重心位置であるため、ここでは重心に合わせるための y 方向シフトは行っていない．

平均化は統計処理であるため、平均化に用いる画像枚数によって得られる結果は異なると考えられ、画像枚数が少ないと正確な平均輝度値は得られない．そこで、画像枚数の異なる平均輝度値分布を比較する．図 4.14 は画像枚数 N が 20, 40, 80 における平均輝度値分布を示す．なお、平均 Weber 数が 227、衝撃波後方の平均速度が 68 m/s、衝撃波後方の平均密度が 1.49 kg/m³、平均初期液滴直径は 2.39 mm である．図 4.14 から、今回の画像枚数の範囲では、平均輝度値分布は画像枚数に依存せずほとんど同じ結果となる．さらに詳しく調べるために、図 4.15(a)に挿入された画像の中心線（一点鎖線）上の平均輝度値分布を抽出する．図 4.15 は各時間における、画像枚数 N が 20, 40, 80 における中心線上の平均輝度値分布である．図 4.15 から、画像枚数が増加するにつれて、平均輝度値が滑らかになっていることが確認される．本研究において平均輝度値分布の最小輝度値から親液滴崩壊時間を求めるが、図 4.15 から平均輝度が最小となる位置は画像枚数によらず一定であることが確認できるため、画像枚数は十分に足りているといえる．図 4.16 は、各 x 方向位置における、 y 方向平均輝度値分布を示す． x 方向平均輝度値分布と同様に、画像枚数が増加すると y 方向平均輝度値分布も滑らかになる．画像枚数が 20 の平均輝度値分布は比較的滑らかではないが、画像枚数 20 および 40 の平均輝度値分布とよく一致している．以上から、アンサンブル平均に用いる画像の枚数は 20 以上とする．

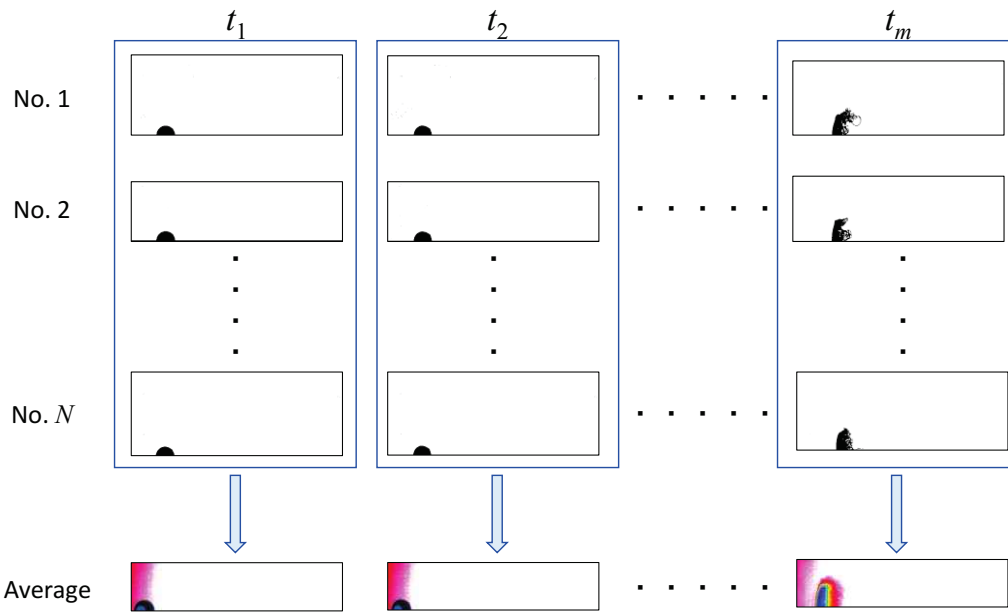


Fig. 4.13 Illustration of averaging process. Image of outcomes for each times are derived from averaging from image number 1 to N on corresponding time.

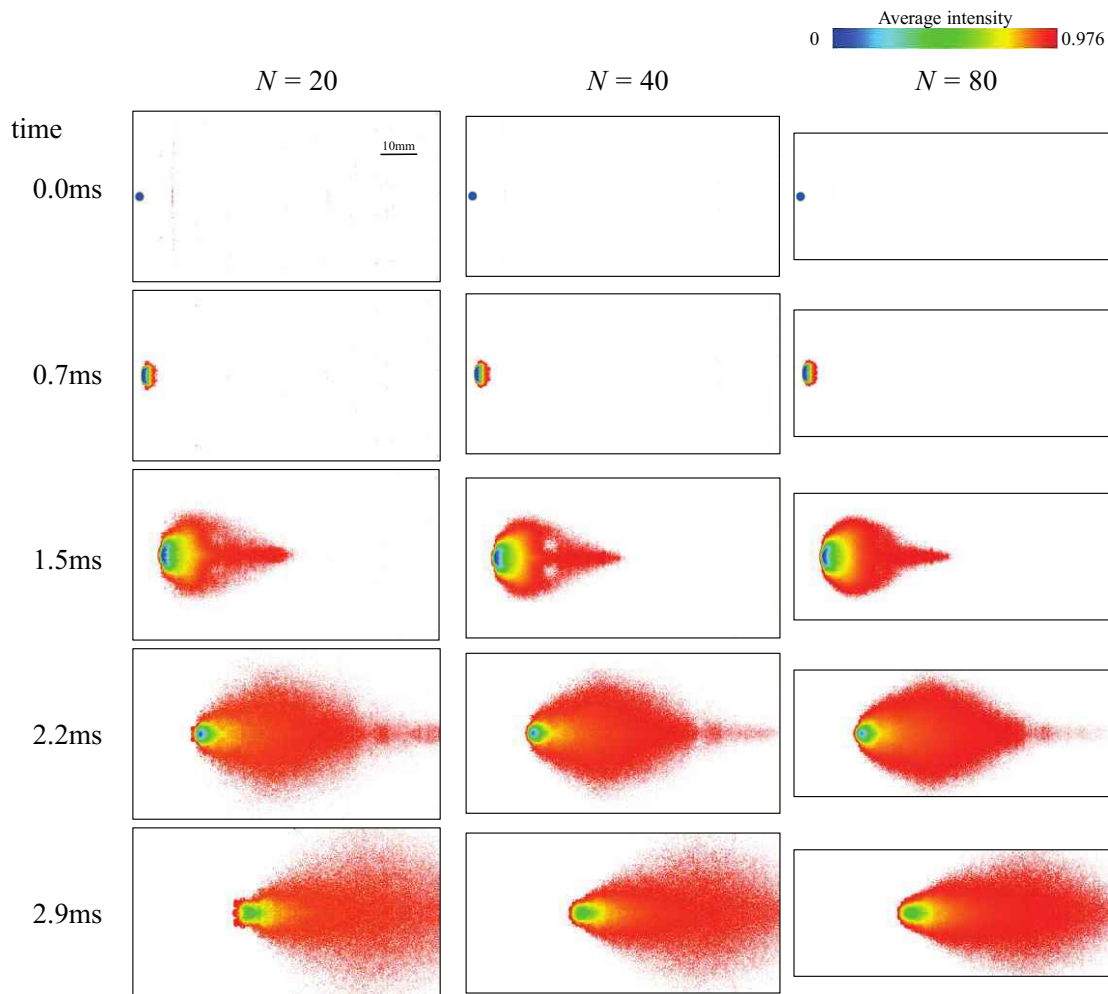


Fig. 4.14 Average intensity distribution for various number of samples.

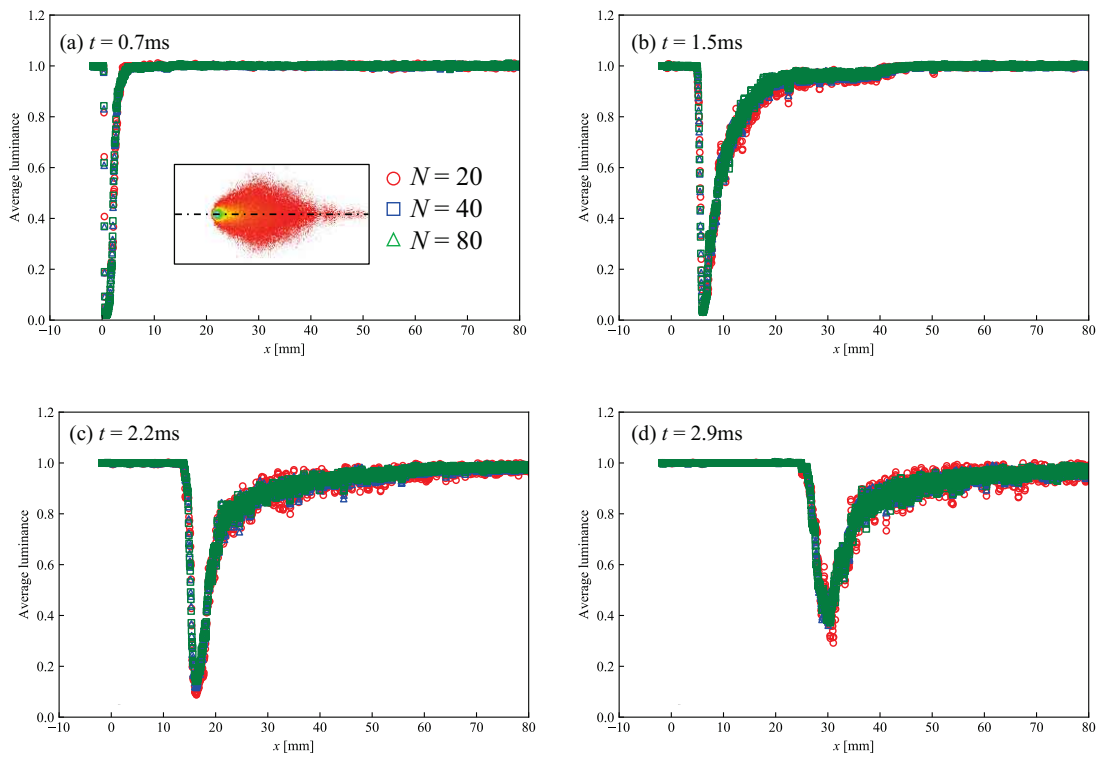


Fig. 4.15 Average intensity distribution on the centerline for various number of samples.

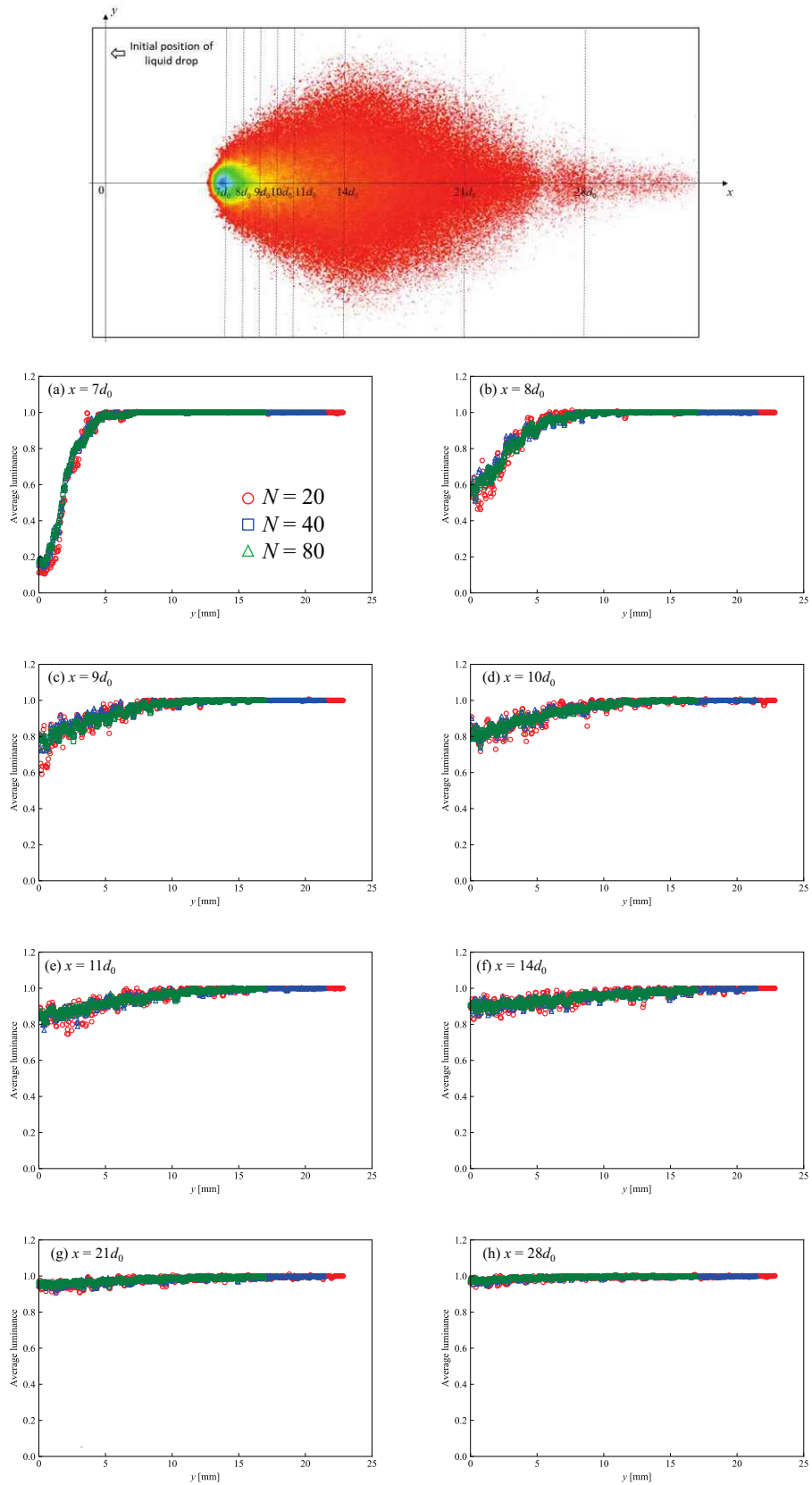


Fig. 4.16 Average intensity distribution on the some $x = \text{constant}$ lines at $t = 2.2$ ms for various number of samples.

4.6 液滴微粒化開始時間

本研究では、低時間分解能においても微粒化開始時間を測定でき、結果が測定者にほとんどよらない客観的な液滴微粒化開始時間の測定方法として、以下の3つを提案する。

- (i) 親液滴重心法：画像処理によって親液滴重心を抽出し、液滴重心の時間変化から微粒化開始時間を測定する。親液滴重心法で得られる液滴微粒化開始時間を $t_{s,G}$ とする。(4.6.2 項参照)
- (ii) 画像堆積法：微粒化画像を時間順に積み重ねることで得られる画像から微粒化開始時間を測定する。画像堆積法で得られる液滴微粒化開始時間を $t_{s,c}$ とする。(4.6.3 項参照)
- (iii) 平均輝度値法：平均輝度値分布から親液滴体積を導出し、親液滴体積の時間変化から微粒化開始時間を測定する。平均輝度値法で得られる液滴微粒化開始時間を $t_{s,e}$ とする。(4.6.4 項参照)

4.6.1 実験条件

微粒化開始時間の測定法(i)および(ii)の議論で用いる実験条件を表 4.1 にまとめて示す。表 4.1 に示される実験条件での可視化は図 4.1 のシステムで行う。

微粒化開始時間の測定法(iii)は同条件において繰り返し撮影を行い、輝度値を平均して得られる平均輝度分布を用いるため、実験条件は平均値として示す。表 4.2 は、微粒化開始時間の測定法(iii)の議論で用いる実験における条件の平均値および平均処理に用いる画像反転処理後の画像の枚数 N 、表 4.3 は変動係数 (CV) を示す。表 4.2 に示される実験条件のうち、case 1,2 の可視化は拵げられたレーザー光をバックライトとして用いて行われ (図 4.1)、case 3~9 では図 4.2 に示されるキセノンランプをバックライトとし、カメラを二台用いて撮影を行った。表 4.3 から変動係数が小さく、実験の再現性が高いことがわかる。

Table 4.1 Experimental conditions used in the discussion of measurement methods (i) and (ii).

case	fluid	u_2 [m/s]	ρ_2 [kg/m ³]	T_2 [°C]	d_0 [mm]	We ×10 ²	M_s	M_2	Re ×10 ⁴	t_d [ms]
1	Water	61	1.4	46	2.3	1.7	1.11	0.17	1.1	2.48
2	Water	92	1.5	59	2.4	4.3	1.17	0.25	1.9	1.61
3	Water	133	1.7	75	2.3	9.4	1.26	0.35	2.8	1.02
4	Water	171	1.9	89	2.3	17	1.34	0.45	4.0	0.75
5	Water	187	1.9	96	2.3	21	1.38	0.49	4.5	0.67

Tabel 4.2 Experimental conditions of average value used in the discussion of measurement methods (iii).

case	fluid	u_2 [m/s]	ρ_2 [kg/m ³]	T_2 [°C]	d_0 [mm]	We	M_s	M_2	Re $\times 10^4$	t_d [ms]	N
1	Water	64	1.43	44	2.31	187	1.12	0.18	1.2	2.34	100
2	Water	157	1.80	86	2.31	1420	1.31	0.41	3.6	0.84	62
3	Water	68	1.49	38	2.39	227	1.13	0.19	1.3	2.22	40
4	Water	104	1.63	54	2.30	564	1.20	0.29	2.1	1.33	96
5	Water	147	1.84	69	2.29	1258	1.29	0.40	3.4	0.89	25
6	Water	178	2.00	81	2.31	2038	1.36	0.47	4.5	0.70	46
7	Hexane	84	1.57	42	2.33	1450	1.16	0.24	1.7	1.37	25
8	Hexane	102	1.65	49	2.30	2185	1.20	0.28	2.1	1.09	25
9	Hexane	196	2.10	86	2.33	10415	1.40	0.52	5.3	0.51	24

Tabel 4.3 Experimental conditions of coefficient of variation used in the discussion of measurement methods (iii).

case	fluid	u_2 [m/s]	ρ_2 [kg/m ³]	T_2 [°C]	d_0 [mm]	We	M_s	M_2	Re $\times 10^4$	t_d [ms]
1	Water	0.028	0.012	0.031	0.019	0.0063	0.0035	0.030	0.038	0.045
2	Water	0.0069	0.0069	0.014	0.010	0.019	0.0021	0.0074	0.013	0.84
3	Water	0.012	0.004	0.022	0.012	0.029	0.0014	0.012	0.019	0.18
4	Water	0.046	0.013	0.034	0.017	0.100	0.0083	0.044	0.060	0.060
5	Water	0.010	0.005	0.018	0.011	0.027	0.0024	0.0089	0.018	0.015
6	Water	0.006	0.004	0.013	0.007	0.018	0.0018	0.0055	0.013	0.0089
7	Hexane	0.018	0.007	0.012	0.016	0.045	0.0027	0.018	0.029	0.025
8	Hexane	0.011	0.010	0.035	0.017	0.031	0.0023	0.012	0.023	0.024
9	Hexane	0.005	0.003	0.014	0.025	0.031	0.0014	0.0039	0.0028	0.023

4.6.2 親液滴重心法

初期液滴直径で無次元化された親液滴重心位置と、式(4.4)と式(4.5)を連立して得られる、直径で無次元化された剛体球の重心位置

$$\frac{x_G(t)}{d_0} = \left(\frac{t}{t_d} \right)^2, \quad (4.19)$$

を図 4.17 に示す。図 4.17 から、ある時間を超えると親液滴の重心位置の移動速度が急激に増加していることが確認される。例えば、 $We = 1.7 \times 10^2$ では、 $t/t_d = 0.24$ 付近において親液滴重心の移動速度が急増している。そこで、図 4.18 に示されるように、親液滴重心の移動傾向が遷移してい

る時間の前後のデータプロットを線形関数で近似させること二つの直線を取得し、それら二直線の交わる時間を導出し、その時間の意味を考察する。

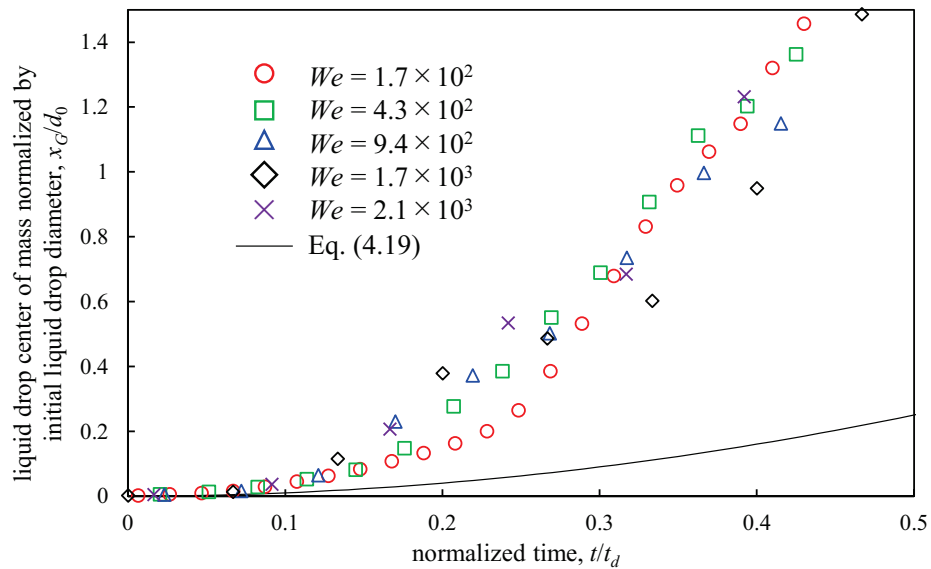


Fig. 4.17 The center of mass normalized by liquid drop diameter as a function of t/t_d for various Weber number. Results of cases 1 to 5 for the conditions in table 4.1.

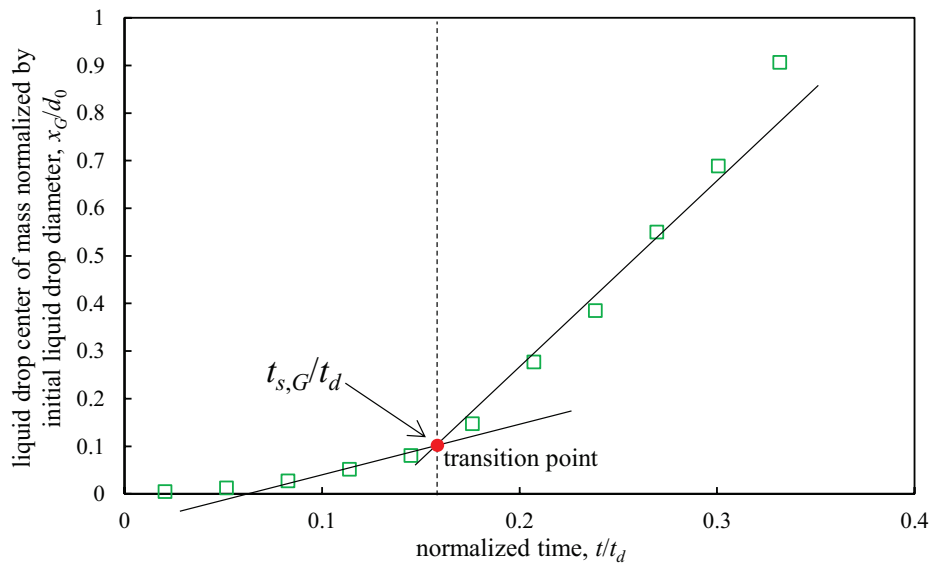


Fig. 4.18 Transition point of displacement of the liquid drop center of mass for $We = 4.3 \times 10^2$ (table 4.1 case 2).

図 4.19 に、各 Weber 数での交点周りの時間における、液滴微粒化挙動を無次元時間で整理して示し、その時間の前後における液滴微粒化挙動の違いを調べる。ここで、青枠は交点における時間の前であることを示し、赤枠は交点における時間の後であることをそれぞれ示している。 $We = 1.7 \times 10^2$ では交点における時間の前において液体シートが形成され、交点における時間の直後では、その液体シートが下流に向かって伸びることで、親液滴がコンタクトレンズのような形状に

なっていると考えられる。さらに、その後コンタクトレンズ状の液滴先端が崩壊することで親液滴周囲から微粒化が開始される。一方で、 $We \geq 4.3 \times 10^2$ では、交点における時間の前において親液滴周囲から剥ぎ取られた微細液滴が確認される。交点における時間を過ぎると、親液滴周囲において激しく微粒化されることがわかる。したがって、このように、Weber 数によって交点における時間の前後の液滴微粒化挙動は異なるが、交点における時間を過ぎると液滴が激しく微粒化することは Weber 数に関わらず確認された。そこで、交点における時間を親液滴重心法で得られる液滴微粒化開始時間 $t_{s,G}$ として検討する。

次に、親液滴重心位置の移動速度がある時間から急に増加する要因を考察する。液体の圧縮率は非常に小さいため、剥ぎ取りによる親液滴質量の減少は、親液滴の体積が減少することを意味する。体積はスケールの 3 乗に比例し、流れに対する投影面積はスケールの 2 乗に比例するため、流れ場に置かれた物体の加速度はスケールの 1 乗に反比例する。例えば、式(4.2)から球の加速度はスケールに反比例していることがわかる。したがって、親液滴の加速度はスケールの 1 乗に反比例すると考えられる。親液滴重心位置の移動速度がある時間から急に増加する要因は、液体が剥ぎ取られ、親液滴の質量が減少することで、親液滴がより加速されたことにあると考えられる。さらに、図 4.11(d)に示されるように、親液滴周囲から下流側へ大きく伸びる液糸や液体シートのような構造はグルーピング処理を施しても残ってしまう。そのような構造を含めて軸対称として親液滴重心位置を導出したため、得られた親液滴重心位置は本来の親液滴重心より下流側に移動するはずである。これに起因し、この交点における時間の前を変形フェーズ、後を微粒化フェーズとすると、重心位置の増加が明確に現れるようになるため、変形フェーズから微粒化フェーズへの遷移の容易な識別が可能となる。

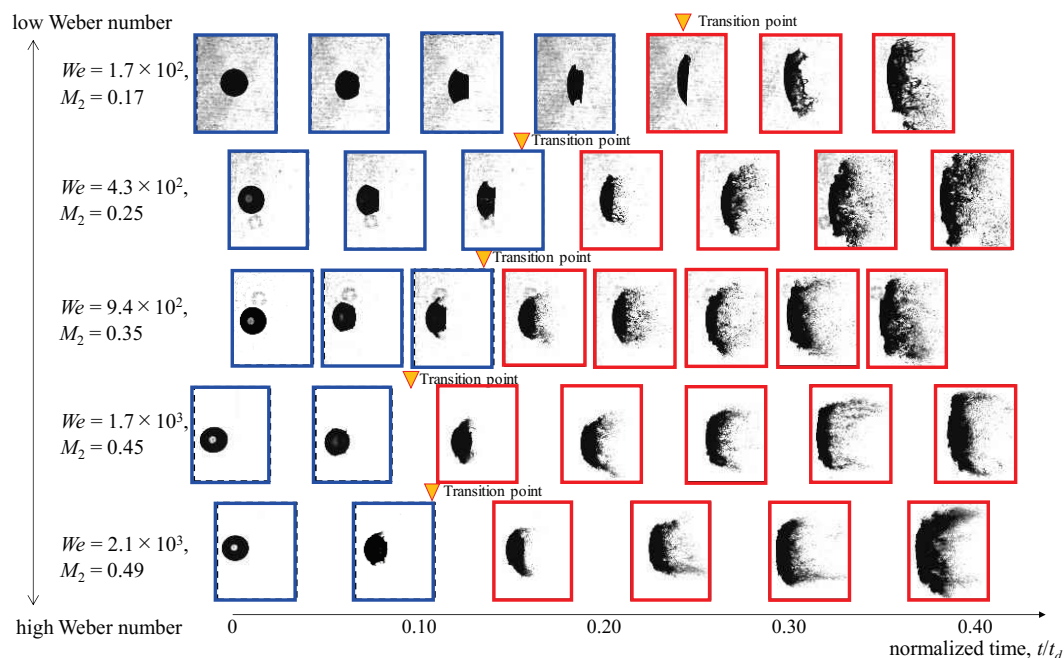


Fig. 4.19 Comparison of the liquid drop breakup behavior with different Weber numbers. The snapshots surrounded by the blue line indicate deformation phase, and the snapshots surrounded by the red line indicate atomization phase. Results of cases 1 to 5 for the conditions in table4.1.

図 4.17 は、式(4.19)から得られる理論的な剛体球重心と比較して、式(4.14)によって導かれる親液滴重心は速く下流へと移動することを示す。これは、親液滴扁平化に伴い投影面積が増加し、加えて、球から円盤への形状変化に伴い抗力係数も増加し、実際の親液滴は剛体球より大きな抗力が作用することに起因する。さらに、微粒化フェーズでは、投影面積と抗力係数の増加に加えて、剥ぎ取りによって親液滴質量が減少することで、親液滴はより一層加速すると考えられる。以上より、液滴微粒化では、投影面積、抗力係数、液滴質量が時間的に変化するため、単純な二次式で無次元重心位置を表現することは不適である。

4.6.3 画像堆積法

図 4.20(a)に示されるように、撮影画像の y 方向液滴中心部を含む長方形領域(図 4.20(a)の赤枠)を取り出し、時間順に積み重ねることで図 4.20(b)を得る。図 4.20(b)において、液体領域が下流へ大きく進展する時間が見られる。これは、親液滴が流れ方向 (x 方向) へ伸びるのではなく、親液滴周囲における剥ぎ取りによって形成されるフラグメントが下流へ移動するためである。そこで、時間 $t_{s,c}$ までを deformation phase, その時間以降を atomization phase とそれぞれし、 $t_{s,c}$ を微粒化が開始するタイミングとして検討する。

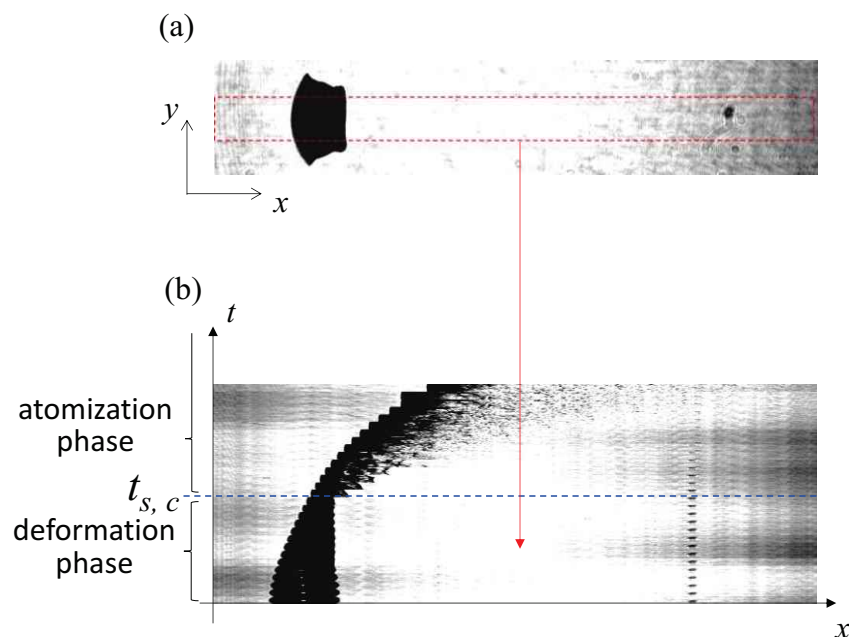


Fig. 4.20 Cumulating image of liquid drop breakup.

4.6.4 平均輝度値法

本項では、4.5.7 項で説明したアンサンブル平均処理の結果として得られる平均輝度値分布から液滴微粒化が開始する時間を測定する手法を提案する。

図 4.21 は、 $We = 187$ における背景除去および正規化処理を施した結果 (平均化前の画像)、平

均輝度値分布を示す。平均輝度値分布は液体の投影像が存在する確率を示すと考えられる。液体投影像の存在確率が大きい領域では平均輝度値は小さく、一方で、その存在確率が小さい領域では平均輝度値は大きくなる。将来的には、平均輝度値と微細液滴の粒径確率密度分布・数密度の相関を明らかにすることで、平均輝度値の示す定量的な意味を明らかにすることができると考えられる。

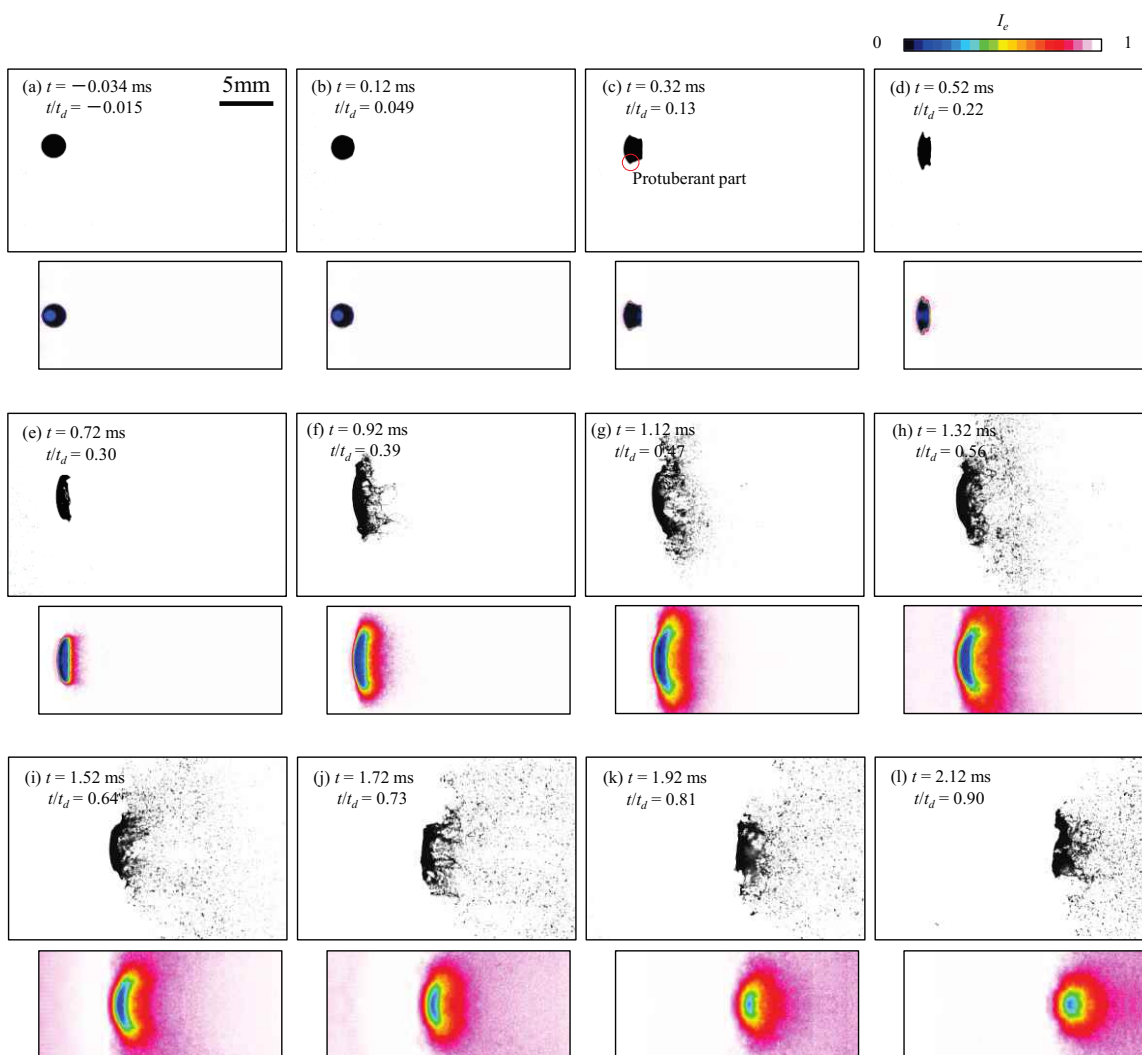


Fig. 4.21 Image of liquid drop breakup and average intensity value distribution for water drop breakup under the condition of $We = 187$, $M_s = 1.12$, $M_2 = 0.18$, $Re = 1.2 \times 10^4$, $u_2 = 63$ m/s, $\rho_2 = 1.4$ kg/m³, $T_2 = 44^\circ\text{C}$ and $d_0 = 2.31$ mm (case 1 of table 4.2).

図 4.21(a) ~ (d)を見ると、無次元時間 $t/t_d = 0.22$ までの平均化前画像と平均輝度値分布を比較すると、気液界面と平均輝度値が急激に変化している位置が一致していることがわかる。これから、気液界面位置は毎実験においてほとんど同様であることがわかり、初期段階での液滴変形は再現性の高い現象であるといえる。一方、 $t/t_d = 0.30 \sim 0.90$ (図 4.21(e)~(l)) では、下流に向かうにつれて平均輝度値が徐々に大きくなっており、これは下流に向かうにつれて液体の投影像の存在確率が小さくなることを示している。この要因として、まず、親液滴と気流との速度差は時

間が経過するにつれて小さくなり、形成される微細液滴が大きくなること挙げられる。時間が経過するにつれ、親液滴から剥ぎ取られて形成される微細液滴の平均粒径が大きくなることは過去の研究で示されている^[9]。さらに、同時に形成された微細液滴においても粒径は揃いであり、サイズの小さい微細液滴ほどはやく流れに追従することが挙げられる。平均輝度値の低い領域は扁平化した後に徐々に小さくなることが確認される。これは、親液滴の周囲における微粒化が進行し、親液滴が小さくなるからであると考えられる。

図 4.22 は、 $We=1420$ における背景除去および正規化処理を施した結果（平均化前の画像）、平均輝度値分布を示す。 $We=1420$ における平均値分布からは $We=187$ におけるそれと同様の傾向が確認される。まず、 $t/t_d=0.13$ （図 4.22(b)）までは、気液界面における平均輝度値が急激に変化していることが確認される。そのため、初期変形における液滴形状は毎実験でほぼ同様であるといえ、初期の液滴変形は再現性の高い現象であるといえる。一方、 $t/t_d=0.31 \sim 0.89$ （図 4.22 (d)~(i)）では、下流に向かうにつれて平均輝度値が徐々に大きくなっており、これは下流に向かうと液体投影像の存在確率が小さくなることを示す。

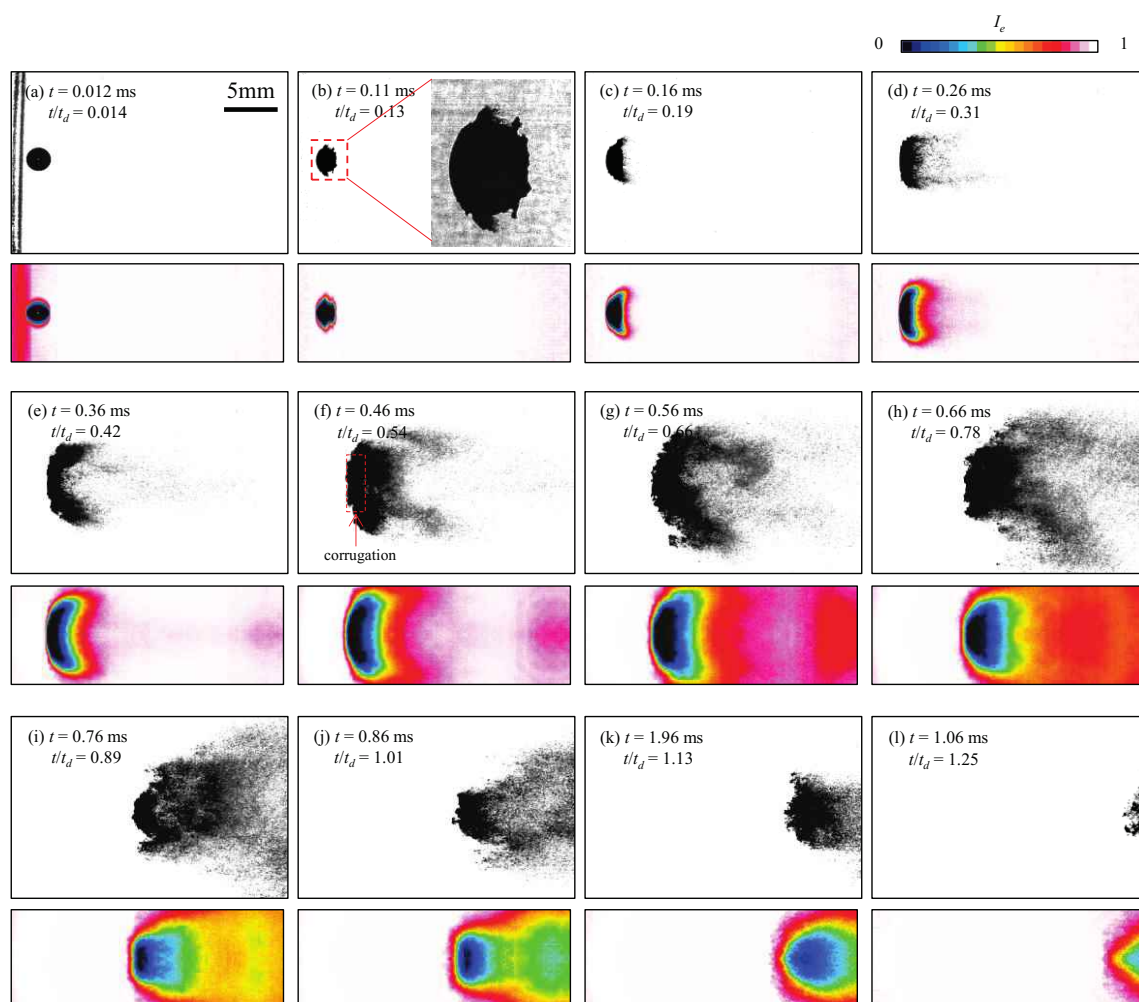


Fig. 4.22 Image of liquid drop breakup and average intensity value distribution for water drop breakup under the condition of $We=1420$, $M_s=1.31$, $M_2=0.41$, $Re=3.6 \times 10^4$, $u_2=157$ m/s, $\rho_2=1.8$ kg/m³, $T_2=86^\circ\text{C}$ and $d_0=2.31$ mm (case 2 of table 4.2).

図 4.23(a)は $t/t_d = 0.47$ における平均輝度値分布，図 4.23(b)は中央線上（図 4.23(a)の平均輝度値分布の可視化結果の一点鎖線上）の平均輝度値分布，図 4.23(c)は平均処理前の微粒化画像をそれぞれ示す．図 4.23(b)から， $x=2.0\sim 2.8$ mm 付近では，上流側界面に対応する平均輝度値の急な減少が見られる． $x=2.9$ mm において極小値となる．極小値を過ぎた直後（ $x=2.9$ mm \sim 3.8 mm）では，平均輝度値は滑らかに増加するが， $x=3.8$ mm より大きい領域では滑らかではなくなる．極小値の直後の領域における平均輝度値は親液滴部分を反映しており，図 4.23(c)から滑らかでない領域ではコンタクトレンズ形状の親液滴の縁と微細液滴を反映していると考えられる．

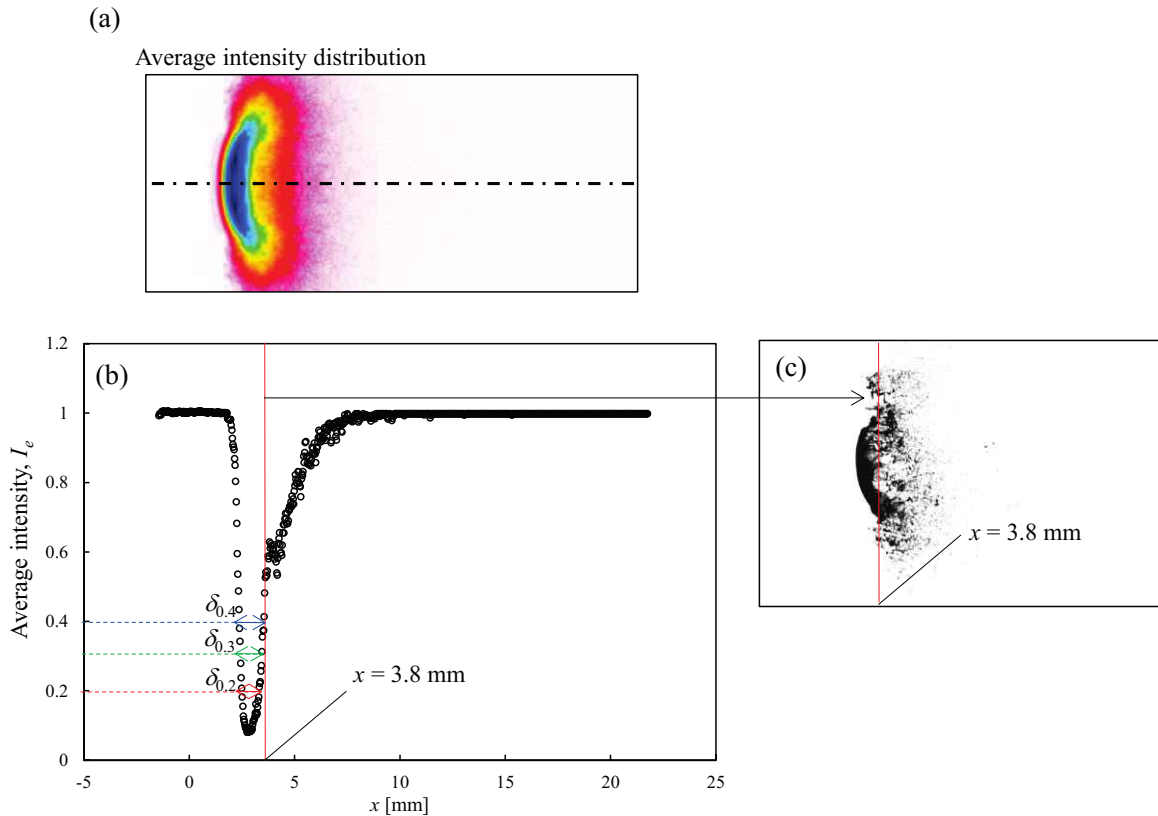
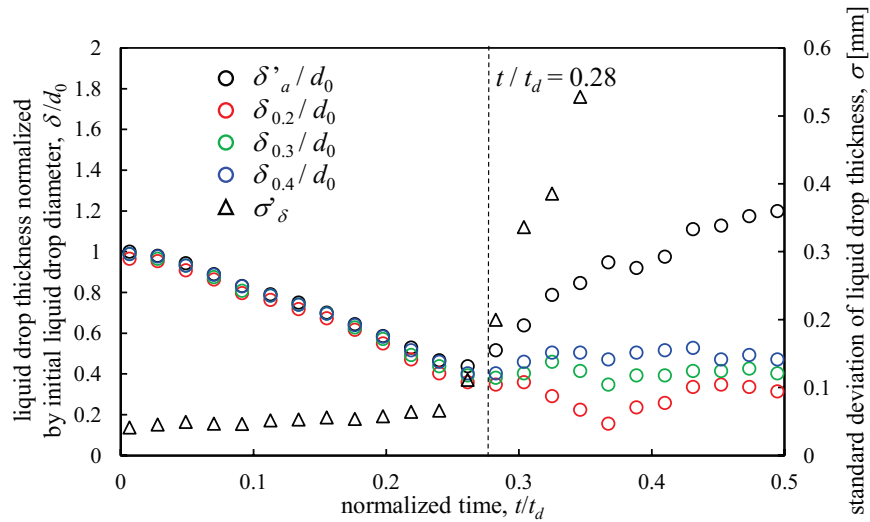


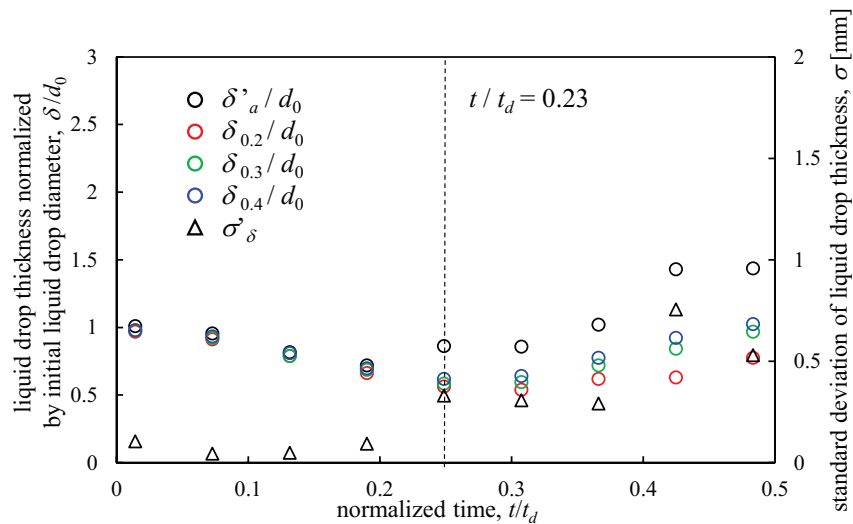
Fig. 4.23 Results of liquid drop breakup for $We = 187$, $M_s = 1.12$, $M_2 = 0.18$, $Re = 1.2 \times 10^4$, $u_2 = 63$ m/s, $\rho_2 = 1.4$ kg/m³, $T_2 = 48^\circ\text{C}$ and $d_0 = 2.31$ mm at $t = 1.12$ ms ($t/t_d = 0.47$), (a) average intensity distribution, (b) average intensity distribution I_e on the broken line of (a), (c) snapshot of liquid drop breakup. The double-headed arrow on (b) indicates the thickness of liquid drop.

図 4.23(b)に示される矢印のように，平均輝度値分布における親液滴投影厚さ δ_e を定義した． δ_e の下付き数字 e は平均輝度のしきい値を示す．さらに，第 4.5.3 項で説明したグルーピング処理を施し，フラグメント除去した親液滴投影画像から得られる厚さを，親液滴投影厚さ δ' と定義した．さらに，同条件において繰り返し実験をしたため，複数の親液滴投影厚さ δ' が取得され，それらの平均値と標準偏差をそれぞれ， δ'_a , σ_δ と置く．ここで，グルーピング処理を用いても，図 4.11(d)に示されるように，フラグメントを完全に除去することはできないことに留意する．図 4.24 は，Weber 数が 187, 1420 における平均輝度値分布における親液滴投影厚さ $\delta_{0.2}$ ，

$\delta_{0.3}$, $\delta_{0.4}$ と、親液滴投影像厚さの平均値 δ'_a および標準偏差 σ_δ を示す。図 4.24(a)(b) とともに、初期段階では時間が経過するにつれて、平均輝度値分布における親液滴投影像厚さ δ_e が小さくなっていることがわかる。この初期段階では、平均輝度値分布における親液滴投影像厚さ $\delta_{0.2}$, $\delta_{0.3}$, $\delta_{0.4}$ は親液滴投影像厚さの平均値 δ'_a とほとんど等しい。一方で、 $We = 187$ では $t/t_d = 0.28$ 程度、 $We = 1420$ では $t/t_d = 0.23$ 程度から親液滴投影像厚さの平均値 δ'_a が増加に転じる。また、 $\delta_{0.2}$, $\delta_{0.3}$, $\delta_{0.4}$ を比較すると、しきい値 e によって平均輝度値分布における親液滴投影像厚さ δ_e に差異があることが確認される。加えて、この時間から親液滴投影像厚さの平均値 δ'_a と平均輝度値分布における親液滴投影像厚さ $\delta_{0.2}$, $\delta_{0.3}$, $\delta_{0.4}$ に大きな違いが見られるようになる。さらに、親液滴投影像厚さの標準偏差 σ_δ は増加する。



(a) $We = 187$ (case 1 of table 4.2)



(b) $We = 1420$ (case 2 of table 4.2)

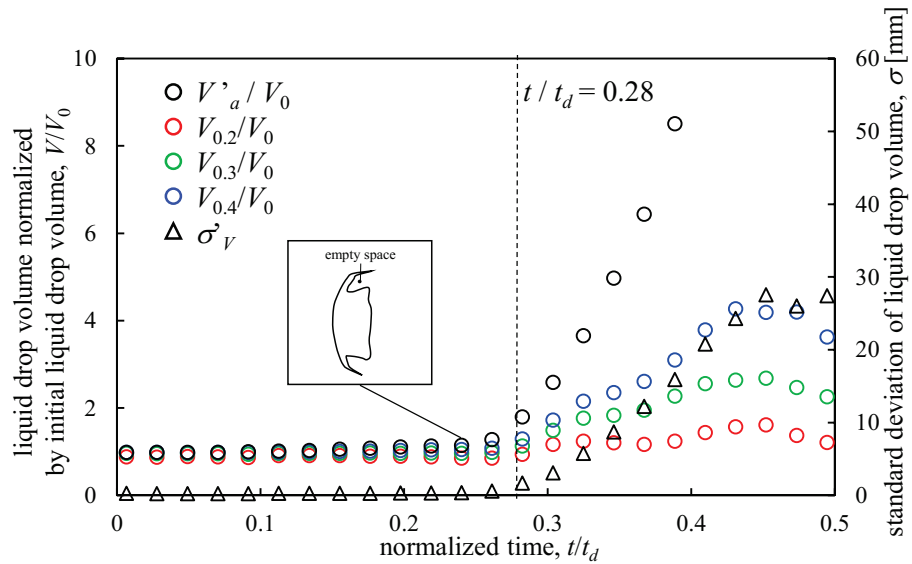
Fig. 4.24 Liquid drop thickness normalized by initial liquid drop diameter and standard deviation of liquid drop thickness obtained from each original images as a function of time normalized by characteristic time.

次に、 $We = 187$ では $t/t_d = 0.28$ 程度で、 $We = 1420$ では $t/t_d = 0.23$ 程度で親液滴投影像厚さの平均値 δ'_a が増加に転じる要因について考察する。 $We = 187$ の無次元時間 $t/t_d = 0.28$ 前後の撮影画像を見てみる。図 4.21 から $We = 187$ では、 $t/t_d = 0.13$ (図 4.21(c)) で見られる突出部が下流側へと伸び、 $t/t_d = 0.30$ (図 4.21(e)) になると親液滴はコンタクトレンズ形状に変形していると考えられる。したがって、親液滴投影像厚さの平均値 δ'_a の増加は、コンタクトレンズ状のなった親液滴の縁が下流へ伸びることでもたらされる。さらに、その縁の挙動は各実験で異なるため、平均輝度値分布における親液滴投影像厚さ $\delta_{0.2}$ 、 $\delta_{0.3}$ 、 $\delta_{0.4}$ のしきい値による違いが見られ、親液滴投影像厚さの標準偏差 σ_δ は増加する。さらに時間が経過した $t/t_d = 0.39$ (図 4.21(f)) ではコンタクトレンズ状の親液滴の縁が崩壊することで、明らかに親液滴周囲における剥ぎ取りが開始されていることがわかる。 $We = 1420$ では、図 4.22 から $t/t_d = 0.13$ (図 4.22(b)) では、既に液滴周囲において微細液滴が確認され、微粒化が開始していることが確認される。時間が経過すると、 $t/t_d = 0.31$ (図 4.22(d)) で見られるように、明らかに微粒化が促進されていることがわかる。したがって、親液滴投影像厚さの平均値 δ'_a の増加は、剥ぎ取りによって形成された微細液滴が下流へ流されることによりもたらされる。さらに、微細液滴の挙動は各実験で異なるため、平均輝度値分布における親液滴投影像厚さ $\delta_{0.2}$ 、 $\delta_{0.3}$ 、 $\delta_{0.4}$ はしきい値による違いが現れる。また、液滴周囲のフラグメントや微細液滴はグルーピング処理を用いても完全に除去されず、それらの挙動は各実験で異なるため、親液滴投影像厚さの標準偏差 σ_δ は大きくなる。

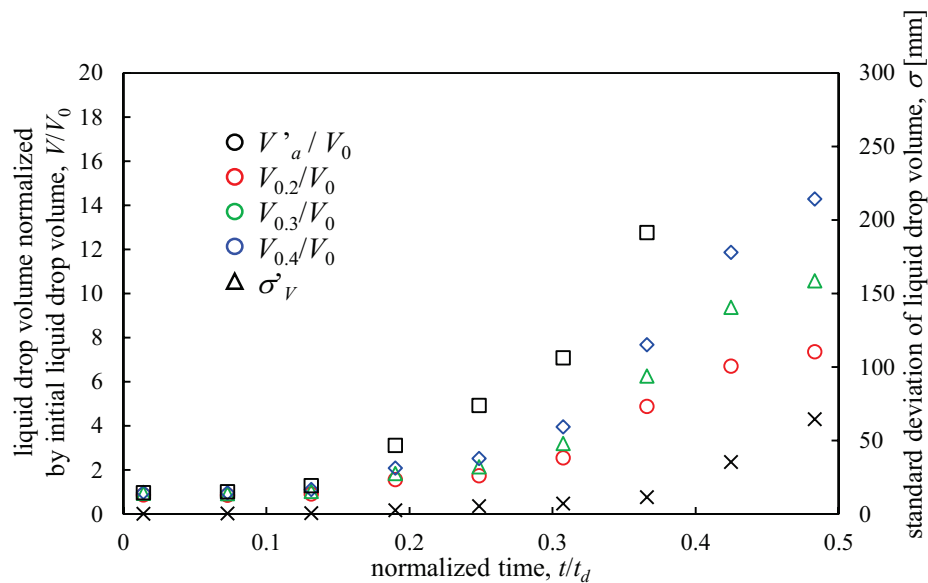
続いて、実験室座標系において親液滴位置は重力により鉛直方向下向きに移動されるため、得られる鉛直方向重心位置 y_G を通る水平線 $y = y_G$ を回転軸とし、親液滴投影像の回転体体積を算出した。平均輝度値が e 以下の領域を抽出して得られる回転体体積を、平均輝度値分布における親液滴投影像体積を V_e と置く。また、グルーピング処理によってフラグメントを取り除かれた親液滴投影画像から得られる回転体体積を、親液滴投影像体積 V と定義し、今回は同条件において繰り返し実験を行ったため、複数の親液滴投影像体積 V が得られ、それらの平均値と標準偏差をそれぞれ、 V_a 、 σ_V とする。

図 4.25 は無次元時間 t/t_d に対する親液滴投影像体積の平均値 V_a 、および標準偏差 σ_V 、平均輝度値分布における親液滴投影像体積 $V_{0.2}$ 、 $V_{0.3}$ 、 $V_{0.4}$ を、初期の液滴体積で無次元化して示す。 $We = 187$ では、 $t/t_d = 0.25$ 付近までの微粒化が開始される前の初期段階では、平均輝度値分布における親液滴投影像体積 $V_{0.2}$ 、 $V_{0.3}$ 、 $V_{0.4}$ は親液滴投影像体積の平均値 V_a とほぼ等しいことが確認される。また、 $t/t_d = 0.25$ 付近において、平均輝度値分布における親液滴投影像体積 $V_{0.2}$ 、 $V_{0.3}$ 、 $V_{0.4}$ および親液滴投影像体積の平均値 V_a が若干ではあるが増加していることがわかる。水の体積はほとんど変わらないため、この増加は親液滴の膨張を示すのではなく、図 4.25(a) に挿入された推測される親液滴断面図のように小さな窪みをもつ形状に親液滴が変形することで、投影像の回転体体積の若干の増加はもたらされる。また、図 4.25 から $t/t_d = 0.28$ あたりを過ぎると、厚さと同じように、平均輝度値分布における親液滴投影像体積 $V_{0.2}$ 、 $V_{0.3}$ 、 $V_{0.4}$ および親液滴投影像体積の平均値 V_a は急激に増加することがわかる。コンタクトレンズ状の親液滴の縁が崩壊すると、親液滴周囲から伸びる液糸やフラグメントの形成が確認され(図 4.21(f)~(l))、液糸やフラグメントの体積と比較して、それらの投影像の回転体体積は大きく、投影像体積は急増することとなる。さらに、親液滴投影像体積の標準偏差 σ_V の急増も確認されるが、これはそのような液糸やフラグメントは各実験で挙動が異なるためである。フラグメントの形成は、液滴が微粒化されていることを意味するため、軸対称仮定から得られる親液滴体積の急増するタイミング

から液滴微粒化開始時間 $t_{s,e}$ を見積もることができると考えられ、それについては後述する。 $We = 1420$ では、 $t/t_d = 0.2$ あたりから、 $We = 187$ と同様に、親液滴投影像体積 V_e 、親液滴投影像体積の平均値 V_a の急激な増加が見られる。



(a) $We = 187$ (case 1 of table 4.2)



(b) $We = 1420$ (case 2 of table 4.2)

Fig. 4.25 Liquid drop volume normalized by initial liquid drop volume and standard deviation of liquid drop volume obtained from each original images as a function of time normalized by characteristic time.

フラグメントが形成されることで、平均輝度値分布における親液滴投影像体積 V_e が増加することがわかった。フラグメントは液滴微粒化によってもたらされるため、親液滴投影像体積の時間変化から微粒化開始時間を測定することを検討する。図 4.25 からしきい値 e が大きくなると、親

液滴投影像体積の増加はより顕著になるため、しきい値 e を 0.8 とした親液滴投影像体積 $V_{0.8}$ から微粒化開始時間を測定することを検討する. 図 4.26 は初期体積で無次元化された親液滴投影像体積 $V_{0.8}$ の時間変化を示す. 親液滴投影像体積 $V_{0.8}$ の急激な増加が見られた後の数点 (今回は 4 点) から, 最小二乗法によって一次関数を得て, その一次関数において無次元体積が 1 になったときを微粒化開始時間と定義する. その一次関数において無次元体積が 1 になる時間は $We = 187$ および 1420 でそれぞれ $t/t_d = 0.267$ および 0.123 である. $We = 187$ では, $t/t_d = 0.267$ を過ぎると図 4.21(e)のように, コンタクトレンズ状になった親液滴の縁は不安定になり, その後, 図 4.21(f)で見られるように, 親液滴の縁が崩壊しフラグメントが形成される. 図 4.22(b)から $We = 1420$ では $t/t_d = 0.123$ に近い $t/t_d = 0.13$ において, 既に微粒化が開始していることが確認される.

図 4.26 から得られる平均輝度値分布における親液滴投影像体積 $V_{0.8}$ が増加する時間は Weber 数が 187, 1420 においてそれぞれ 0.267, 0.123 であった. 一方で, 図 4.24 から親液滴投影像厚さの平均値 δ'_a が増加する時間は Weber 数が 187, 1420 においてそれぞれ 0.28, 0.24 であった. Weber 数が 1420 においては, 親液滴投影像体積 V_e が増加する時間と親液滴投影像厚さの平均値 δ'_a が増加する時間は大きく異なる. これは, 図 4.22(b)に示されるような, 液滴周囲における微粒化を親液滴投影像体積は反映できるが, 親液滴投影像厚さはそれに反応しないためである. これは, 剥ぎ取りが即座に開始されるような高 Weber 数条件においては, 親液滴投影像厚さで微粒化開始時間を計測することが困難であることを示唆する.

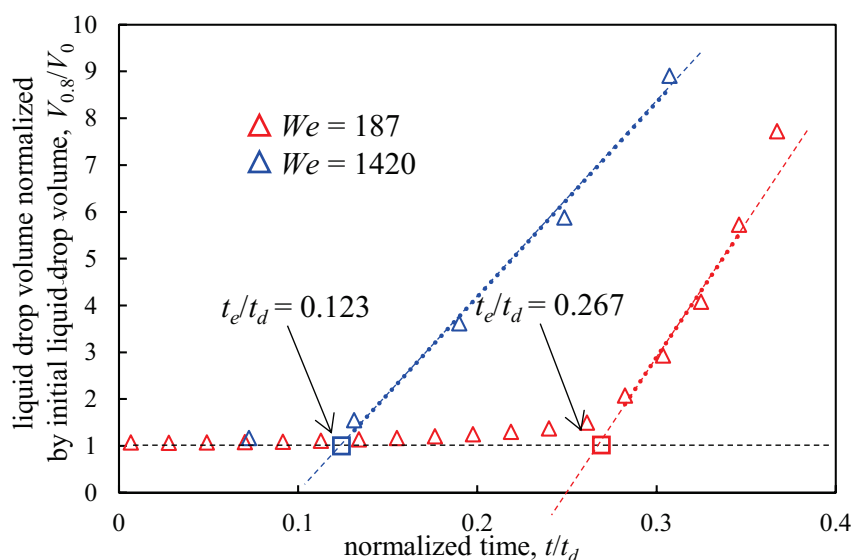


Fig. 4.26 Liquid drop volume as a function of time normalized by characteristic time for $We = 187$ (case 1 of table 4.2), 1420 (case 2 of table 4.2). A blue and red line is drawn from four points after a suddenly increase in volume is observed.

4.6.5 液滴微粒化開始時間の測定法の妥当性検証

本研究で提案した測定法で得られる微粒化開始時間を評価するにあたり, 液滴微粒化の時間スケールを述べる. スクラムジェットエンジンでは, 数 ms 以内で燃焼を完了することが求められ

るため、微粒化に要する時間が重要となる。そこで、微粒化完了時間を液滴微粒化の時間スケールとする。4.7節で述べるが、本研究では親液滴が崩壊したときを微粒化完了とみなし、親液滴が崩壊する時間は Weber 数によらず特性時間 t_d の 1.1 倍である。これから、 t_d で無次元化された時間の差が 0.1 程度であれば、その差は親液滴崩壊時間に対して 10%以下であるため、差は十分に小さいといえる。

本研究で提案した測定法から得られる液滴微粒化開始時間 $t_{s,G}$, $t_{s,c}$ および $t_{s,e}$ (文字の示す意味は 4.6 節のはじめを参照) を t_d で無次元化した、無次元液滴微粒化開始時間 t_s/t_d を図 4.27 に Weber 数の関数として示す。図 4.27 に示される、 $t_{s,i}$ は高時間分解能 (10,000 fps) で撮影を行い、測定者が撮影画像を視覚的に見て、フラグメントが形成された瞬間の時間である。Pilch and Erdman^[36] によって提案された、 t_d で無次元化された液滴微粒化開始時間の実験式

$$\frac{t_s}{t_d} = 0.78(We - 12)^{-0.25} (1 + 2.2Oh^{1.6}), \quad (4.20)$$

も図 4.27 に示す。ここで Oh は Ohnesorge 数を示す。

図 4.27 から Weber 数が増加するにつれて、液滴微粒化が開始するまでの液滴移動量は小さくなるのがわかる。Pilch and Erdman^[40] による実験式から得られた無次元液滴微粒化開始時間と、本研究から得られた $t_{s,G}$, $t_{s,c}$ および $t_{s,e}$ を比較すると、Weber 数に対する無次元液滴微粒化開始時間の変化傾向は一致し、さらに定量的にも無次元時間の差異は 0.1 以下と概ね一致する。また、 $t_{s,G}$, $t_{s,c}$ および $t_{s,e}$ を $t_{s,i}$ と比較を行うと、定量的にも概ね一致することがわかる。本研究で提案した測定方法から得られる微粒化開始時間 $t_{s,c}$, $t_{s,e}$, $t_{s,G}$ は過去に提案された実験式および $t_{s,i}$ と概ね一致したことから、それらの測定方法は妥当であるといえる。

画像を視覚的に見て得られる微粒化開始時間 $t_{s,i}$ と、本研究で提案した微粒化開始時間の測定法から得られる $t_{s,G}$, $t_{s,c}$ および $t_{s,e}$ の差は無次元化すると 0.1 以下であり、定量的に概ね一致する。本研究で提案した微粒化開始時間の測定法は次の利点によって差別化を図ることができる。まず、画像を視覚的に見て微粒化開始時間を判断すると、測定者によって得られる結果が異なることが懸念される。特に高 Weber 数のとき測定者による差は顕著となる。例えば、図 4.27 から Weber 数が 1420 のときの無次元微粒化開始時間は 0.123 であり、実時間に直すと 0.103 ms である。今回は $t_{s,G}$, $t_{s,c}$ および $t_{s,e}$ は 20,000 fps で撮影したが、20,000 fps では得られる画像間の時間幅が 0.05 ms である。そのため、もし選ぶ画像が一つずれると、0.05 ms の違いが生じ、これを無次元時間にすると 0.060 である。これは無次元微粒化開始時間が 0.123 であることを念頭に置くと小さいとはいえない。したがって、特に高 Weber 数では、測定者による差は無視できない。すなわち、画像を視覚的に見て微粒化開始時間を得る方法では、高時間分解能の撮影が求められることを示す。実際、今回は比較的高 Weber 数である $We \geq 6.7 \times 10^2$ の範囲では大きな撮影速度 (100,000 fps) で微粒化開始時間 $t_{s,i}$ を計測した。一方で、 $t_{s,G}$, $t_{s,c}$ および $t_{s,e}$ を得たときの撮影速度は 20,000 fps または 12,500 fps であるが、正確に微粒化開始時間を測定することができた。これは、 $t_{s,G}$, $t_{s,e}$ では画像間のデータを内挿しているためである。したがって、本研究で提案した微粒化開始時間の測定方法は低時間分解能撮影においても適用可能であるといった利点を有する。

本項の最後に、得られた結果から液滴微粒化開始時間の実験式を提案する。今回は 4 つの方法から微粒化開始時間を測定したが、それらの測定差は最大で 0.1 程度であった。本項初めの段落

における考察からその差は小さいといえる。そのため、実験式の導出にあたり、どのデータを参考にしても妥当な実験式が得られる。そこで、プロット点が最も多い $t_{s,i}$ に沿うように微粒化開始時間の実験式を提案する。式(4.20)を参考に $t_{s,i}$ にフィッティングさせた新しい実験式

$$\frac{t_s}{t_d} = 2.98(We - 80)^{-0.484}, \quad Oh \ll 1, \quad 80 < We < 3000, \quad (4.21)$$

を本研究で提案し、図 4.27 に式(4.21)から得られる無次元液滴微粒化開始時間も一緒に示す。ただし、式(4.21)の括弧内の値 80 は、図 1.9 に示される微粒化形態分類の multimode と sheet-thinning breakup の遷移 Weber 数であり、式(4.21)は $We \leq 80$ においては値を得ることができないようにした。また、本研究で使用した液体種は Ohnesorge 数の小さな水またはヘキサンであるため、式(4.21)では、式(4.20)にあるような Ohnesorge 数の増加による微粒化開始時間の遅れは見積もっていない。

4.4 節で述べたように、Weber 数が同一であっても、Mach 数が増加すると微粒化開始時間が大きくなることが示されている^[59]。そのため、今後の研究で Mach 数を大きく振った実験を行い、式(4.21)に Mach 数の影響を考慮することで、予測式の精度が向上すると考えられる。

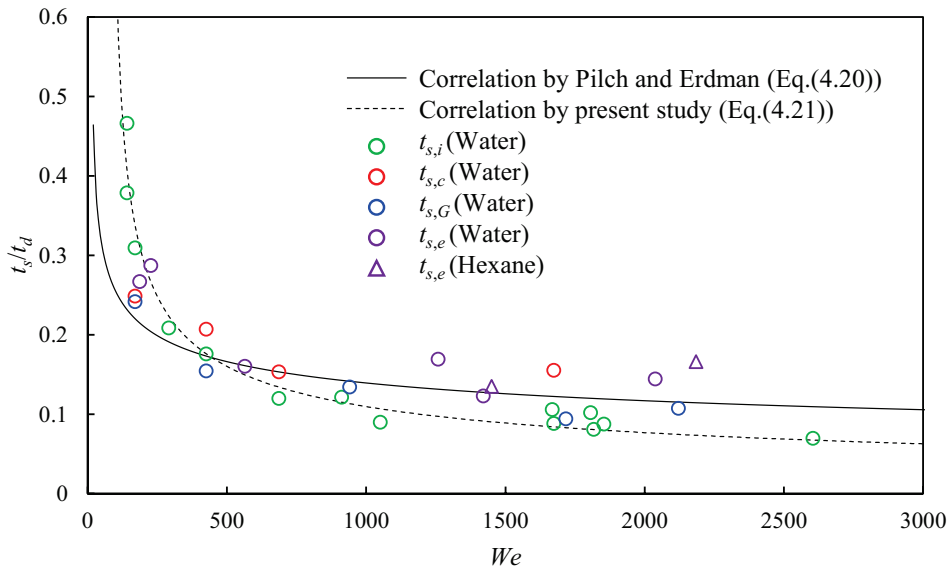


Fig. 4.27 Initiation time of breakup are normalized by characteristic time t_d as a function of Weber number.

4.6.6 液滴微粒化開始までの液滴移動量

式(4.5)で示される特性時間 t_d は流れ場に置かれた剛体球の重心が自身の直径 d_0 の移動に要する時間を意味する。そのため、 t_d で無次元化された液滴微粒化開始時間は、微粒化が開始されるまでに剛体球の重心が直径に対してどの程度移動したのかを示す。しかしながら、図 4.17 から、予測される剛体球の移動量と比較して、実際の液滴移動量は大幅に大きいことが確認された。そこで、実際に液滴が直径 d_0 だけ移動したときの時間を t_G とし、液滴微粒化開始時間 $t_{s,G}$ を t_G で無次元化した $t_{s,G}/t_G$ と、剛体球が直径 d_0 の移動に要する時間 t_d で無次元化された $t_{s,G}/t_d$ を比較する。図 4.28 は各 Weber 数に対する $t_{s,G}/t_G$ と $t_{s,G}/t_d$ を示す。図 4.28 から Weber 数によらず $t_{s,G}/t_G$ が $t_{s,G}$

t_d より大きいことがわかる。無次元液滴微粒化開始時間 $t_{s,G}/t_d$ は、微粒化開始までに自身の直径に対しどの程度液滴が移動したのかを示す。したがって、 $t_{s,G}/t_d$ は微粒化開始までの液滴移動量を過小評価していることがわかった。

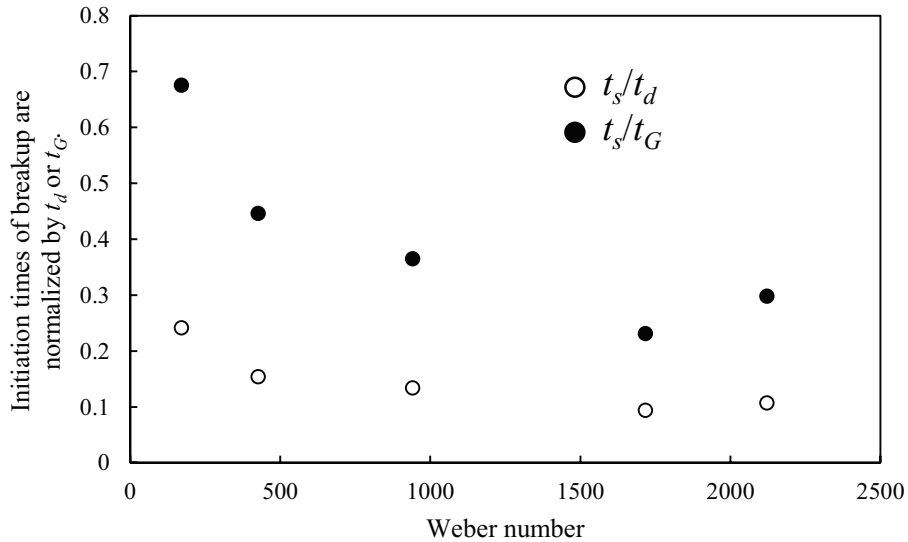


Fig. 4.28 Initiation time of breakup are normalized by characteristic time t_d or t_G as a function of Weber number.

4.7 親液滴崩壊時間

4.7.1 平均輝度値分布を用いた親液滴崩壊時間の導出

平均輝度値分布において、最も平均輝度値が小さくなる位置ベクトルを $\mathbf{x}_{drop} = (x_{drop}, y_{drop})$ と定義する。 \mathbf{x}_{drop} は親液滴の位置を示すと考えられる。特性時間で無次元化された時間に対する、初期液滴直径で無次元化された \mathbf{x}_{drop} の流れ方向成分 x_{drop} を図 4.29 に示す。図 4.29 から、平均値が最小となる流れ方向位置 x_{drop} の挙動は Weber 数によらないことがわかる。また、水の液滴とヘキサン液滴の結果は同様であった。最も平均輝度値が小さくなる位置 \mathbf{x}_{drop} の時間変化率を $\mathbf{u}_{drop} = (u_{drop}, v_{drop})$ と定義し、図 4.29 で示される x_{drop} を時間差分することで u_{drop} を算出する。図 4.30 は特性時間 t_d で無次元化された時間に対する、特性速度 u_d (式(4.6)) で無次元化された u_{drop} を示す。図 4.30 から、図中破線で示される、 $t/t_d = 1.1$ 程度までは、Weber 数や液体種によらず、 u_{drop} は概ね同じ結果である。しかしながら、 $t/t_d = 1.1$ 程度を超えると、振動し始め、 u_{drop} は一意に決まらないことがわかる。このようになる要因は、微粒化によって親液滴が小さくなり、親液滴の大きさが微粒化によって形成されるフラグメントの大きさと同程度になることで、最小輝度値の位置が親液滴の位置を指し示さなくなるためであると考えられる。また、フラグメントと区別がつかない程度までに親液滴が小さくなれば、親液滴が完全に崩壊されたとして適切であると考えられるため、

$$\frac{t_{dis}}{t_d} = 1.1, \quad (4.22)$$

を無次元親液滴崩壊時間として検討する．ここで， t_{dis} は親液滴崩壊時間を示す．

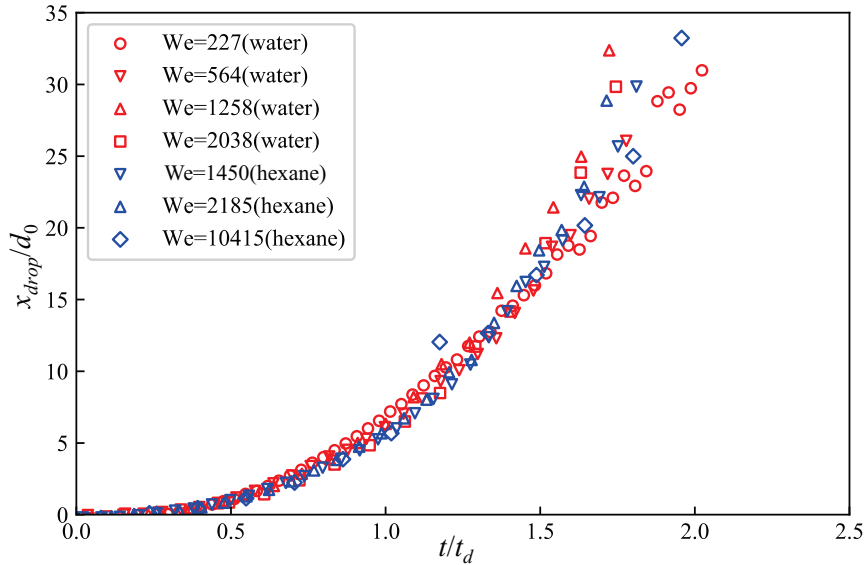


Fig. 4.29 Location of minimum average intensity value normalized initial liquid drop diameter as a function of t/t_d . Results of cases 3 to 9 for the conditions in table4.2.

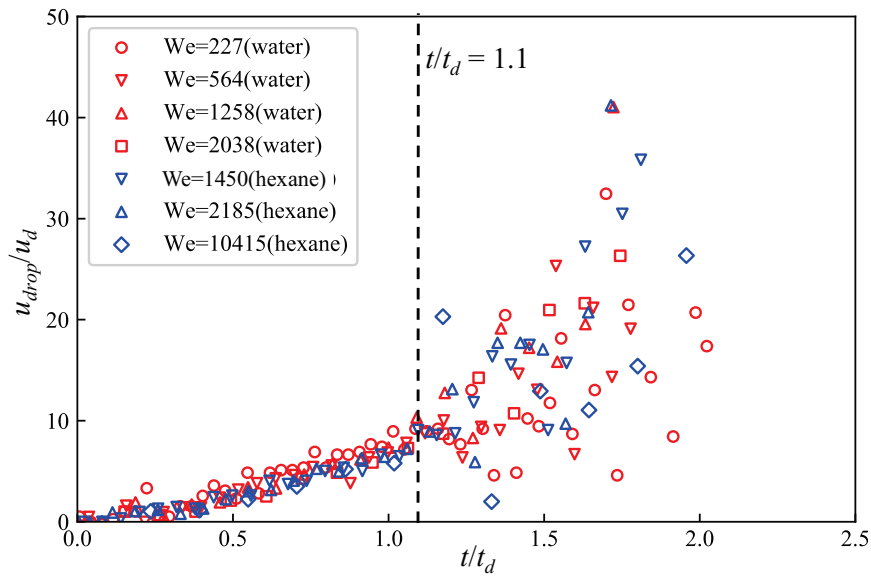


Fig. 4.30 Velocity of minimum average intensity value normalized initial liquid drop diameter as a function of t/t_d . Results of cases 3 to 9 for the conditions in table4.2.

図 4.31 は， $We = 227$ (water)での撮影画像に背景除去処理および正規化処理を施した結果を示す．図 4.5 で示した $We = 187$ における液滴微粒化挙動と同様に， $t/t_d = 0.22$ (図 4.31(b)) において突出部が確認され，その突出部が下流側へ伸長し，突出部の先端が崩壊することで微細液滴が形成さ

れる (図 4.31(c)). 親液滴周囲における微粒化が継続的に行われることで, 親液滴は徐々に小さくなり, $t/t_d = 1.09$ (図 4.31(f)) では, 初期の親液滴に比べ大幅に小さくなっていることがわかる. さらに, 時間が経過して $t/t_d = 1.30, 1.52$ (図 4.31(g)(h)) では, 親液滴を同定することができない. すなわち, $t/t_d = 1.1$ の直前では親液滴は非常に小さくなっており, $t/t_d = 1.1$ 以降では親液滴が消失したとすることが適切であると考えられる.

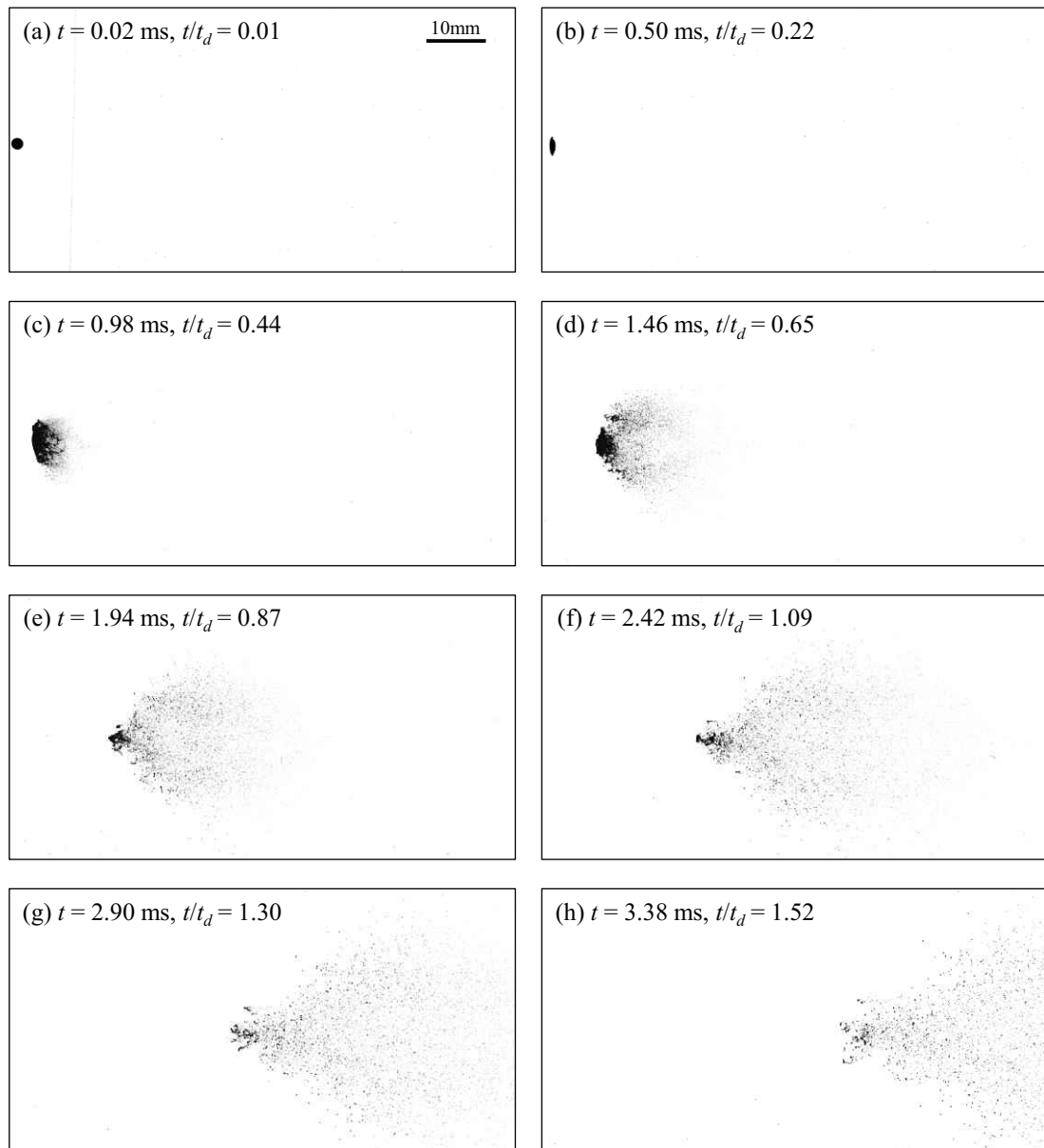


Fig. 4.31 Image of liquid drop breakup for $We = 227$, $M_s = 1.13$, $M_2 = 0.19$, $Re = 1.3 \times 10^4$, $u_2 = 68$ m/s, $\rho_2 = 1.49$ kg/m³, $T_2 = 38^\circ\text{C}$ and $d_0 = 2.39$ mm (case3 of table 4.2).

図 4.32 は、 $We = 1258$ (water)での撮影画像に背景除去処理および正規化処理を施した結果を示す。 $t/t_d = 0.73$ (図 4.32 (d)) までは液滴周囲における剥ぎ取りによる微粒化が継続する。その後は、液滴周囲における剥ぎ取りに加え、 $t/t_d = 1.00$ (図 4.32 (e)(f)) で見られるように薄くなった親液滴が分裂する。 $t/t_d = 1.27$ (図 4.32 (f)) では、親液滴分裂によって形成されたと考えられる、微細液滴と比較して大きな液塊が散見される。親液滴の分裂は確率的な現象であると考えられ、毎度の撮影で分裂によって形成されるそれら液塊位置は異なる。したがって、 $t/t_d = 1.1$ 程度で x_{drop} が一意に決まらなくなる理由は、 $t/t_d = 1.1$ 程度で確率的な親液滴分裂が生じるためである。 $t/t_d = 1.1$ 程度で親液滴が分裂されるため、この時間を親液滴崩壊時間として定義することは適切であると考えられる。図 4.29 および図 4.30 に示される条件の中で $We = 227$ (water)を除く、他の条件においても、同様の要因で、 $t/t_d = 1.1$ 程度を過ぎると x_{drop} が一意に決まらなくなる。以上から式(4.22)は親液滴が崩壊する時間と解釈することができる。

図 4.29 から、初期液滴直径で無次元された親液滴が崩壊する位置 x_{dis} は

$$\frac{x_{dis}}{d_0} = 8.4, \quad (4.23)$$

で与えられることがわかる。したがって、親液滴が初期液滴の約 8.4 倍移動する間に微粒化が完了するといえる。

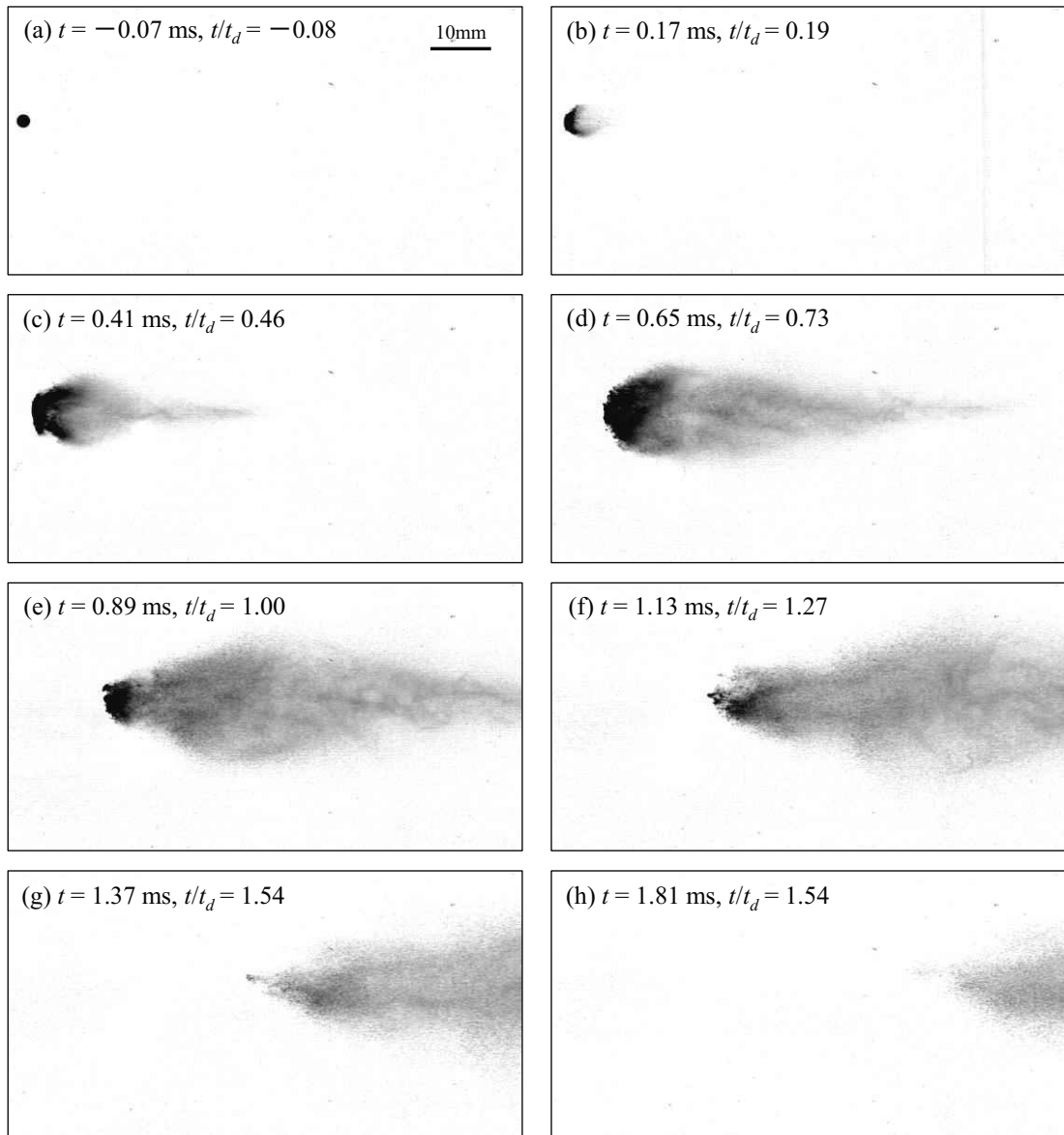


Fig. 4.32 Image of liquid drop breakup for $We = 1258$, $M_s = 1.29$, $M_2 = 0.40$, $Re = 3.4 \times 10^4$, $u_2 = 147$ m/s, $\rho_2 = 1.84$ kg/m³, $T_2 = 69^\circ\text{C}$ and $d_0 = 2.29$ mm (case5 of table 4.2).

4.7.2 過去の研究との比較

過去の研究では、完了時間とみなすことができる微粒化時間が様々に定義されてきた。Pilch and Erdman^[40]は、親液滴およびフラグメントのさらなる分裂が生じなくなる時間をトータル微粒化時間 t_{tot} と定義し、その予測式

$$\frac{t_{tot}}{t_d} = \begin{cases} 2.46(We-12)^{-0.25}, & 12 \leq We \leq 18, \\ 1.01(We-12)^{0.25}, & 18 \leq We \leq 45, \\ 5.79(We-12)^{-0.25}, & 45 \leq We \leq 351, \\ 0.315(We-12)^{0.25}, & 351 \leq We \leq 2670, \\ 2.26, & 2670 \leq We, \end{cases} \quad (4.24)$$

を提案した。加えて、Pilch and Erdman^[40]は、コヒーレントな残留液滴が存在しなくなる時間をプライマリー微粒化時間 $t_{primary}$ と定義し、その予測式

$$\frac{t_{primary}}{t_d} = 0.513, \quad We > 350, \quad (4.25)$$

を提案した。ここで、親液滴のコヒーレント部分は図 4.33(d)に示される親液滴の赤枠内の部分である。予測式が得られた一方で、wave crest stripping によって親液滴が完全に覆われるため、Weber 数が 350 を超えるとプライマリー微粒化時間を決定することは困難となると述べられている^[40]。プライマリー微粒化時間に似た定義として、Theofanous et al.^[56]は親液滴のコヒーレント部分の体積がゼロになる時間を、完全消滅時間 t_{ann} と定義し、その予測式

$$\frac{t_{ann}}{t_d} = 0.246, \quad We > 1500, Oh < 0.1, \quad (4.26)$$

を提案した。完全消滅時間は、YAG-LIF 可視化によって得られるコヒーレント部分の質量変化から見積もられた。さらに、その結果は液滴微粒化挙動のシャドー撮影画像および反射光撮影画像を用いて確認されている^[56]。図 4.33 は Weber 数 2.0×10^2 の液滴微粒化の撮影結果を示す。図 4.33 から、主観的な判断が入るが、 $t/t_d = 0.40 \sim 0.50$ の間に親液滴のコヒーレント部分が完全に消滅すると考えられる。この時間は式(4.25)で予測されるプライマリー微粒化時間と、式(4.26)で予測される完全消滅時間の間にあることがわかる。これから、本研究結果におけるコヒーレント部分がなくなるタイミングは過去の研究と概ね一致していることがわかる。

本研究では、フラグメントと区別がつかない程度までに親液滴が小さくなったときを、親液滴崩壊時間とし、その予測式(4.22)を提案した。ここで、過去の研究と比較し、式(4.22)の妥当性を検証する。親液滴崩壊時間は過去の研究においては測定されておらず、過去の研究と本研究の直接的な比較はできない。しかしながら、親液滴が崩壊する時間の予測式(4.22)は式(4.25)や式(4.26)より大きいことがわかり、微粒化によって形成されるフラグメントと親液滴が同等になるタイミングは、コヒーレント部分の消失の後に訪れるため、過去の研究と矛盾はしない。さらに、式(4.24)から予測されるトータル液滴微粒化時間に比べ、親液滴崩壊時間は小さい。親液滴およびフラグメントのさらなる分裂が生じなくなるタイミングより先に親液滴は崩壊すると考えられるため、式(4.22)と式(4.24)は矛盾しないといえる。現時点では、間接的な比較にとどまっているが、信頼

性の高い圧縮性気液二相流解析コードを用いた直接数値解析によって、その妥当性を直接検証することができる。

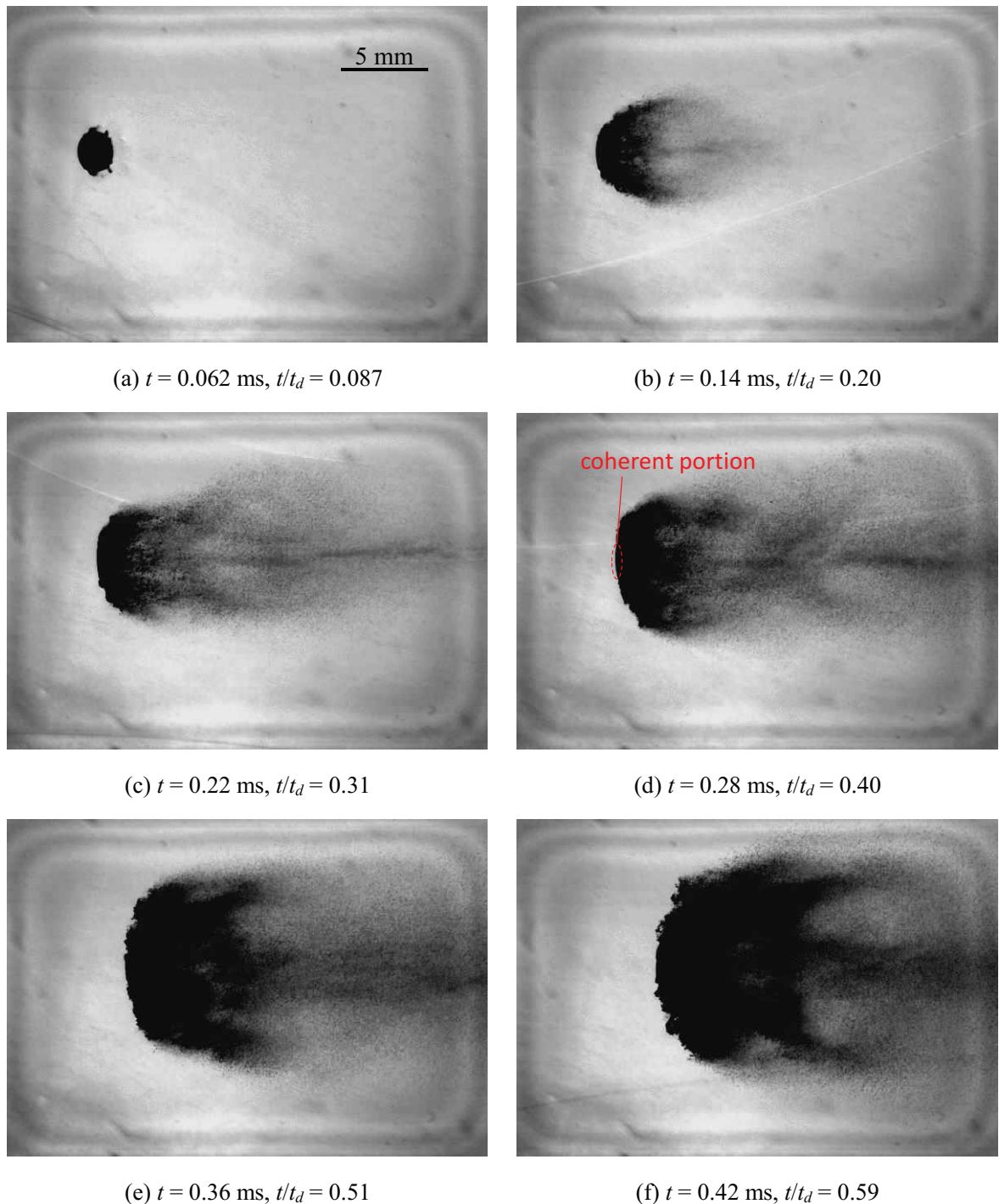


Fig. 4.33 Image of liquid drop breakup for $We = 2.0 \times 10^2$, $Re = 4.4 \times 10^4$, $M_s = 1.4$, $M_2 = 0.50$, $u_2 = 1.8 \times 10^2 \text{ m/s}$, $\rho_2 = 2.0 \text{ kg/m}^3$, $T_2 = 86 \text{ }^\circ\text{C}$, $d_0 = 2.3 \text{ mm}$. The red frame is the coherent portion. These images are obtained by pulsed laser back light visualization.

4.8 スクラムジェットエンジンへの適用

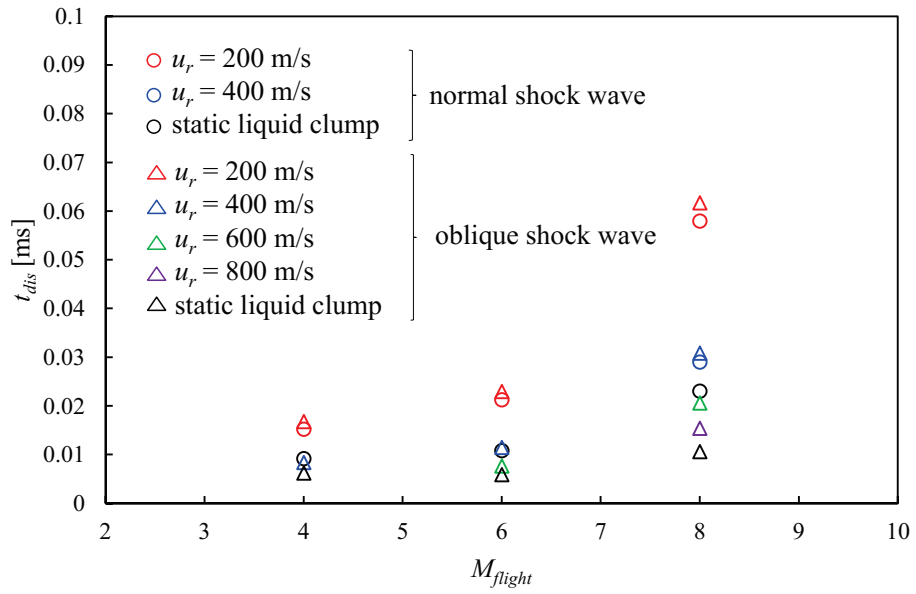
燃焼器における流体の滞在時間は数ミリ秒以下と非常に短い。スクラムジェットエンジンでは、この短い時間の間に、微粒化、蒸発、空気との混合、燃焼といった素過程からなる噴霧燃焼を完全に完了させる必要がある。そこで、本研究で提案した親液滴崩壊時間予測式(4.22)を用いて、素過程の一つである微粒化に要する時間を見積もり、微粒化に要する時間と流体滞在時間を比較する。

親液滴崩壊時間を式(4.22)から見積もるためには、secondary breakup の長さスケール、気体密度、気体と液塊の相対速度を与える必要がある。そこで、Mach 数 4, 6, 8 で飛行することを想定されたスクラムジェットの燃焼器の入り口の状態（第 1 章の表 1.3 参照）から、式(1.8)を使って、secondary breakup の長さスケールを見積もる。気体密度は表 1.4 および 1.5 から得られる。今回は気体と液塊の相対速度に関しては、様々な値を振る。液体燃焼としては、液体密度が 654.82 kg/m^3 であるヘキサンを想定し、噴射孔直径 D は 1 mm とする。また、飛行条件からスクラムジェットエンジンのインレット入口の状態および舳先衝撃波後方の状態を求め、式(1.8)と式(4.22)を用いることで、 M_{flight} を関数とする親液滴崩壊時間 t_{dis} の予測式を構築することができる。これがわかると、飛行 Mach 数から親液滴崩壊時間、すなわち微粒化の時間スケールを直接得ることができるが、今回は飛行 Mach 数が 4, 6, 8 の場合で微粒化に要する時間と流体滞在時間の比較を行う。

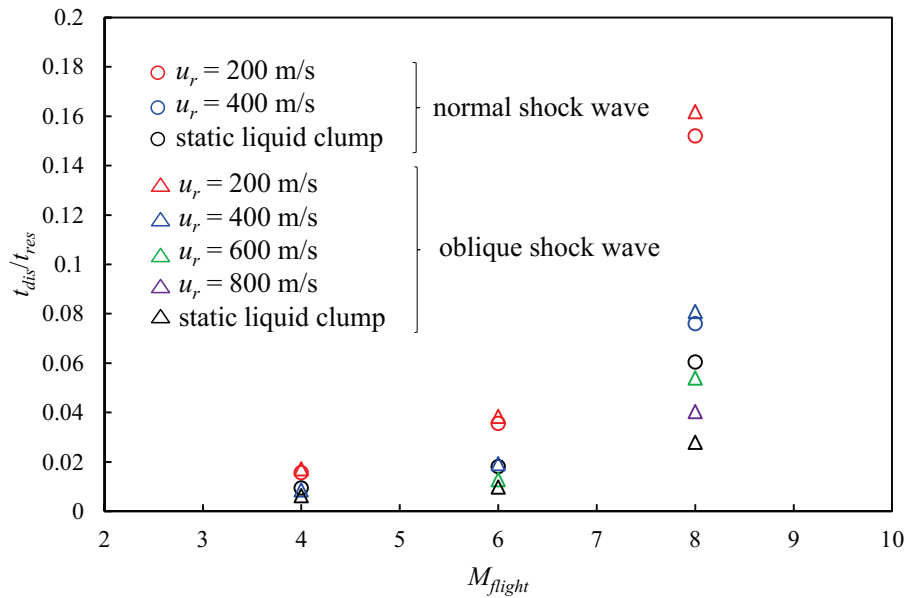
図 4.34(a)は飛行 Mach 数に対する、secondary breakup における親液滴が消失するまでの時間を示し、これを secondary breakup の時間スケールと考える。スクラムジェットエンジンの燃焼器に流体が滞在する時間（流体滞在時間 t_{res} ）を

$$t_{res} = \frac{L_{combustor}}{u_{2,sj}}, \quad (4.27)$$

と定義する。ここで、 $u_{2,sj}$ はスクラムジェットエンジンの燃焼器入口の気流速度、 $L_{combustor}$ は燃焼器の長さをそれぞれ示す。 $L_{combustor}$ には地上試験^[8]で用いられたエンジンの燃焼器長さ 800 mm を与えた。第 1 章の表 1.3 から得られる飛行 Mach 数が 4, 6, 8 における燃焼器入口速度 u_2 から流体滞在時間 t_{res} は、飛行 Mach 数が 4, 6, 8 でそれぞれ 0.97 ms , 0.60 ms , 0.38 ms である。この値を使い、流体滞在時間 t_{res} で無次元化された親液滴消失時間 t_{dis} を図 4.34(b)に示す。図 4.34(a)から、相対速度が減少すると親液滴消失時間 t_{dis} は大きくなることがわかる。これは、相対速度が小さくなると、気体が液体に与える影響が小さくなり、微粒化に要する時間が大きくなるためである。また、飛行 Mach 数が増加すると、親液滴崩壊時間 t_{dis} が大きくなることがわかる。これは、エンジンに流入する空気の密度が小さいことが要因であると考えられる。図 4.34(b)から、流体滞在時間 t_{res} で無次元化された親液滴崩壊時間 t_{dis} は、相対速度が減少すると大きくなることがわかる。これは、図 4.34(a)から親液滴崩壊時間 t_{dis} の増加および、エンジンに流入する空気の高速化による流体滞在時間 t_{res} の減少によってもたらされる。しかしながら、図 4.34(b)から飛行 Mach 数が 4 および 6 では、相対速度 u_r が小さくとも、流体滞在時間 t_{res} に対する親液滴崩壊時間 t_{dis} は 5%程度であり、飛行 Mach 数が 8 におけるそれは最大でも 14%程度である。以上から、流体滞在時間と比較して微粒化に要する時間は小さいことが明らかとなった。



(a) actual time



(b) normalized time

Fig. 4.34 Predicted annihilation time of liquid drop as a function of flight Mach number for various relative velocity of liquid clump.

4.9 結言

過去の研究では撮影された画像を視覚的に観察し、液滴微粒化開始時間が測定されていた。そのため、測定者によって、得られる結果が異なる懸念がある。そこで、本研究では、測定者によらない液滴微粒化開始時間の測定方法を3つ提案した。まずは、親液滴重心位置を画像解析によって導出し、その時間変化を得た。得られた結果から重心位置が急激に大きくなることがわかり、急増が生じる時間を内挿によって求めた。その時間を液滴微粒化画像と見比べると、その時間ときに概ね微粒化が開始することがわかり、微粒化開始時間として検討された。次に、微粒化画像の中央部を抽出し、時間順に積み重ねた。そのように作られた画像では、液体領域が下流側に大きく発達し始める時間が見られた。この時間も微粒化開始時間として検討された。最後に、同条件において、複数回実験を行うことで得られる平均輝度値分布から親液滴体積を取得し、その時間変化から微粒化開始時間を測定する方法を提案した。以上3つの測定方法で得られる微粒化開始時間は、高時間分解能撮影で得られる微粒化時間と概ね一致することがわかった。したがって、新たに提案した3つの微粒化開始時間の測定方法は妥当であることが確認された。画像を視覚的に見て微粒化開始時間を判断する方法とは異なり、親液滴重心法および平均輝度値法では低時間分解能撮影で得られる画像においても正確な微粒化開始時間を求めることができる。さらに、得られた結果にフィッティングさせることで、液滴微粒化開始時間の予測式(4.21)を提案した。また、無次元液滴微粒化開始時間 t_s/t_d はその時間までに剛体球の直径に対する移動距離を示す。しかしながら、液滴は剛体球とは異なり時間と共に扁平化するため、剛体球に比べ親液滴ははやく下流にいくと考えられる。そこで、実際に液滴が直径分だけ移動したときの時間で無次元化された液滴微粒化開始時間 t_s/t_G を t_s/t_d と比較した。その結果、 t_s/t_d は微粒化開始までの液滴移動量を過小評価していることがわかった。

親液滴が崩壊する時間について評価した。平均輝度値が最小となる流れ方向位置を取得し、その差分値を求めた。差分値は初期では単調に増加するが、ある無次元時間を境に振動しはじめる。さらに、この無次元時間は条件によらず同様の値となる。撮影画像を見ると、高 Weber においてはこの時間で確率的な親液滴の分裂が生じることが確認された。そのため、この時間を親液滴崩壊時間として定義することは適切であると考えられる。したがって、親液滴崩壊が起こる無次元時間は条件によらず一定であり、親液滴崩壊時間の予測式(4.22)を提案した。さらに、親液滴崩壊までの親液滴移動量の Weber 数によらない予測式(4.23)を提案した。

本研究で提案した式(4.22)から親液滴崩壊時間(微粒化特性時間) t_{dis} を求め、スクラムジェットエンジンの燃焼器における流体滞在時間 t_{res} と微粒化特性時間 t_{am} を比較した。その結果、流体滞在時間と比較して微粒化に要する時間は小さいことが明らかにされた。

第 5 章 微細液滴の粒度分布

5.1 緒言

微粒化によって形成された微細液滴の径は液体燃料の蒸発率に影響を及ぼし、結果として、燃焼過程に大きな影響を与える。そのため、微粒化によって形成された微細液滴の径を予測することは重要となる。過去の研究では、bag breakup 形態や sheet-thinning breakup 形態が見られる Weber 数が $10^1 \sim 10^2$ オーダーにおける液滴微粒化の粒度分布は測定された^[10,19]。しかしながら、スクラムスクラムジェットエンジンの secondary breakup では、Weber 数が 10^3 オーダーになると想定される。そこで、本研究では、Weber 数が 10^3 オーダーにおける液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布を明らかにすることが目的である。

本研究では、顕微鏡を用いて微細液滴を超高解像度で撮影し、撮影画像を処理することで微細液滴の粒径を測定する。そこで、画像処理による粒径測定に向け、被写体とカメラレンズ（顕微鏡）の距離を任意に制御できる較正装置を用いて、測定誤差の把握および被写界深度の定量化を行う。

5.2 実験方法

本研究では、液滴の微粒化によって形成される微細液滴からなる噴霧を、顕微鏡をカメラレンズとする高速度カメラで拡大して撮影する。得られた画像を画像処理することで微細液滴のサイズを測定する。微粒化で形成される微細液滴の径は数 μm から数 $10 \mu\text{m}$ と小さいこと、条件によっては気流速度が 100 m/s 以上のような高速であることから、撮影画像に微細液滴の移動による軌跡が写らないようにするために露光時間を非常に短くすることが求められる。図 5.1 は、露光時間の間に粒子が移動する距離を粒子の移動速度に対して示す。ここで、 20 ns は高周波数パルスレーザー（CAVITAR 社、Cavilux Smart）の閃光時間であり、 293 ns は Photron の高速度カメラである SA-X2 の最小のシャッター速度である。図 5.1 から、露光時間が 293 ns では、露光時間における微細液滴の移動量は大きいことがわかる。例えば、微細液滴が 60 m/s で移動するとき、露光時間における微細液滴の移動量は $18 \mu\text{m}$ 程度である。これは、微細液滴径が数 $10 \mu\text{m}$ であることを考慮すると、無視できない誤差が生じてしまう。一方で露光時間が 20 ns における微細液滴移動量は非常に小さい。そこで、微細液滴サイズの測定では、光源としてパルスレーザーを用いる。

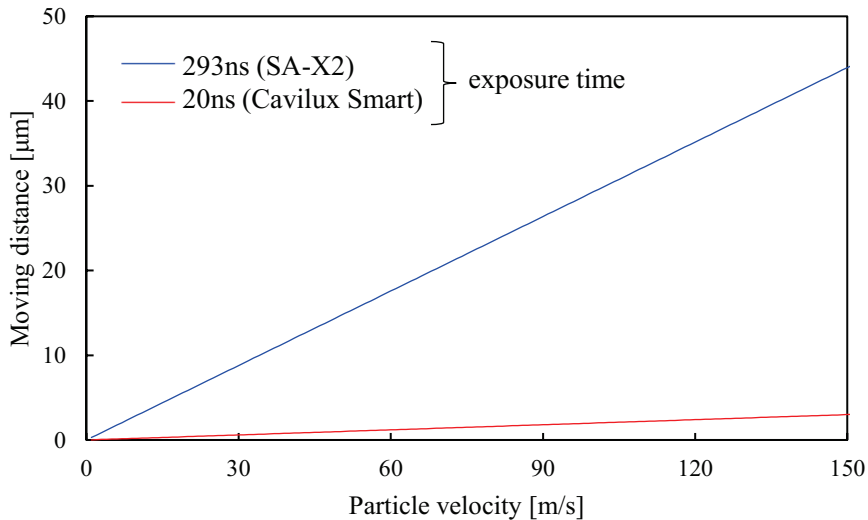


Fig. 5.1 Particle moving distance during expose time as a function of particle velocity.

図 5.2 は、液滴微粒化によって形成される微細液滴からなる噴霧を、超高解像度で撮影する装置の概略図である。高速度カメラ（ナックイメージテクノロジー社，MEMRECAM ACS-1）に長距離顕微鏡を装着し、液滴微粒化を超高解像度で撮影する。パルスレーザー（CAVITAR 社，Cavilux Smart）をバックライトとして使用する。顕微鏡を用いて超拡大撮影を行うため、液滴と衝撃波の衝突が見られる領域がカメラの撮影範囲外である。そこで、干渉位置を把握するために、パルスレーザーヘッドの横にもう一台高速度カメラ（フォトロン社，FASTCAM SA-X2）を置き、液滴と衝撃波の衝突が見られる領域を撮影する。こちらのカメラでは、メタルハライドによって照らされた液滴からの反射光を受光する。両高速度カメラの撮影領域の位置関係を予め把握しておくことで、長距離顕微鏡が装着されたカメラの撮影領域と干渉位置との位置関係がわかる。正確な粒度分布を得るためには、サンプルサイズを大きくすることが求められる。そのため、繰り返し実験を行う必要があるが、一度の実験でより多くの微細液滴を撮影することで、繰り返し数を小さくすることができ、効率的にデータを取得することができる。そこで、顕微鏡が装着された高速度カメラ（MEMRECAM ACS-1）の撮影条件について、フル解像度（1280×896）とし、撮影速度は 50,000 fps と高速に設定する。また、露光時間はパルスレーザーの閃光時間 20 ns または 30 ns である。

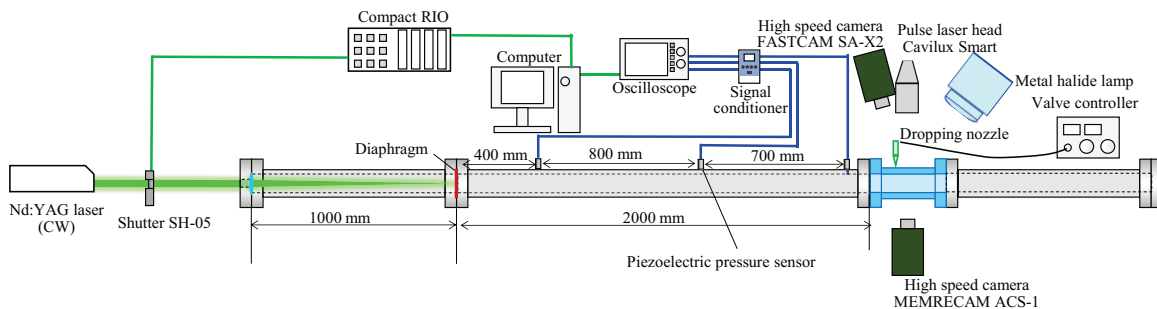


Fig. 5.2 Measurement apparatus for particle size and number density in drop breakup.

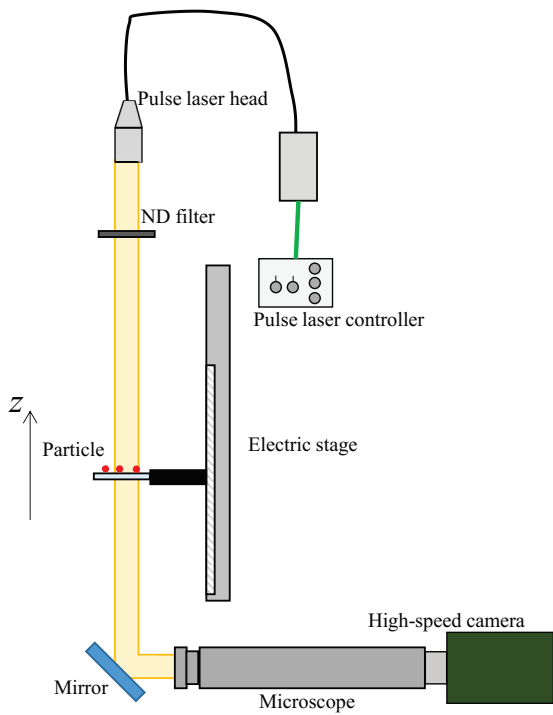
5.3 較正実験

粒子が写された撮影画像から粒径を測定する方法は主に次の2つの方法が知られている。まず、画像を二値化することで得られる粒子面積から等価直径を算出する方法^[51]である。次に、輝度勾配から界面位置を抽出して、直径を算出する方法^[63]である。いずれの方法においても、ユーザー指定のしきい値を要するため、粒径測定実験の時と同様の光源やレンズを用いて較正を行い、最適なしきい値を決定する必要がある。

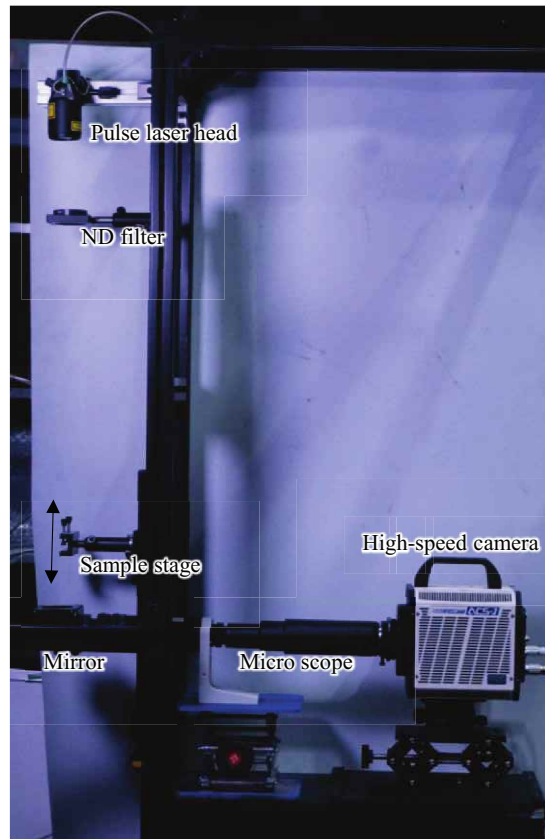
図 5.3 は Takagaki et al.^[51]の論文を参考に製作した較正装置の概略図および写真を示す。光源として用いるパルスレーザーのヘッドからレーザーが発振され、平面鏡によって高速度カメラのへとレーザーが反射される。サンプル台は電動ステージ (THORLABS 社, LTS300/M) に取り付けられており、鉛直方向 (図 5.3(a)の z 方向) に動かすことでワーキングディスタンスを変化させることができる。この機能は、被写界深度を定量化するとき使用される。ND フィルタの光学濃度を変更することで、撮影画像の背景輝度値を制御することができる。また、真球状微粒子ポリマー (積水化成品, テクポリマー) を較正粒子と使用し、その大きさは走査型電子顕微鏡 (日立ハイテク, S-4300) で拡大することで測定する。図 5.4 は較正粒子を電子顕微鏡で撮影した結果を示す。図 5.4 から、電子顕微鏡を用いることで、較正粒子の輪郭を鮮明に捉えることができ、その正確なサイズを取得することができる。そこで、本研究では、電子顕微鏡の撮影結果から得られる較正粒子の直径を真の直径 d_{true} とみなす。顕微鏡の倍率は 0.57 ~ 9.2 倍まで変化させることができる。本研究では、顕微鏡に 2.5 倍のレンズを装着して用いる。さらに倍率を高くするときは、2 倍のテレコンバータを使用する。表 5.1 に較正実験時の顕微鏡倍率、レンズおよびテレコンの有無と、対応するトータル倍率、画像上におけるピクセル幅 h をそれぞれ示す。

Table 5.1 Magnification and pixel width on the picture.

Microscope magnification	Lens (×2.5)	Teleconverter (×2)	Total magnification	Pixel width h [μm]
×3.2	○	×	8	2.76
×5	○	×	12.5	1.77
×9.2	○	×	23	0.96
×9.2	○	○	46	0.53



(a) Schematic image



(b) Photograph

Fig. 5.3 Calibration apparatus for particle size and number density measurement.

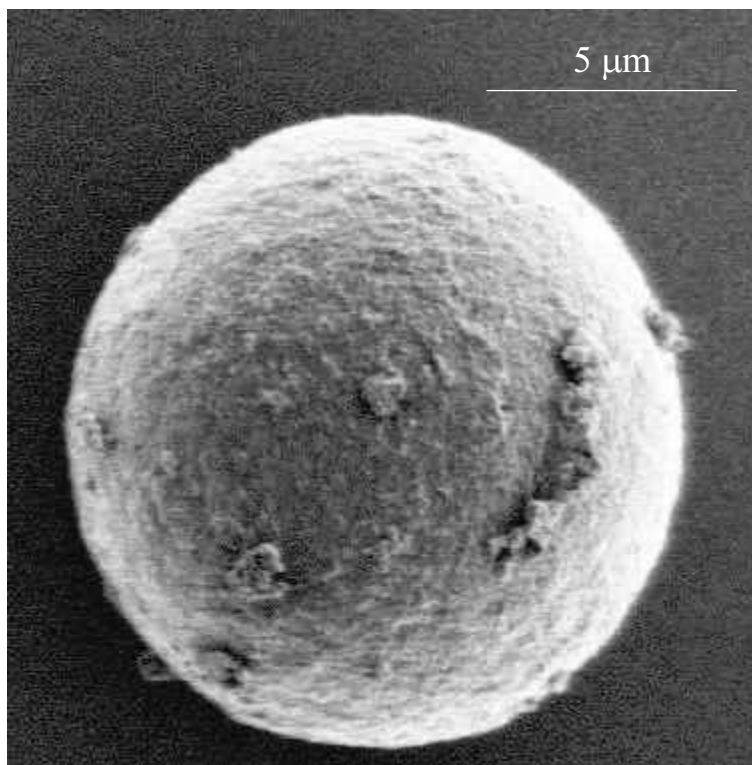


Fig. 5.4 Calibration particle observed by electron microscope.

5.3.1 粒子直径のしきい値の較正

図 5.3 から得られる撮影画像には、複数の粒子が写り、ここでは粒子番号 i を導入する。得られた撮影画像に対して二値化を施すことで、粒子を抽出し、 i 番粒子の面積 $A_{m,i}$ を求め、それから等価直径 $d_{m,i}$ を

$$d_{m,i} = \sqrt{\frac{4}{\pi} A_{m,i}}, \quad (5.1)$$

と算出する。正規化された二値化のしきい値

$$\tilde{I}_t = \frac{I_{t,i}}{I_{bd,i} - I_{min,i}}, \quad (5.2)$$

を較正実験において得る。ここで、 $I_{bd,i}$ は i 番粒子周りの平均輝度値、 $I_{min,i}$ は i 番粒子の最小輝度値をそれぞれ示す。 \tilde{I}_t の較正はピントの合う位置の写真を用いる。ここで、 i 番粒子周りの平均輝度値 $I_{bd,i}$ は

$$I_{bd,i} = \frac{\sum_{(j,k) \in \Gamma_i} I_{(j,k)}}{\sum_{(j,k) \in \Gamma_i} 1}, \quad (5.3)$$

と与えられる。ここで、領域 Γ_i は

$$\Gamma_i = \left\{ (j,k) \mid d_c < \sqrt{(x_c - x_j)^2 + (y_c - y_k)^2} < 2d_c \right\}, \quad (5.4)$$

によって与えられる。式(5.2)からわかるように、しきい値 $I_{t,i}$ を得るためには、 i 番粒子の背景輝度値 $I_{bd,i}$ と最小輝度値 $I_{min,i}$ を必要とする。そのため、それらを得るためにまずは、しきい値 $I_t = \tilde{I}_t I_{cal}$ で二値化し、粒子を抽出する。ここで、 I_{cal} は粒子の写っていない画像の平均輝度値である。 d_c , x_c , y_c はこの二値化で得られる微細液滴の直径、 x 方向図心位置、 y 方向図心位置をそれぞれ示す。

電子顕微鏡で撮影された較正粒子の直径を d_{true} と置き、それと測定される粒子直径 d_m との差から誤差 E を

$$E = \frac{d_m - d_{true}}{d_{true}}, \quad (5.5)$$

と定義する。二値化のしきい値 I_t を大きくするにつれて式(5.1)で得られる直径は大きくなり、 $E = 0$ を迎えた後、誤差は大きくなっていく。ここでは、トータル倍率が 8, 12.5, 23 および 46 倍における、誤差 E がゼロ、 ± 0.1 になる正規化されたしきい値 \tilde{I}_t を、ピクセル幅 h で正規化された d_{true} の関数として図 5.5 に示す。また、誤差 E がゼロ、 ± 0.2 になる正規化されたしきい値 \tilde{I}_t を図 5.6 に示す。なお、画像は 256 階調であり、連続的ではないので、しきい値は内挿することで与える。図 5.5 は $E = 0.1$ となるしきい値と $E = -0.1$ となるしきい値の間のしきい値であれば、測定される直径の誤差は 10% の収まることを示している。同様に、図 5.6 は $E = 0.2$ となるしきい値と $E = -0.2$ となるしきい値の間のしきい値であれば、測定される直径の誤差は 20% の収まることを示している。図 5.5 から、しきい値のばらつきは大きいですが、較正粒子の直径が小さくなるにつれて、誤差 10% 以内に収まるしきい値の幅が小さくなるのがわかる。図 5.6 から同様に、し

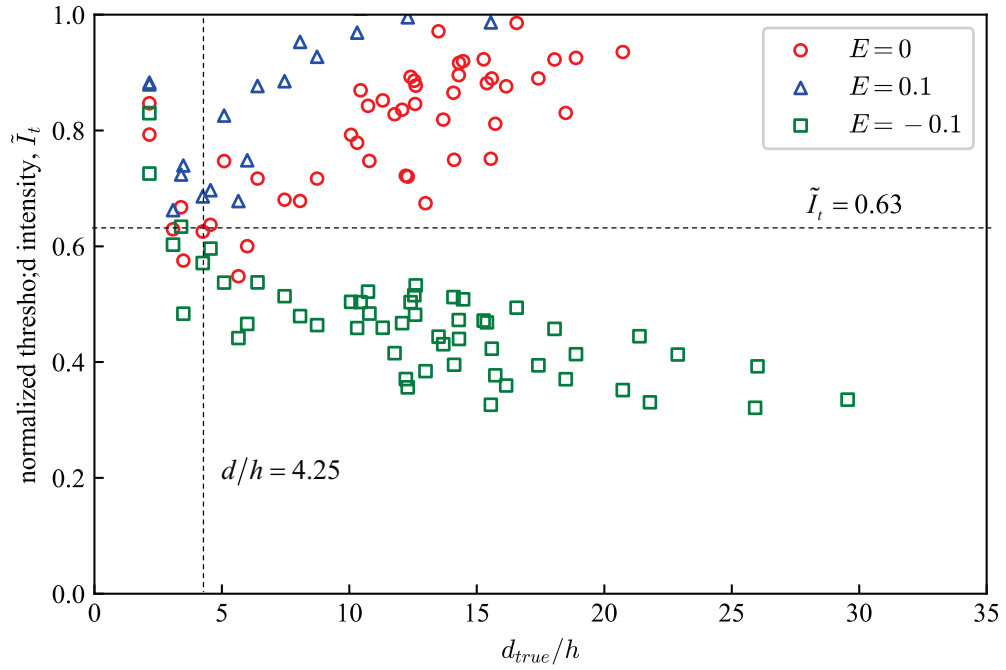
きい値のばらつきは大きいですが、較正粒子の直径が小さくなるにつれて、誤差 20%以内に収まるしきい値の幅が小さくなることがわかる。誤差 E はしきい値 \tilde{I}_t の関数として示され、誤差範囲

$$-0.1 \leq E(\tilde{I}_t) \leq 0.1, \quad (5.6)$$

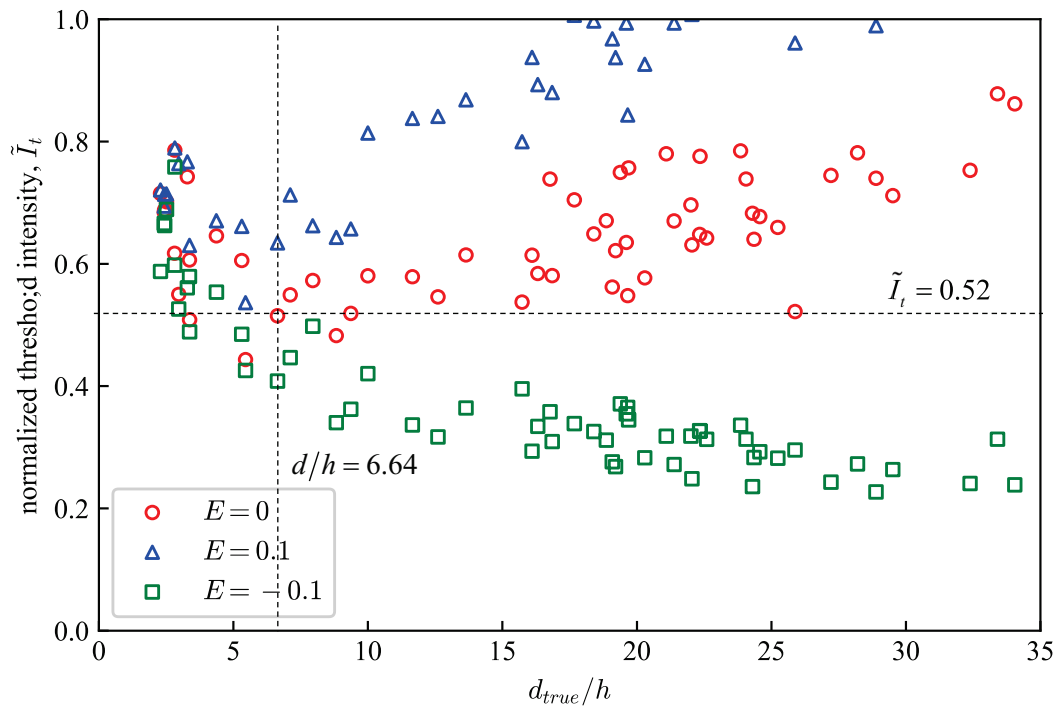
を満たすしきい値 \tilde{I}_t を探す。このようなしきい値 \tilde{I}_t から得られる誤差 E はいかなる粒径においても式(5.6)を満たし、誤差が 10%以内に収まるといえる。しかしながら、図 5.5 の粒径が小さい領域を見ると、そのようなしきい値 \tilde{I}_t は得られないことがわかる。そこで、

$$d_{true}/h > d_l/h, \quad (5.7)$$

の範囲内で式(5.6)を満たすしきい値 \tilde{I}_t が見つかることを考える。このとき、最小の d_l ($d_{l,min}$) およびそのときのしきい値 \tilde{I}_t を表 5.2 に示す。 $d_{l,min}$ は誤差 10%以内で測定可能な粒径の目安を示す。ただし、図 5.5(d)に示される倍率が 46 倍の $d/h = 12$ 程度（図中の実線楕円で囲われた部分）における $E = 0$ のしきい値は他と大きく異なるが、これは注目している粒子の周りに他の粒子が存在し、背景輝度値が小さくなるためである。そこで、 $d_{l,min}$ の導出では、このデータは無視した。また、このプロセスで得られたしきい値 \tilde{I}_t で粒径が測定されたとき、誤差 20%以内に収まる最小の較正粒子直径 ($d_{l,min}$) も表 5.2 に示す。 $d_{l,min}$ はしきい値 \tilde{I}_t で得られる粒径の誤差が 20%に収まる最小の粒子直径の目安を意味する。表 5.2 から倍率が大きくなるにつれて、 h で正規化された $d_{l,min}$ および $d_{l,min}$ が大きくなることがわかる。これは、倍率が大きくなるにつれて、分解能を考慮したときの測定精度は低下することを示す。さらに、23 倍と 46 倍に比較すると、倍率が 2 倍も異なるにも関わらず、 $d_{l,min}$ および $d_{l,min}$ の差は小さい。したがって、バックライト撮影で得られる画像を用いた粒径測定では、いかに倍率を大きくしても小さな誤差で測定できる最小粒子には限りがあると予想される。

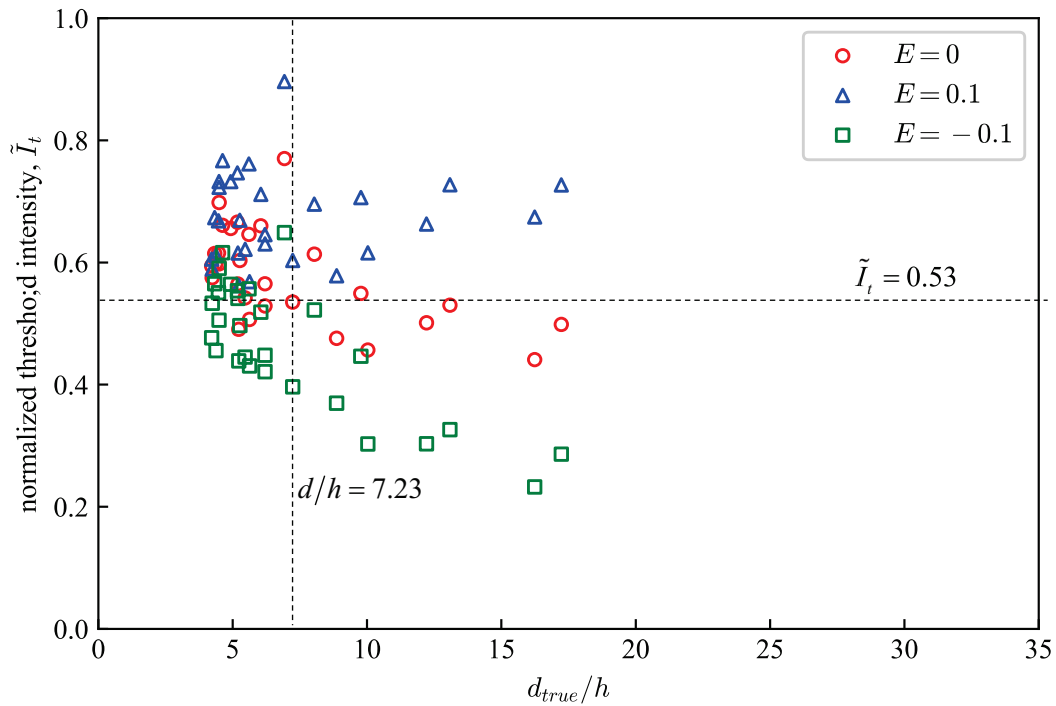


(a) Magnification is 8

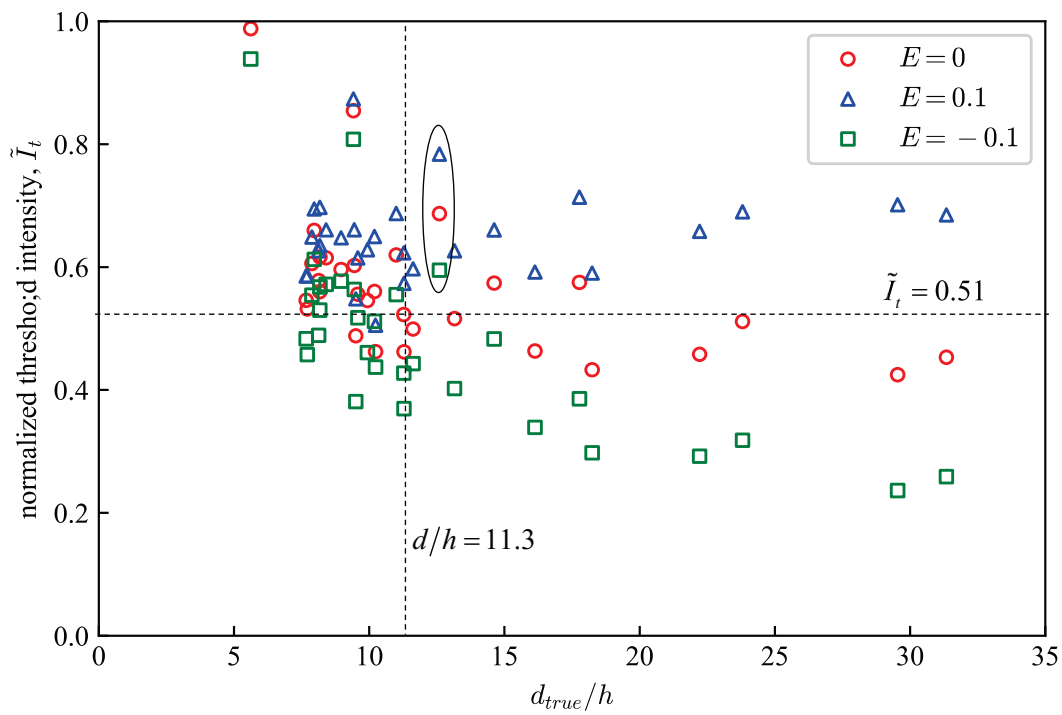


(b) Magnification is 12.5

Fig. 5.5 Normalized intensity value when the error is $-0.1, 0, 0.1$ at each magnification of microscope as a function of true particle diameter normalized by pixel width.

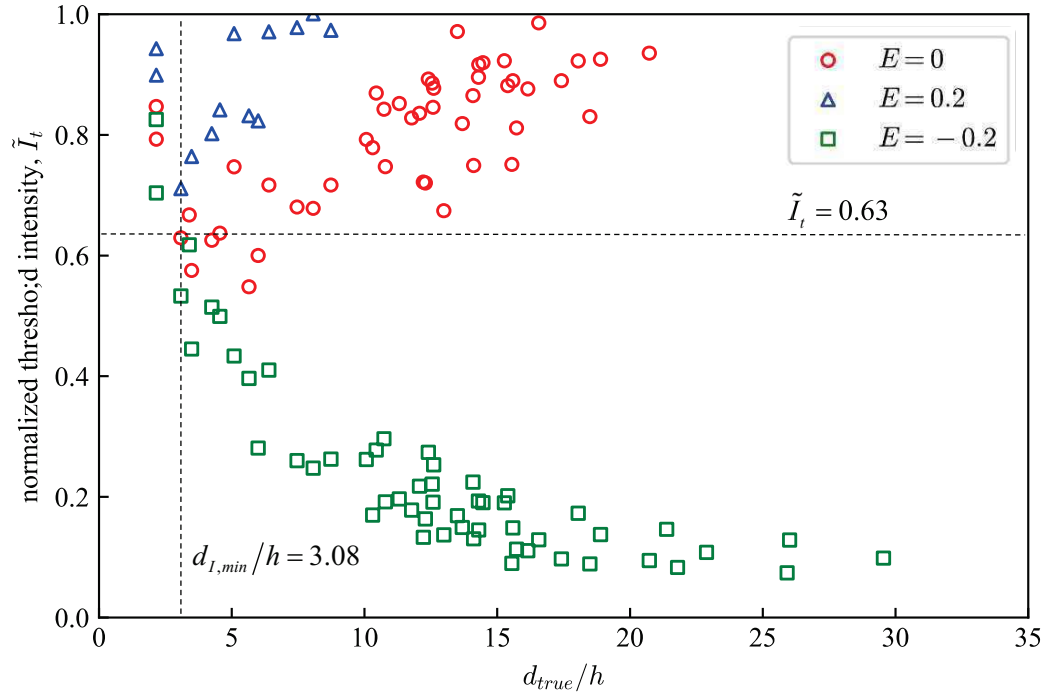


(c) Magnification is 23

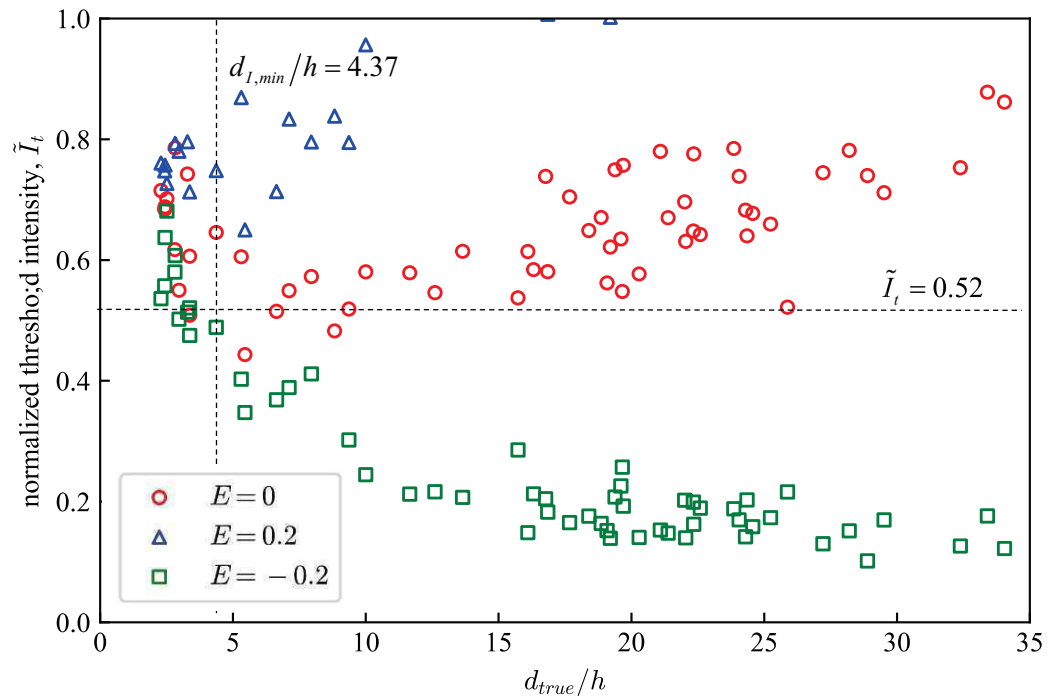


(d) Magnification is 46

Fig. 5.5 Normalized intensity value when the error is $-0.1, 0, 0.1$ at each magnification of microscope as a function of true particle diameter normalized by pixel width. (*continued*)

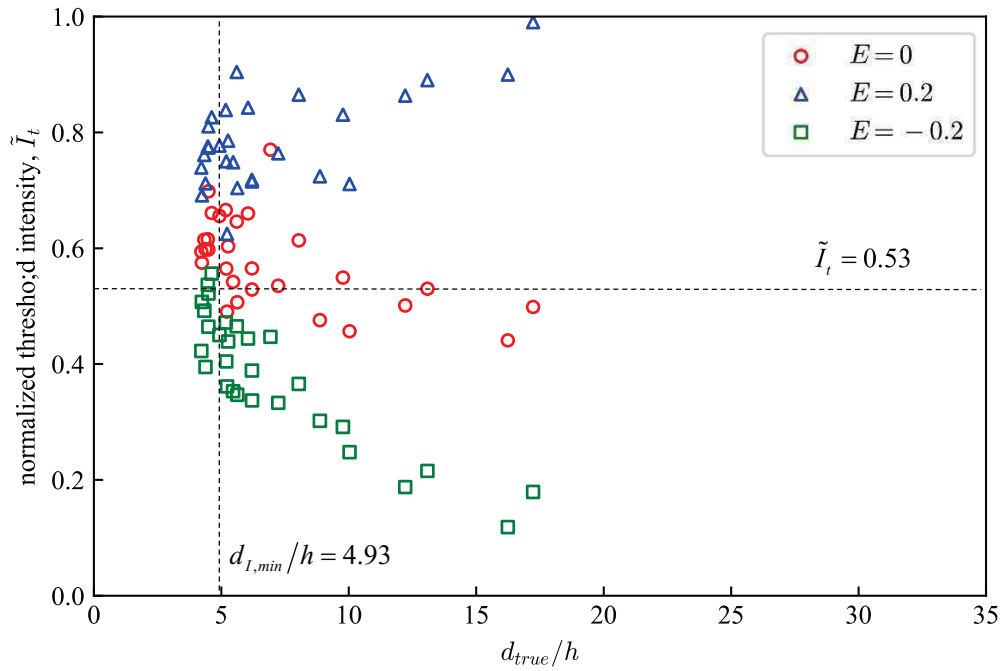


(a) Magnification is 8

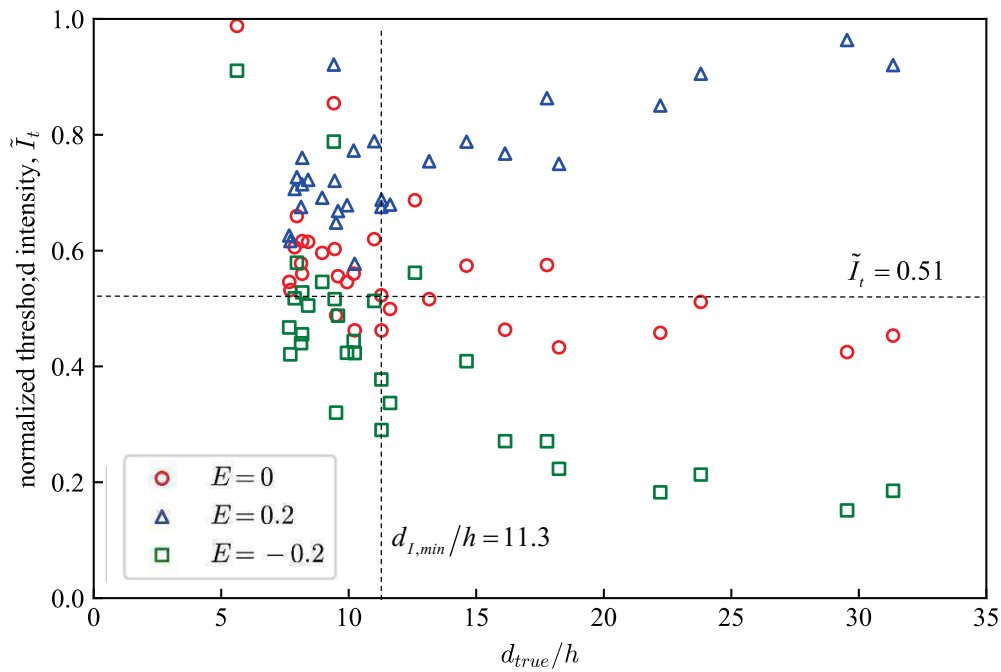


(b) Magnification is 12.5

Fig. 5.6 Normalized intensity value when the error is $-0.2, 0, 0.2$ at each magnification of microscope as a function of true particle diameter normalized by pixel width.



(c) Magnification is 23



(d) Magnification is 46

Fig. 5.6 Normalized intensity value when the error is $-0.2, 0, 0.2$ at each magnification of microscope as a function of true particle diameter normalized by pixel width. (*continued*)

Table 5.2 Magnification, thresholds of binarization.

Magnification	\tilde{I}_t	$E = \pm 0.1$		$E = \pm 0.2$	
		$d_{l,min}/h$	$d_{l,min} [\mu\text{m}]$	$d_{l,min}/h$	$d_{l,min} [\mu\text{m}]$
8	0.63	4.25	11.7	3.08	8.5
12.5	0.52	6.64	11.7	4.37	7.7
23	0.53	7.23	6.69	4.93	4.73
46	0.51	11.3	5.96	11.3	5.99

5.3.2 被写界深度のしきい値の較正

図 5.7 は、図 5.2 に示されるシステムを用いて、微細液滴を撮影した結果を示す。条件は $We = 204$, $M_2 = 0.196$, $Re = 1.21 \times 10^4$, $u_2 = 67 \text{ m/s}$, $\rho_2 = 1.46 \text{ kg/m}^3$, $T_2 = 42.6 \text{ K}$, $d_0 = 2.24 \text{ mm}$ である。図 5.7 の微細液滴 A, B, C を比較すると、明らかに微細液滴輪郭の鋭さおよび輪郭内輝度値が異なることがわかる。これは、微細液滴の奥行方向位置が異なるためである。図 5.8 は被写界深度の概念図を示し、微細液滴 A, B, C は図 5.7 の微細液滴の奥行方向位置を示す。微細液滴 A は B または C と比較して、輝度値が小さいことがわかる。これは、ピントが合う位置の近くに A が存在するのに対して、ピントが合う位置から大きく外れた位置に C があるからである。そこで、較正装置を使い、ワーキングディスタンスと粒子の輝度値の相関を明確にして、被写界深度 z_{DOF} を定量化する。

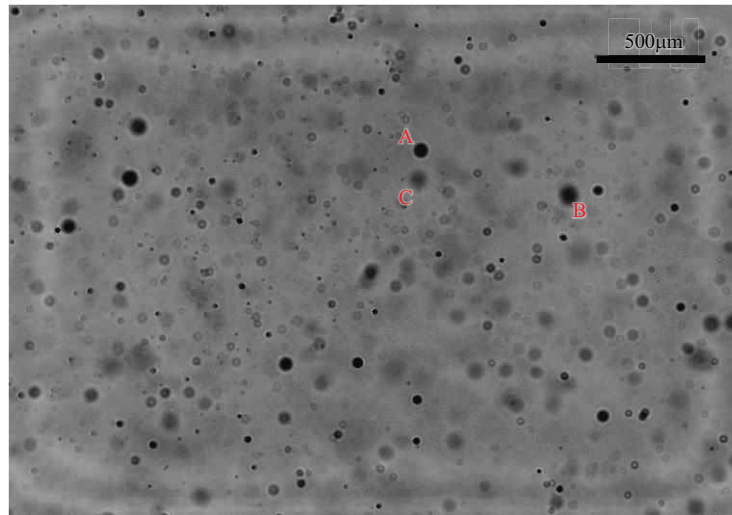


Fig. 5.7 Photographic image of measurement apparatus for particle size of fine droplets in drop breakup.

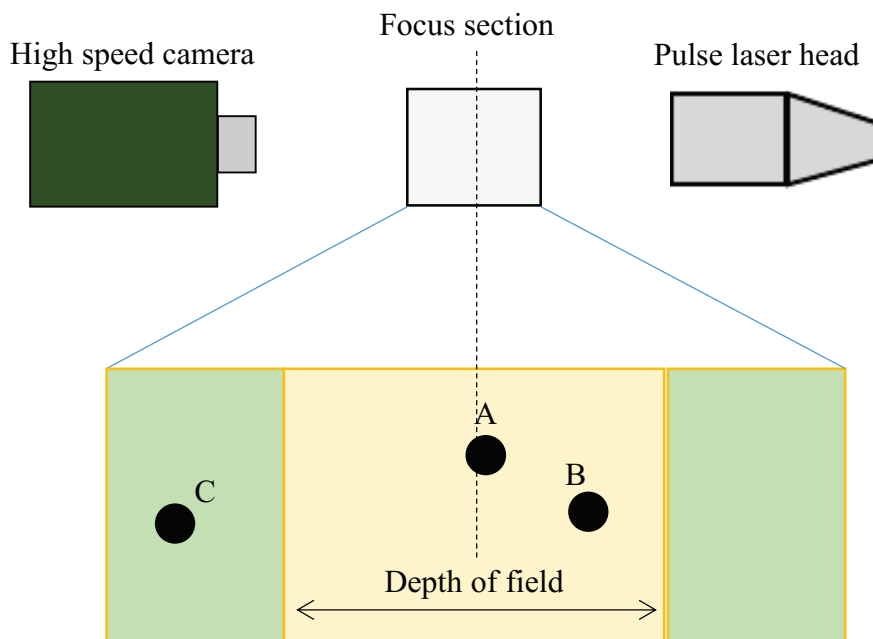


Fig. 5.8 Schematic image of depth of field and position of particles A, B and C which are observed in Fig. 5.7.

図 5.9 は校正粒子の画像を z 方向に並べた結果を示す. $z=0\text{mm}$ は最もピントが合う位置で, 粒子直径は $15\ \mu\text{m}$, 撮影倍率は 23 倍である. $z=0\text{mm}$ では, 鋭い界面が見られるが, $z=0\text{mm}$ から離れるにつれて界面が鈍り, 界面位置が不明確になる. また, $z=0\text{mm}$ では輪郭内の輝度値は低い, $z=0\text{mm}$ から離れるにつれて輪郭内のしきい値は大きくなる. z 方向位置を把握するパラメータとして, 輪郭内の輝度値を検討する. 粒子に属するピクセルの輝度値のうち, 小さい値から 10%を取り出して平均した輝度値を $I_{a,0.1}$ とし, それを背景輝度値 I_{bd} で割った

$$\tilde{I}_h = I_{a,0.1}/I_{bd}, \quad (5.8)$$

を図 5.10 に示す. 図 5.10 から, $z=0\text{mm}$ から離れるにつれて, \tilde{I}_h が増加していることがわかる. 図に示されるように, $\tilde{I}_h = \text{const}$ の直線における両矢印の範囲を被写界深度 z_{DOF} と定義する. 図に示されるのは, $\tilde{I}_h = 0.3$ のときの例である. 図 5.11 は, 各倍率に対する被写界深度 z_{DOF} を粒径の関数として示す. 図 5.11 から, 被写界深度 z_{DOF} は倍率に依存しないことがわかる. また, Takagaki et al.^[51]は粒子内最小輝度値を用いて被写界深度を定義したが, そこで得られた被写界深度も粒径が大きくなるにつれて深くなった. そのため, 画像に写る微細液滴の粒径測定結果をヒストグラムで表現し, 各階級において被写界深度を求め, 被写界深度に応じて度数に修正を加えることで公平な評価を行うことができる. 各階級における被写界深度を取得するときには, 被写界深度が定式化されていると便利である. そこで, 粒子直径の関数として被写界深度の深さを二次式

$$z_{DOF} = \begin{cases} 1.63001d_{true}^2 + 0.93982d_{true} + 18.14225 & \text{if } d_{true} < 25\ \mu\text{m} \\ 0.52858d_{true}^2 + 19.6337d_{true} + 239.18725 & \text{if } d_{true} > 25\ \mu\text{m} \end{cases}, \quad (5.9)$$

と定式化する. 図 5.11 の黒の曲線は式(5.9)を示す.

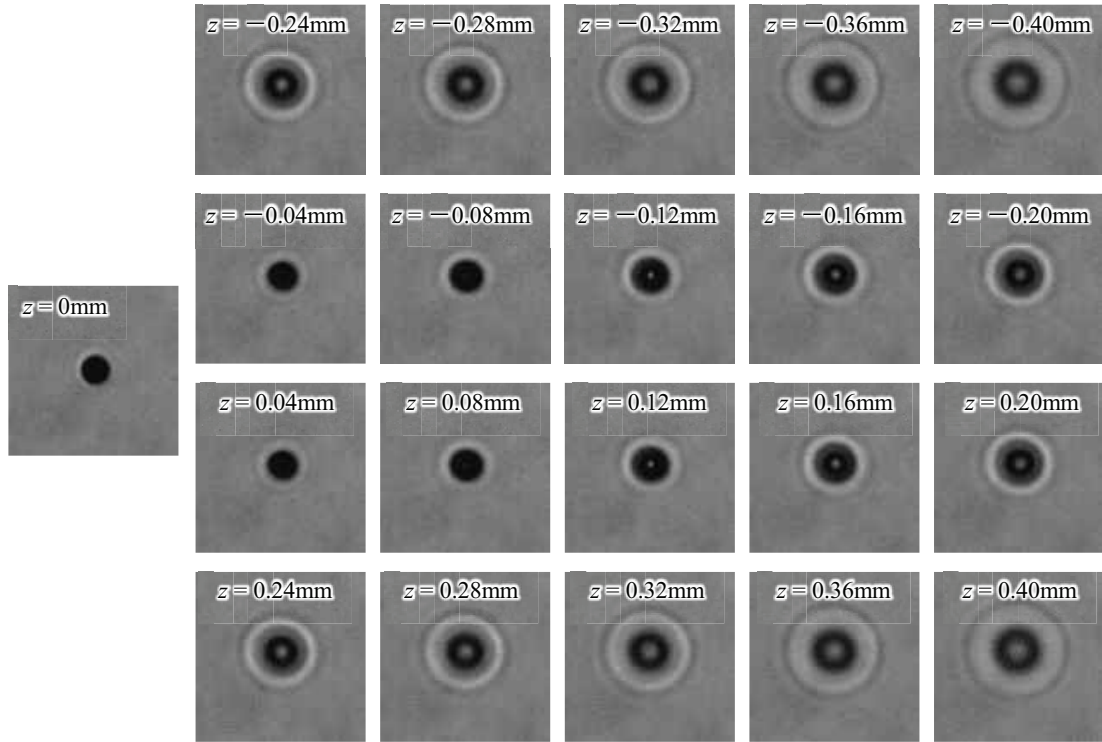


Fig. 5.9 Image of calibration particle with diameter of $d = 15\mu\text{m}$ for various z . Magnification is 23

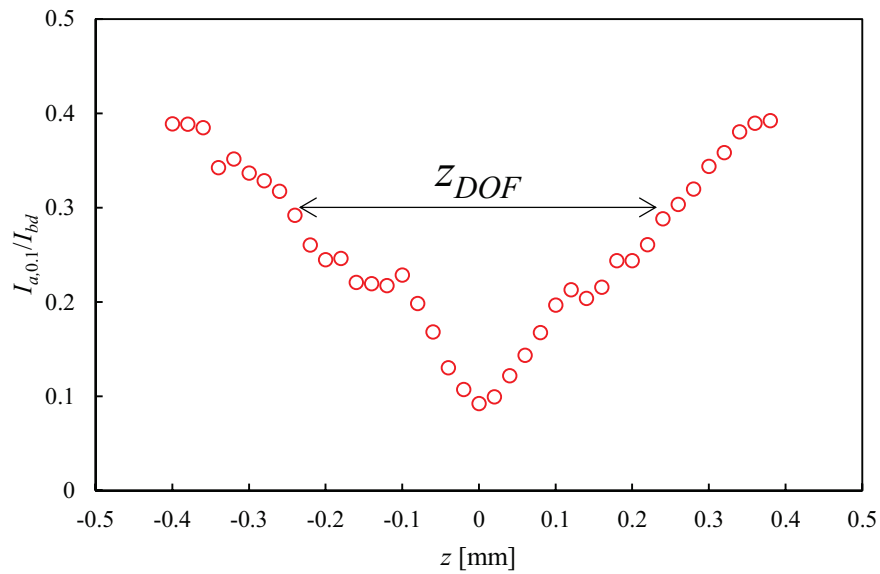


Fig. 5.10 Average intensity value belonging to the 10% percentile normalized by average intensity value around the particle with diameter of $d = 15\mu\text{m}$ as a function of z . The width of the arrow indicates the depth of field z_{DOF} .

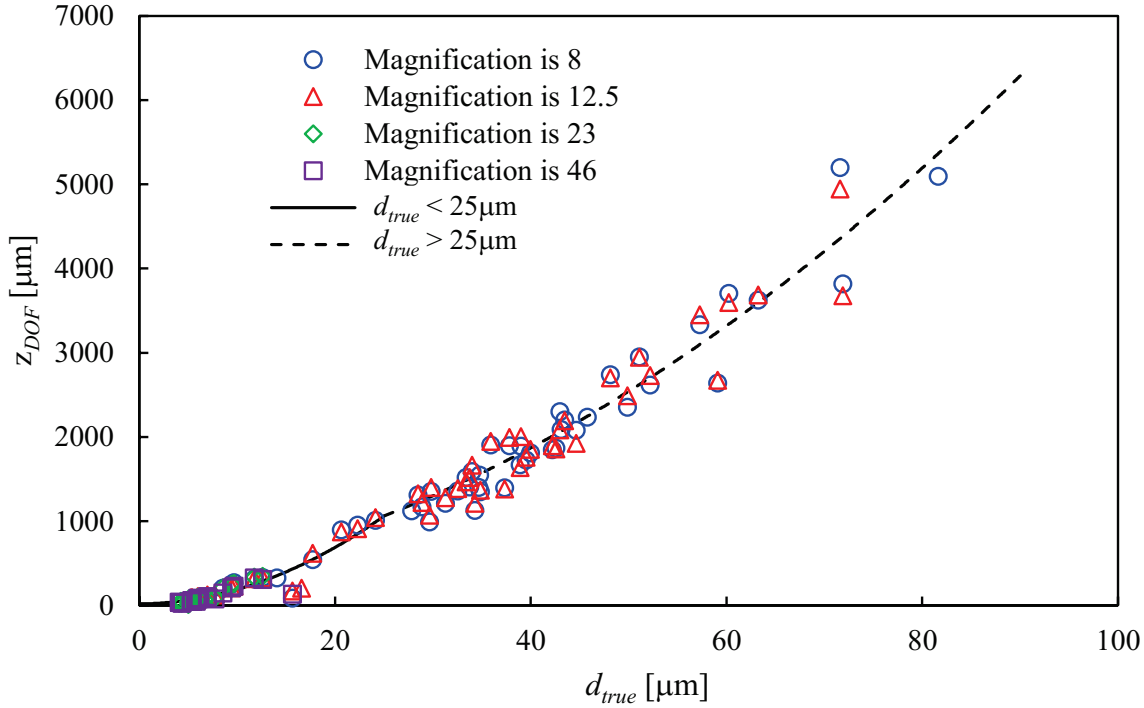


Fig.5.11 Depth of field at $I_h = 0.3$ for various magnifications.

5.4 粒径の計測手法

本節では、較正実験の結果を踏まえ、粒径の計測手法を提案する。図 5.12 に粒径を測定する手順を示す。測定手順は I_{bd} および I_{min} 導出パート、候補粒子の抽出パート、粒子の排除パートの 3 つのパートから構成される。 I_{bd} 導出パートでは、微細液滴が写っていない画像を選び、その画像の平均輝度値 I_{bo} を求め、しきい値を $I_{bo}\tilde{I}_t$ として画像全体を二値化して微細液滴の界面を抽出する。各粒子において、式(5.3)から粒子周りに平均度値 $I_{bd,i}$ を導出する。候補粒子の抽出パートでは、 I_{bd} および I_{min} 導出パートで粒子ごとに得られた $I_{bd,i}$ および $I_{min,i}$ を用いて、式(5.2)を変形した

$$I_{t,i} = \tilde{I}_t (I_{bd,i} - I_{min,i}), \quad (5.10)$$

と i 番粒子の二値化しきい値 $I_{t,i}$ を求め、微細液滴の界面を抽出する。最後に粒子の排除パートでは、

$$\frac{I_{a,0.1}}{I_{bd}} > \tilde{I}_h, \quad (5.11)$$

を満たす粒子を、被写界深度外とみなし排除する。図 5.13 は、微細液滴の撮影画像と、 $\tilde{I}_h = 0.2, 0.3, 0.35$ における手順 V (図 5.12) までを施したときに抽出された粒子の輪郭を示す。 \tilde{I}_h が増加するほど、抽出される粒子が多くなることが確認され、サンプルサイズを大きくすることができる。しかしながら、 $\tilde{I}_h = 0.3, 0.35$ では、画像処理で得られる輪郭のうち、明らかに凹凸になっているものが見られる。オリジナル画像と見比べると、明らかに凹凸である輪郭は界面と一致していないことが確認される。このような凹凸は、微細液滴が重なることや、被写界深度から外れた微細液滴の一部を抽出することによって現れる。そこで、微細液滴 i において円形度 c_i を

$$c_i = \frac{4A_{m,i}}{l_{m,i}}, \quad (5.12)$$

と算出し，円形度を用いて歪んだ抽出輪郭をもつ粒子を測定対象から除外することを考える．ここで， l_m は輪郭の周長を示す．円形度 c_i は1のときに真円となる，1以下の値である．円形度に関する

$$c_i < c_t, \quad (5.13)$$

を満たすとき，輪郭が粒子界面を表していないとし，測定対象から除外する．図 5.14 は，円形度 c_i が 0.7 より小さくなる微細液滴を示す．輪郭に凹凸のある微細液滴の円形度は小さく， $c_t = 0.7$ を与えることで，そのような微細液滴を排除することができる．

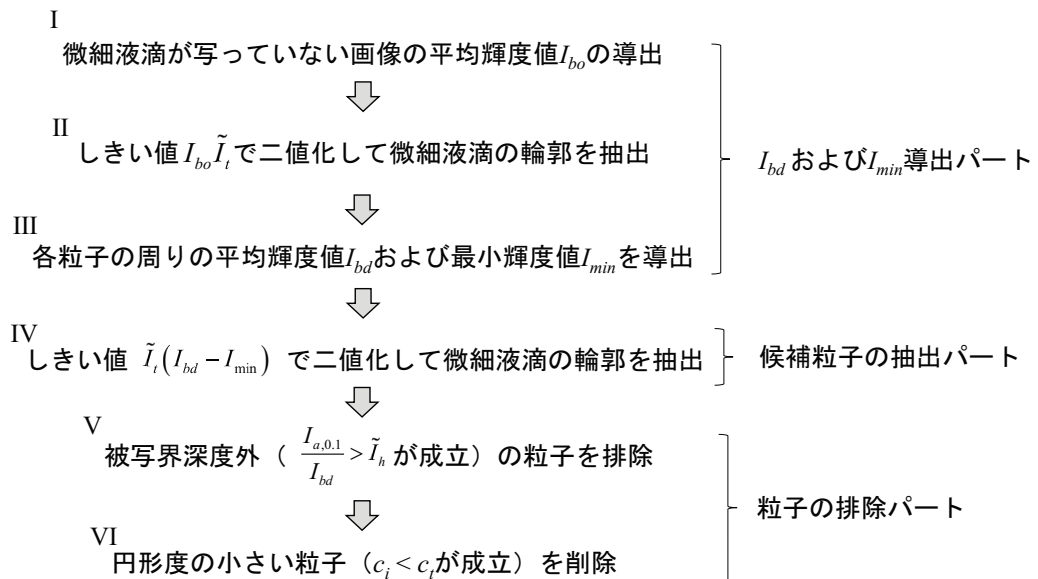
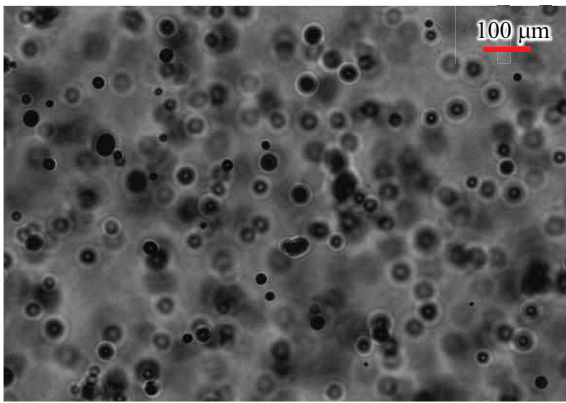
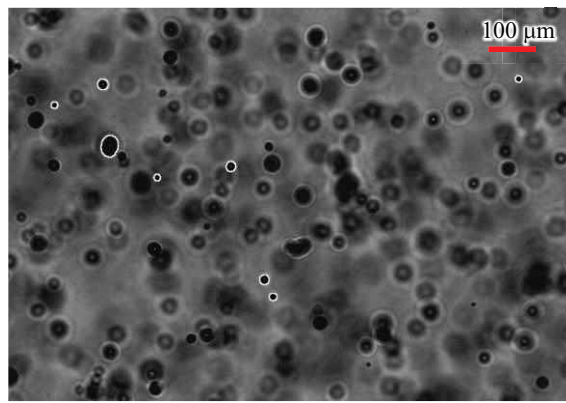


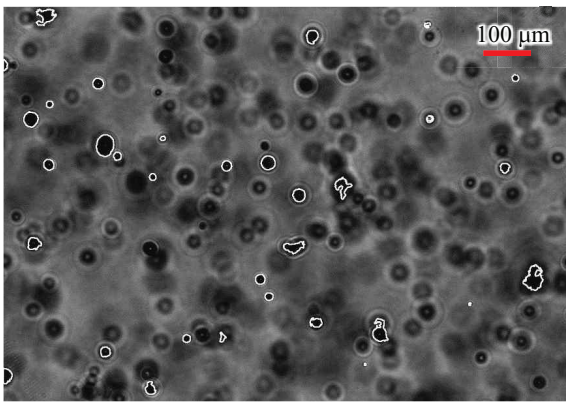
Fig.5.12 Procedure of particle size measurement.



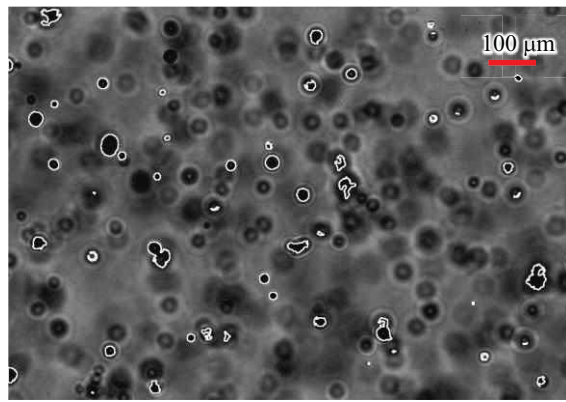
(a) original image



(b) $\tilde{I}_h = 0.2$



(c) $\tilde{I}_h = 0.3$



(d) $\tilde{I}_h = 0.35$

Fig.5.13 Original image and extracted particles with various \tilde{I}_h .

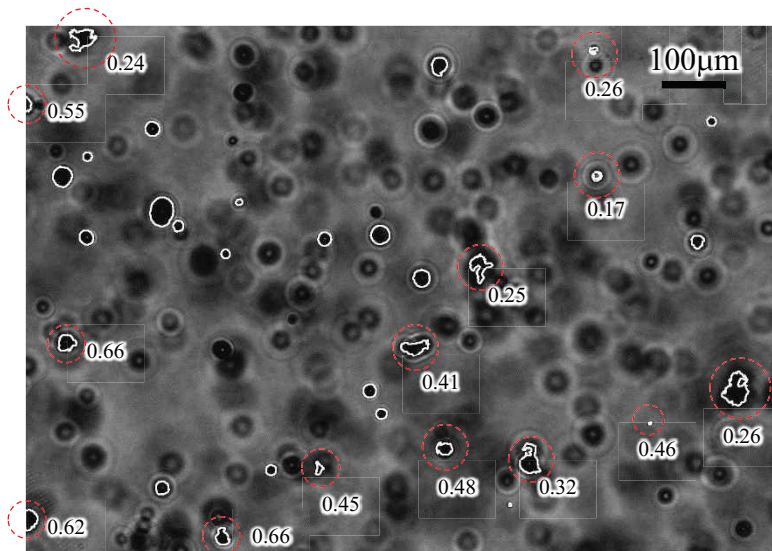


Fig. 5.14 Particles with a circularity of 0.7 less.

5.5 倍率による比較

5.5.1 条件

図 5.2 に示される装置を用いて、微細液滴を顕微鏡で超高解像度可視化する．表 5.3 に微細液滴の粒度分布測定における実験条件（衝撃波後方の速度 u_2 ，密度 ρ_2 ，温度 T_2 ，初期液滴直径 d_0 ，Weber 数 We ，衝撃波 Mach 数 M_s ，衝撃波後方流れの Mach 数 M_2 ，Reynolds 数 Re ，実験回数 N ，ピクセル幅 h ，特性時間 t_d ）を示し，表 5.4 は実験条件の変動係数を示す．高 Weber 数における液滴微粒化の微細液滴測定過去の研究は少なく，微細液滴径が不明であるため，分解能の違いが粒径の測定結果に与える影響について調べ，得られた結果の信頼性を高める．そこで，表 5.3 に示されるように，ほぼ同条件において倍率を変更することで，様々なピクセル幅 h における実験を行う．流体種はすべて水である．撮影条件として，顕微鏡が装着された高速度カメラ（図 5.2 の MEMRECAMACS-1）の解像度は 1280×896 ，撮影速度は $50,000$ fps である．露光時間はパルスレーザーの閃光時間により決定され，それは case3 では 30 ns であり，他の case 1, 2 では 20 ns である．顕微鏡を使用するため，画像上のピクセル幅は非常に小さく（表 5.1 参照），撮影領域は非常に狭い．そのため，液滴微粒化によって形成される微細液滴群のうち一部分を撮影することとなる．図 5.15 に示されるように，実験室座標系において重力によって落下する液滴が，静止して見える座標系 (X, Y) においてサンプリング領域 Φ を

$$\Phi = \left\{ (X, Y) \mid (-d_0 \leq X - X_m \leq d_0) \wedge (-d_0 \leq Y - Y_m \leq d_0) \right\}, \quad (5.14)$$

と与える．座標系 (X, Y) の原点は液滴と衝撃波が衝突する位置とし， (X_m, Y_m) はサンプリング領域 Φ の中心を示す．前章において，親液滴は初期液滴直径の 8.4 倍移動したときに微粒化が完了すると結論付けた（式(4.23)）．今回は液滴微粒化によって形成される最終的な微細液滴に注目するため，微粒化完了時に親液滴が存在する位置の約 4 倍下流，すなわち，約 $X_m/d_0 = 34$ の位置を撮影領域とする． $Y_m = 0$ とする．

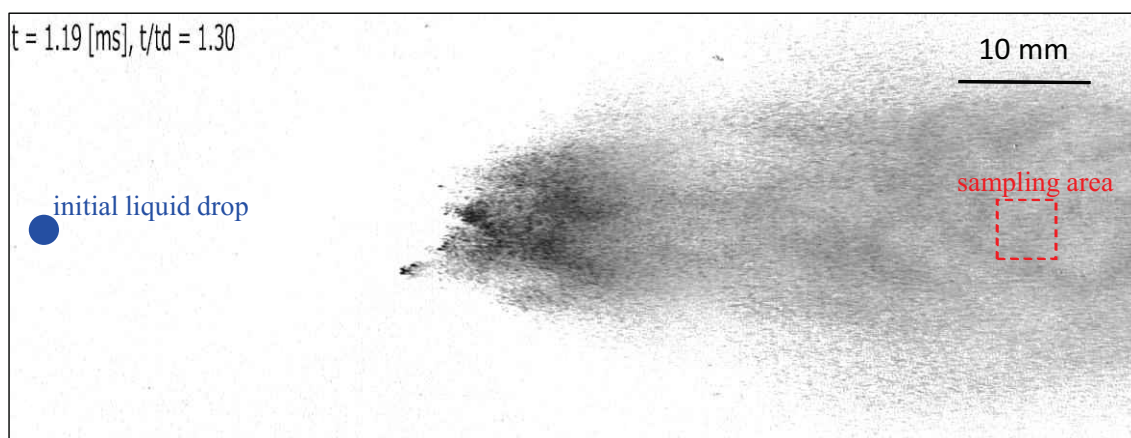


Fig. 5.15 Image of liquid drop breakup and sampling region.

Table 5.3 Average values of Experimental conditions for measurement of fine droplets for various microscopic magnifications.

case	u_2 [m/s]	ρ_2 [kg/m ³]	T_2 [°C]	d_0 [mm]	We	M_s	M_2	Re $\times 10^4$	N	h [μm]	t_d [ms]
1	158	1.80	86.7	2.26	1403	1.31	0.42	3.5	11	1.77	0.82
2	152	1.78	82.7	2.25	1282	1.30	0.40	3.3	39	0.96	0.85
3	151	1.81	77.9	2.24	1287	1.30	0.40	3.4	62	0.53	0.85

Table 5.4 Coefficient variation of Experimental conditions for measurement of fine droplets for various microscopic magnifications.

case	u_2	ρ_2	T_2	d_0	We	M_s	M_2	Re	t_d
1	0.010	0.0057	0.0066	0.034	0.046	0.0027	0.0094	0.040	0.034
2	0.0065	0.0072	0.019	0.028	0.025	0.0020	0.0070	0.024	0.034
3	0.021	0.0078	0.034	0.015	0.050	0.0050	0.018	0.031	0.026

5.5.2 Sauter 平均粒径

Sauter 平均粒径 (SMD) は

$$SMD = \frac{\sum_{i=1} n_i d_i^3}{\sum_{i=1} n_i d_i^2}, \quad (5.15)$$

で定義される。ここで、 d_i は階級 i の直径、 n_i は階級 i の度数をそれぞれ示す。図 5.16 は特性時間 t_d で無次元化された時間に対する各顕微鏡倍率における Sauter 平均粒径を示す。時間の経過とともに、Sauter 平均粒径は増加することがわかる。倍率が 12.5 倍の Sauter 平均粒径は比較的大きいが、倍率が 23 倍と 46 倍の Sauter 平均粒径は近い値を持つ。したがって、倍率 23 倍であれば、信頼性の高い結果が得られると考えられるため、以後、倍率 23 倍の測定結果について議論する。

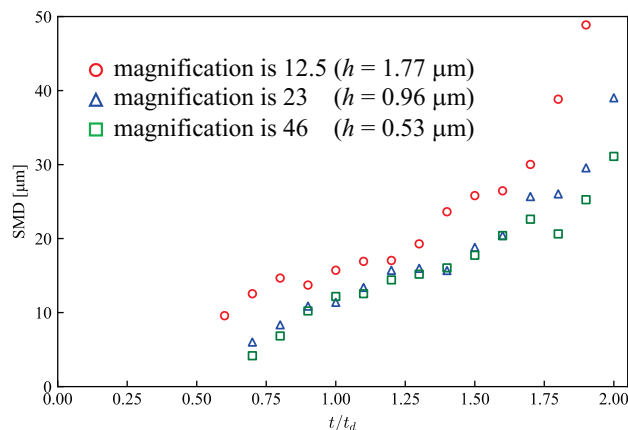


Fig. 5.16 Sauter mean diameter as a function of dimensionless time for various magnification.

5.6 粒度分布

5.6.1 条件

サンプルサイズを大きくするために、繰り返し実験を行う。表 5.5 は実験条件の平均値、表 5.6 は実験条件の変動係数を示す。撮影条件、サンプリング領域 (図 5.15) は前節と同様である。表 5.5 に示されるように、直径を固定して、衝撃波後方の流れを変化させることで、Weber 数および流れの Mach 数を変化させる。また、表 5.6 から Weber 数および流れの Mach 数の変動係数が 0.05 以下と小さく、実験の再現性が高いことが確認される。本節では、体積確率密度分布の時間変化について考察を行う。そこで、統計処理に用いる粒子数を増加させるために、統計処理の範囲には $t/t_d = \pm 0.5$ の幅を持たせる。例えば、 $t/t_d = 0.3$ まわりの粒度分布は、 $t/t_d = 0.25 \sim 0.35$ の間にサンプリング領域に到達した微細液滴から取得する。液滴微粒化は非定常現象であるが、親液滴崩壊時間 (式(4.22)) の 10%以下であるため、この時間幅は評価するにあたって許容されると考えられる。

Table 5.5 Average values of experimental conditions for measurement of fine droplets for various Weber number.

case	u_2 [m/s]	ρ_2 [kg/m ³]	T_2 [°C]	d_0 [mm]	We	M_s	M_2	Re $\times 10^4$	N	h [μm]	t_d [ms]
1	67	1.46	42.6	2.24	204	1.12	0.196	1.21	34	0.96	2.13
2	108	1.60	63.8	2.19	561	1.20	0.292	2.07	44	0.96	1.24
3	152	1.78	82.7	2.25	1282	1.30	0.402	3.34	39	0.96	0.854
4	181	1.93	91.7	2.21	1940	1.36	0.472	4.25	51	0.96	0.676

Table 5.6 Coefficient variation of experimental conditions for measurement of fine droplets for various Weber number.

case	u_2	ρ_2	T_2	d_0	We	M_s	M_2	Re $\times 10^4$	t_d
1	0.021	0.0074	0.067	0.020	0.046	0.0022	0.019	0.028	0.029
2	0.011	0.0071	0.015	0.022	0.033	0.0020	0.010	0.026	0.027
3	0.0065	0.0072	0.019	0.028	0.025	0.0020	0.0070	0.024	0.034
4	0.0078	0.0051	0.023	0.018	0.022	0.0020	0.0060	0.018	0.020

5.6.2 体積確率密度分布

図 5.17 は、各無次元時間における表 5.5 の case1 ($We = 204, M_2 = 0.196$) における、体積確率密度分布と、表 4.2 の case3 の微粒化撮影画像 (図 4.2 に示されるカメラ二台を使って取得) を示す。この条件においては、図 4.5 と定性的に同様の微粒化挙動を示す。 $t/t_d = 0.9$ において、微細液滴が初めてサンプリング領域に到達する。 $t/t_d = 0.9 \sim 1.3$ における体積確率密度分布はひとつのピークを持つ。全体を通して、時間が経過するにつれて微細液滴のサイズの広がりが大きくなることとわかる。図 5.18 は、図 4.3 に示されるパルスレーザーをバックライトとして使って取得される、Weber 数が 2.2×10^2 における液滴微粒化の撮影結果を示す。図 5.18 から、コンタクトレンズ状の液滴の縁の崩壊によって形成される微細液滴は、液滴周囲において液体シートの破裂 (sheet breakup) で形成される非常に小さな微細液滴と、親液滴から伸びる液糸が崩壊する (ligament breakup) ことで形成される比較的大きな微細液滴にわけられる。液糸崩壊で形成される微細液滴の径に比べ、液体シートの破裂で形成される微細液滴の径は小さいため、流れに追従しやすい。そのため、 $t/t_d = 0.9$ におけるサンプリング領域の微細液滴のほとんどは液体シート崩壊で形成されると考えられる。その後、 $t/t_d = 1.0 \sim 1.3$ において、体積確率密度分布のヒストグラムのピークは時間が経過するにつれて微細液滴径の大きい方に向かってシフトしていることが確認される。加えて、より大きいサイズの微細液滴がサンプリング領域に到達していることがわかる。これらは、時間が経過するにつれて、親液滴と周囲の気体との相対速度が低下することで、親液滴周囲での剥ぎ取りによって形成される微細液滴の径が小さくなるからであると考えられる。 $t/t_d = 1.4 \sim 1.7$ では、体積確率密度の分布が全体的に滑らかになっており、微細液滴径のピークが曖昧となっている。さらに時間が経過した $t/t_d = 1.8 \sim 2.0$ では、微細液滴のサイズが広く分布し、不規則な複数のピークが見られる。これは、最終段階における親液滴の崩壊によって形成された微細液滴に起因すると考えられる。微粒化が開始されて、しばらくは、コンタクトレンズ状液滴の先端が崩壊することで微細液滴は形成されるが、時間が経過すると相対速度が減少し、その崩壊が生じなくなる。かわりに、コンタクトレンズ状液滴の先端は流れ方向に偏向し、親液滴から流れ方向に液体シートが延ばされた形状になる。その後、偏向された液体シートが崩壊することで、比較的大きな微細液滴が形成される。これによって形成された微細液滴の影響で $t/t_d = 1.8 \sim 2.0$ においては、微細液滴のサイズが広く分布し、複数の不規則なピークが現れたと考えられる。

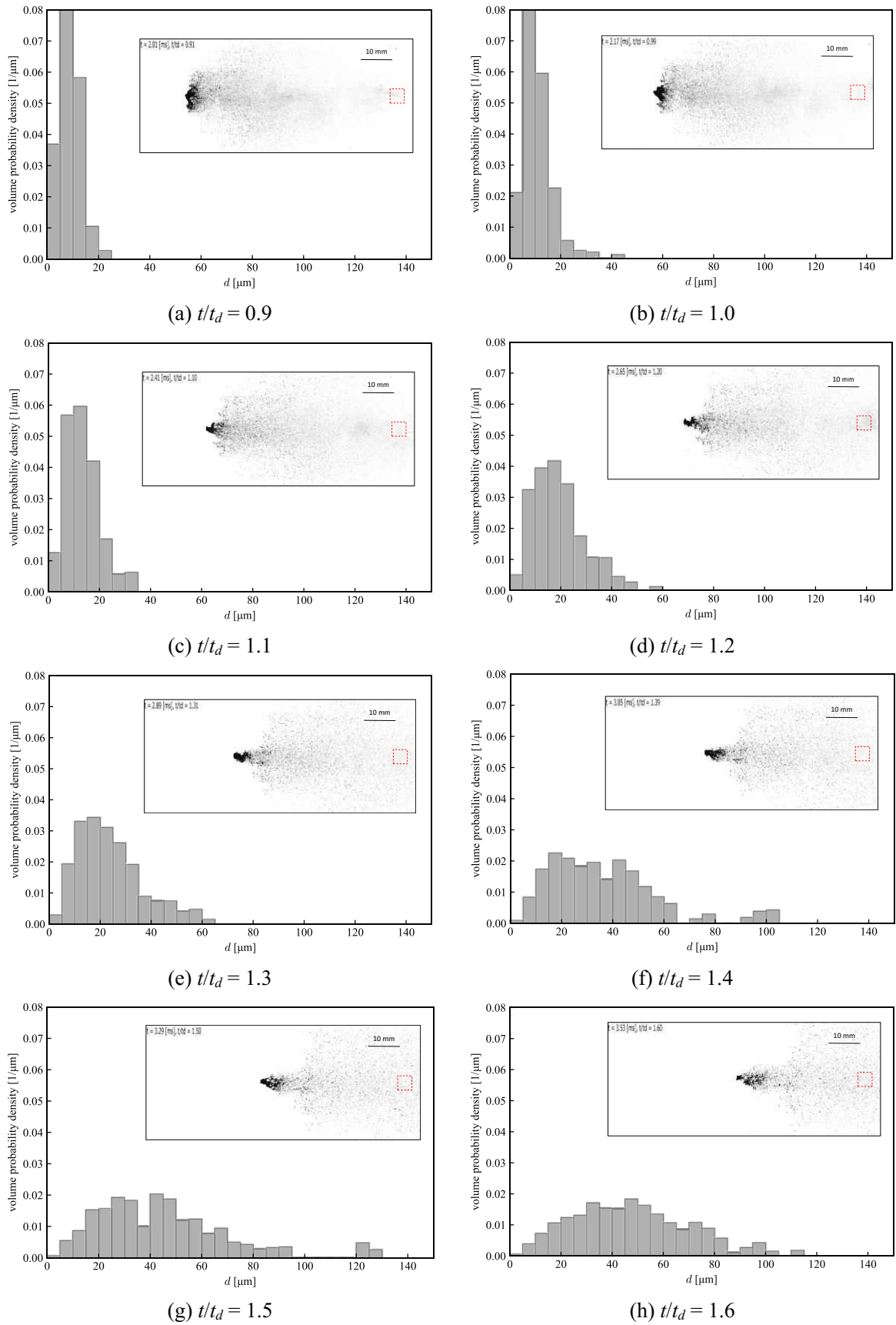
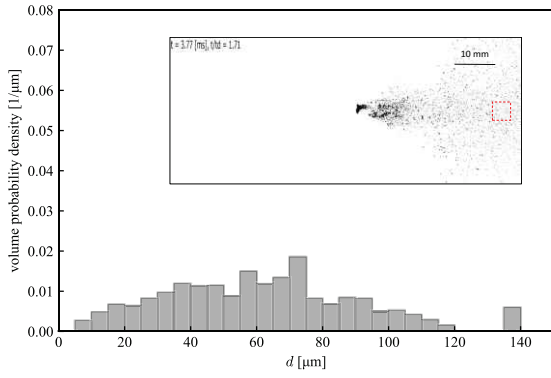
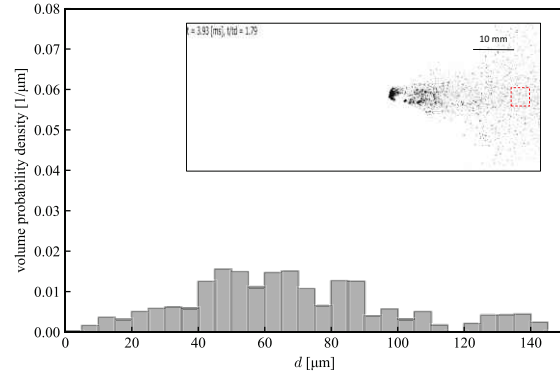


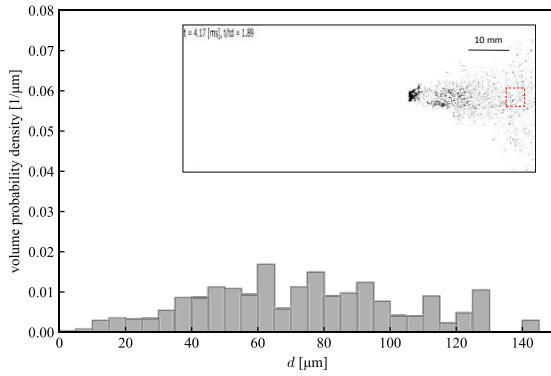
Fig. 5.17 Volume probability density distribution of $We = 204$ (case1 of table 5.5) for various time. Condition of images of liquid drop breakup is case 3 of table 4.2.



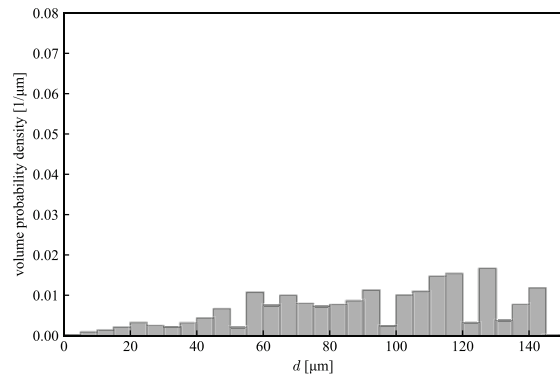
(i) $t/t_d = 1.7$



(j) $t/t_d = 1.8$

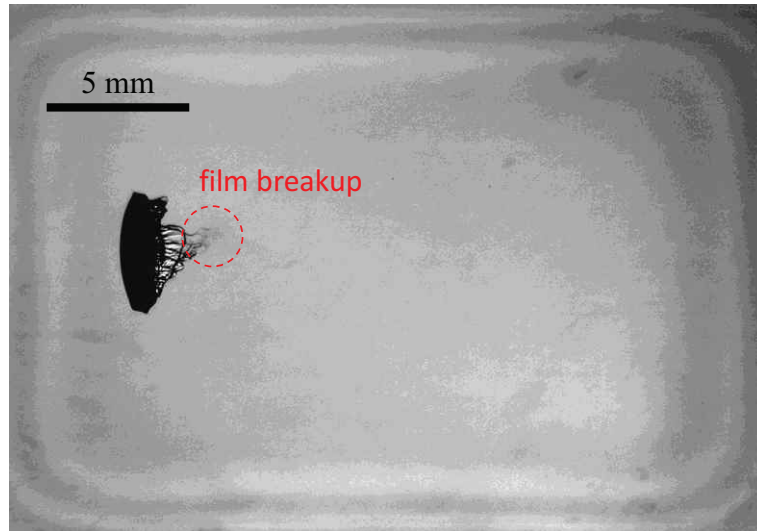


(k) $t/t_d = 1.9$

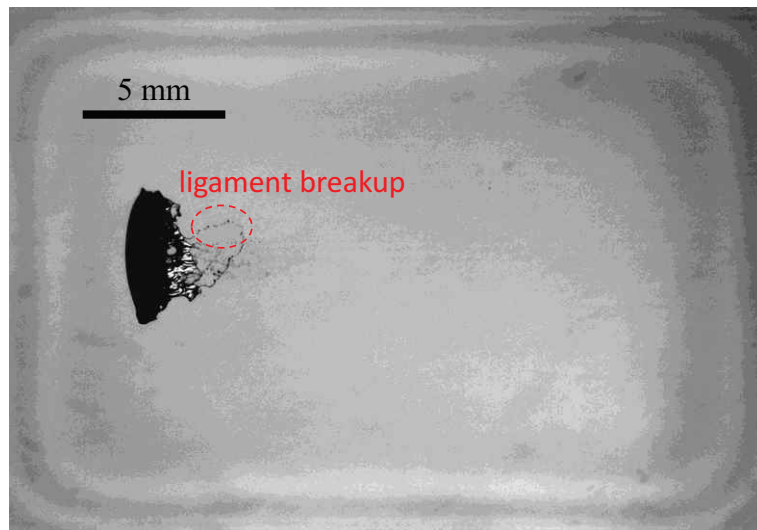


(l) $t/t_d = 2.0$

Fig. 5.17 Volume probability density distribution of $We = 204$ (case1 of table 5.5) for various time. Condition of images of liquid drop breakup is case 3 of table 4.2. (continued)



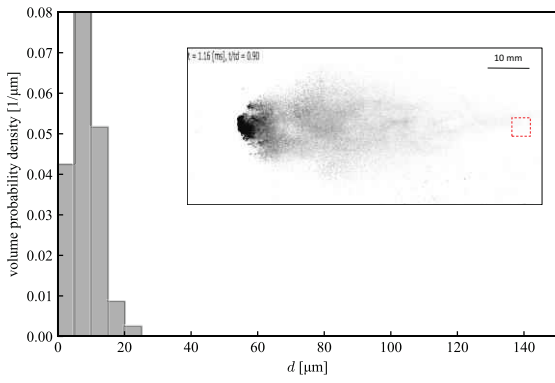
(a) film breakup



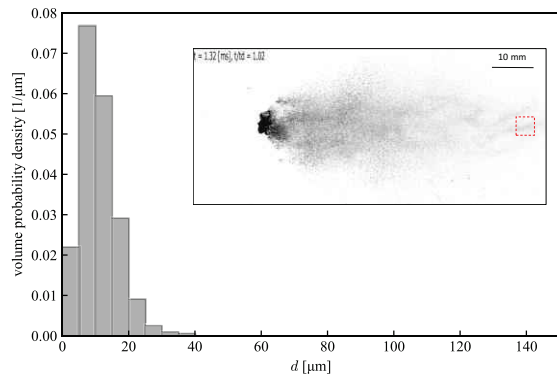
(b) ligament breakup

Fig. 5.18 Image of liquid drop breakup for $We = 2.2 \times 10^2$, $Re = 1.3 \times 10^4$, $M_s = 1.1$, $M_2 = 0.19$, $u_2 = 68$ m/s, $\rho_2 = 1.2$ kg/m³, $T_2 = 42$ °C, $d_0 = 2.3$ mm. These images are obtained by pulsed laser backlight visualization (Fig. 4.3).

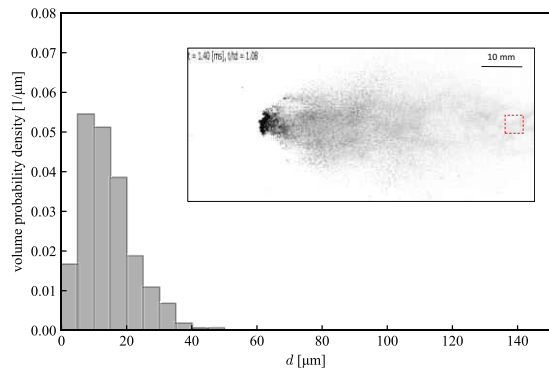
図 5.19, 5.20, 5.21 は, 各無次元時間における表 5.5 の case2 ($We = 561, M_2 = 0.292$), case3 ($We = 1282, M_2 = 0.402$), case4 ($We = 1940, M_2 = 0.472$) における, 体積確率密度と微粒化画像を示す. 図 5.19, 5.20, 5.21 から, Weber 数が 561, 1282, 1940 では, 全体を通して体積確率密度分布のヒストグラムは概ねひとつのピークを持つことが確認される. 時間が経過するにつれて, 体積確率密度分布のヒストグラムのピークは徐々に小さくなり, 微細液滴はサイズに関して広く分布するようになることがわかる. これは, case1 ($We = 204, M_2 = 0.196$) と同様の傾向であり, 相対速度が減少し, 剥ぎ取りによって形成される微細液滴の粒径が大きくなったことに起因すると考えられる



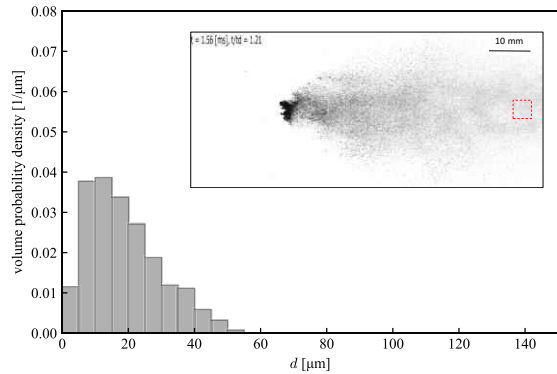
(a) $t/t_d = 0.9$



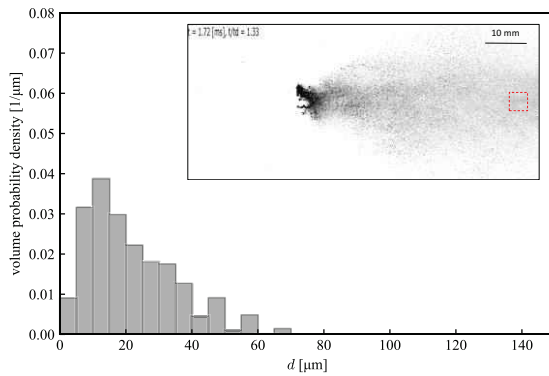
(b) $t/t_d = 1.0$



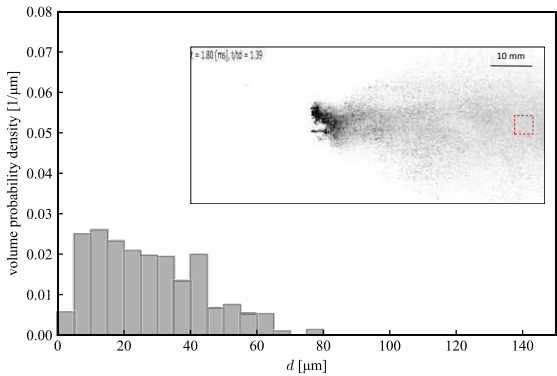
(c) $t/t_d = 1.1$



(d) $t/t_d = 1.2$

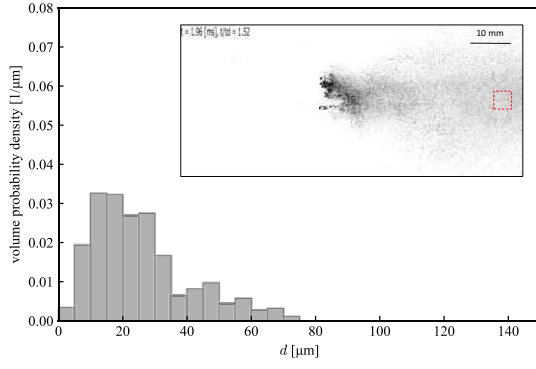


(e) $t/t_d = 1.3$

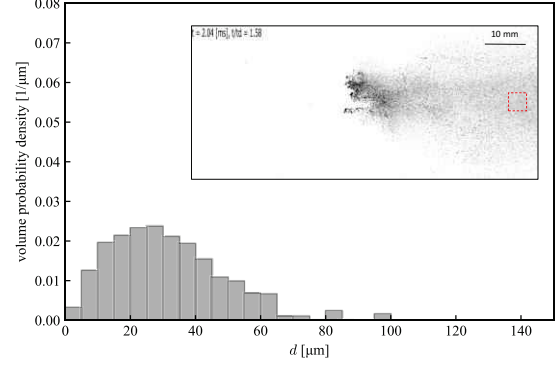


(f) $t/t_d = 1.4$

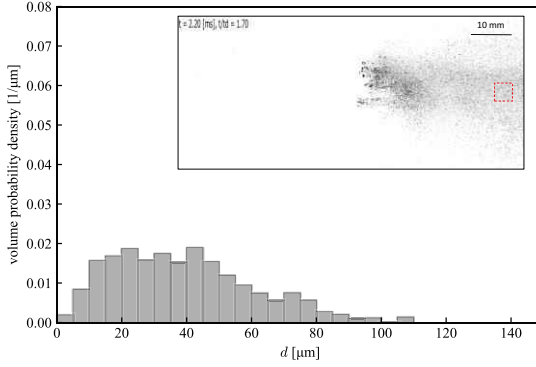
Fig. 5.19 Volume probability density distribution of $We = 561$ (case2 of table 5.5) for various time. Condition of images of liquid drop breakup is case 4 of table 4.2.



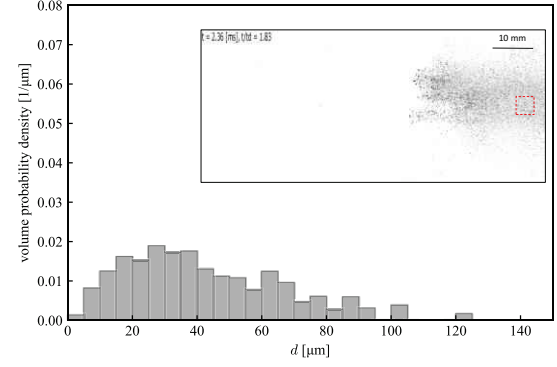
(g) $t/t_d = 1.5$



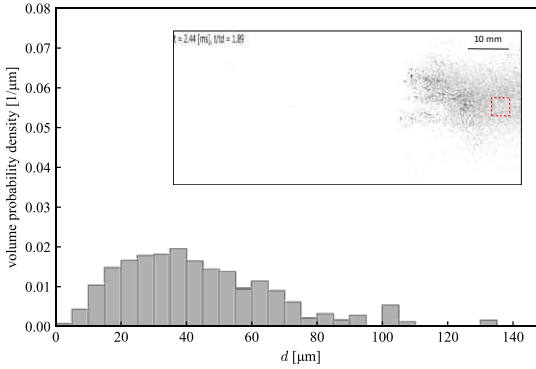
(h) $t/t_d = 1.6$



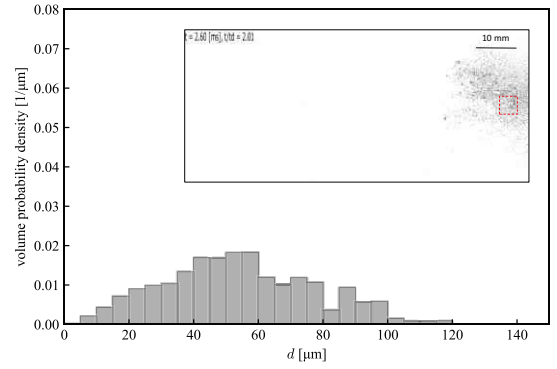
(i) $t/t_d = 1.7$



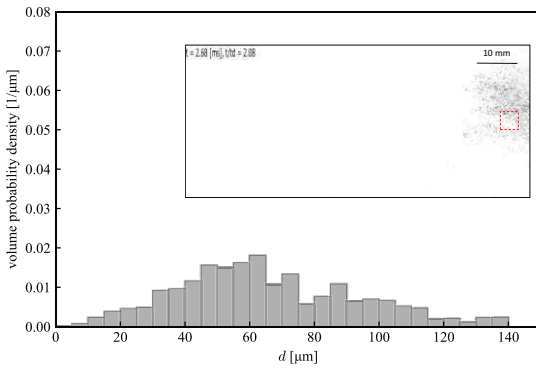
(j) $t/t_d = 1.8$



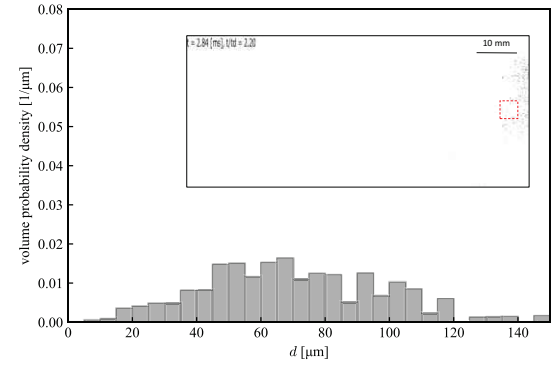
(k) $t/t_d = 1.9$



(l) $t/t_d = 2.0$



(m) $t/t_d = 2.1$



(n) $t/t_d = 2.2$

Fig. 5.19 Volume probability density distribution of $We = 561$ (case2 of table 5.5) for various time. Condition of images of liquid drop breakup is case 4 of table 4.2. (continued)

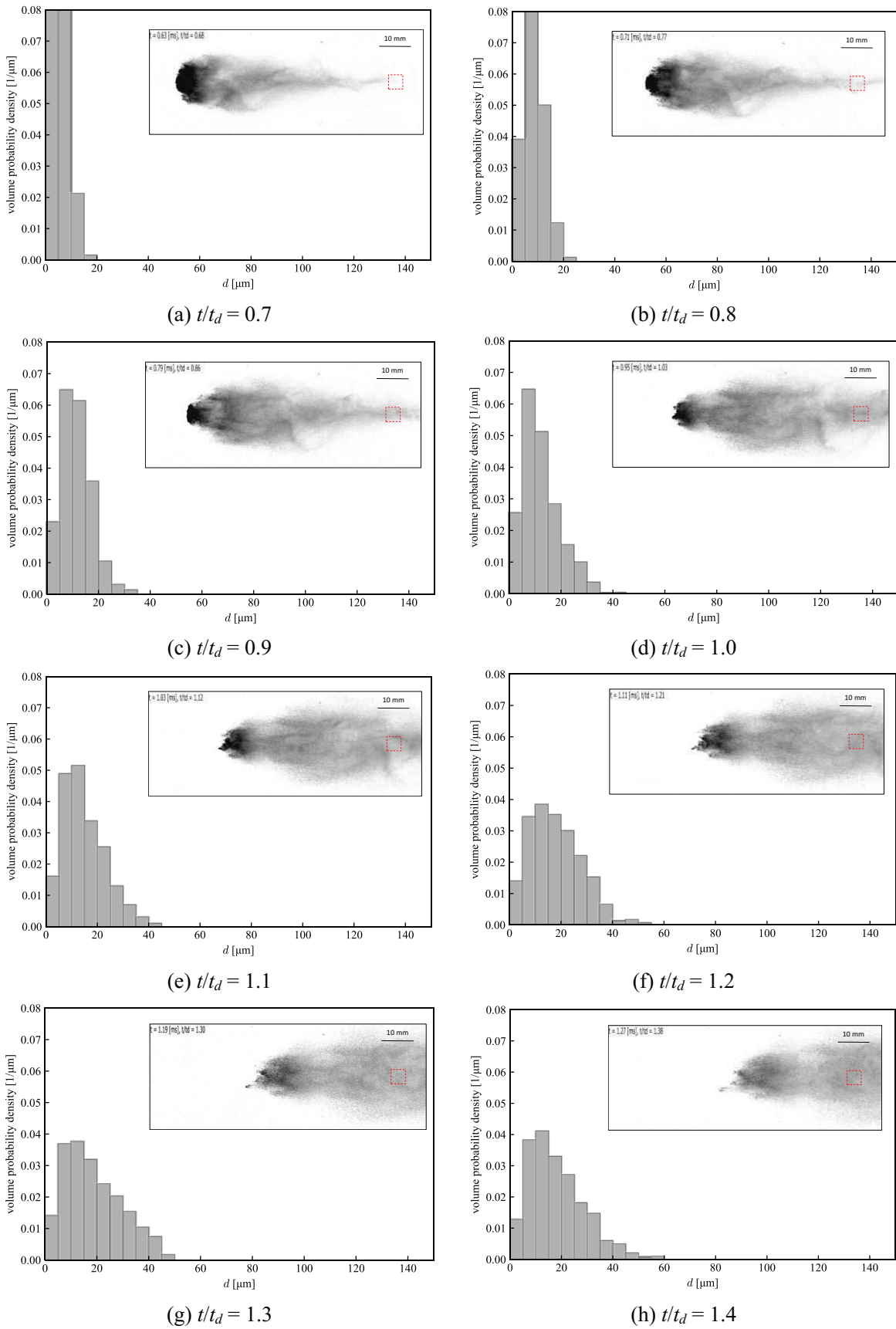


Fig. 5.20 Volume probability density distribution of $We = 1282$ (case3 of table 5.5) for various time. Condition of images of liquid drop breakup is case 5 of table 4.2.

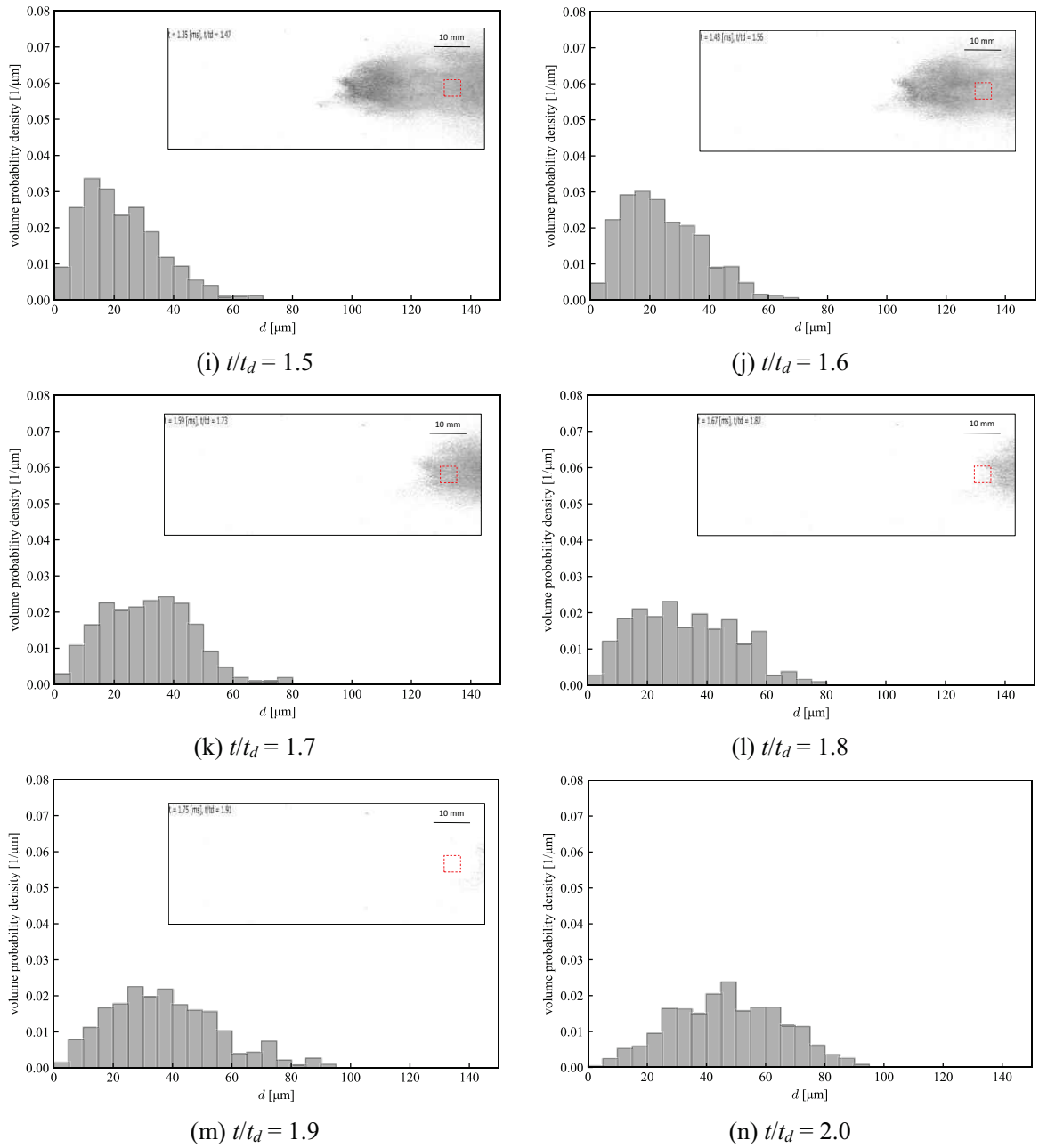


Fig. 5.20 Volume probability density distribution of $We = 1282$ (case3 of table 5.5) for various time. Condition of images of liquid drop breakup is case 5 of table 4.2. (continued)

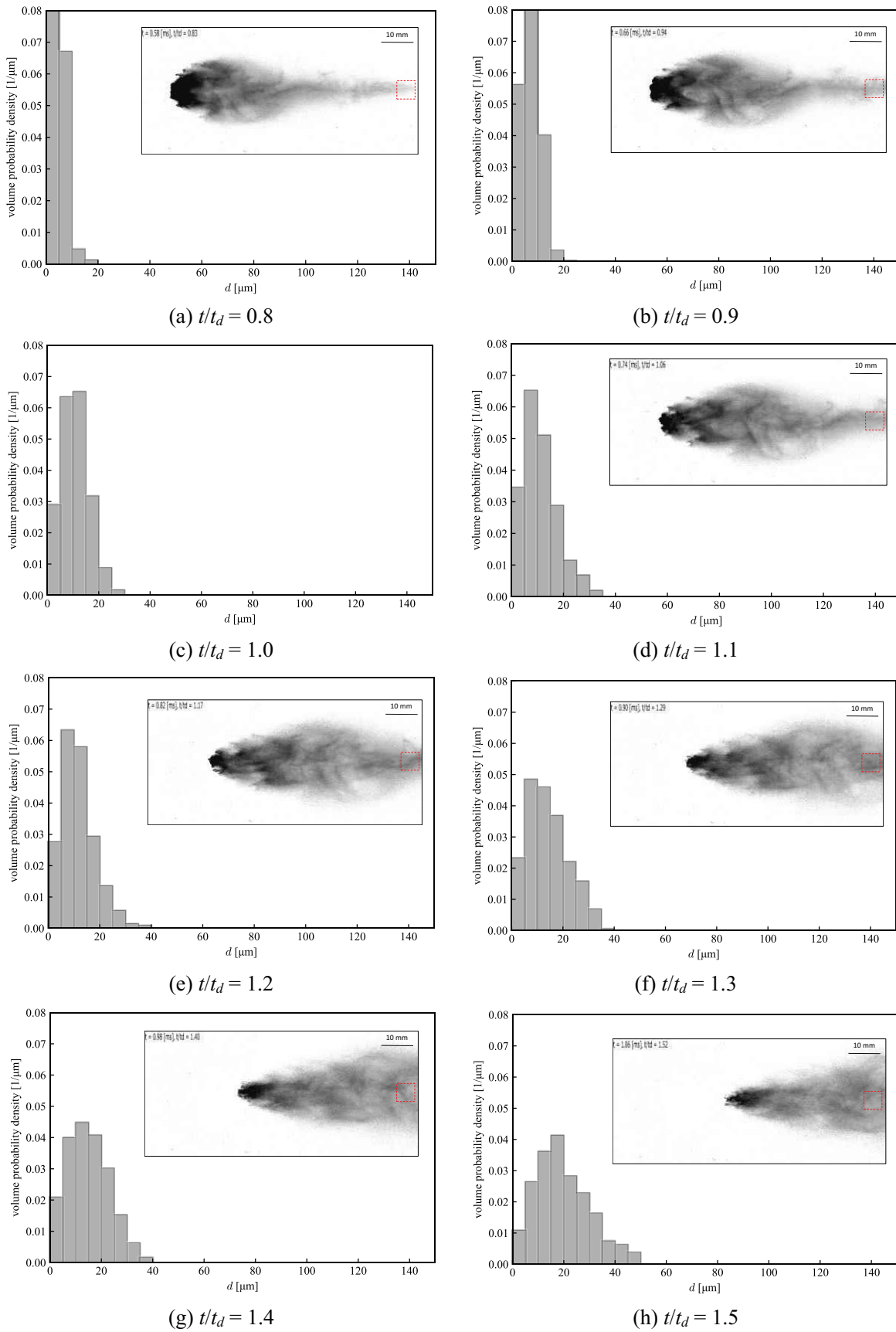


Fig. 5.21 Volume probability density distribution of $We = 1940$ (case4 of table 5.5) for various time. Condition of images of liquid drop breakup is case 6 of table 4.2.

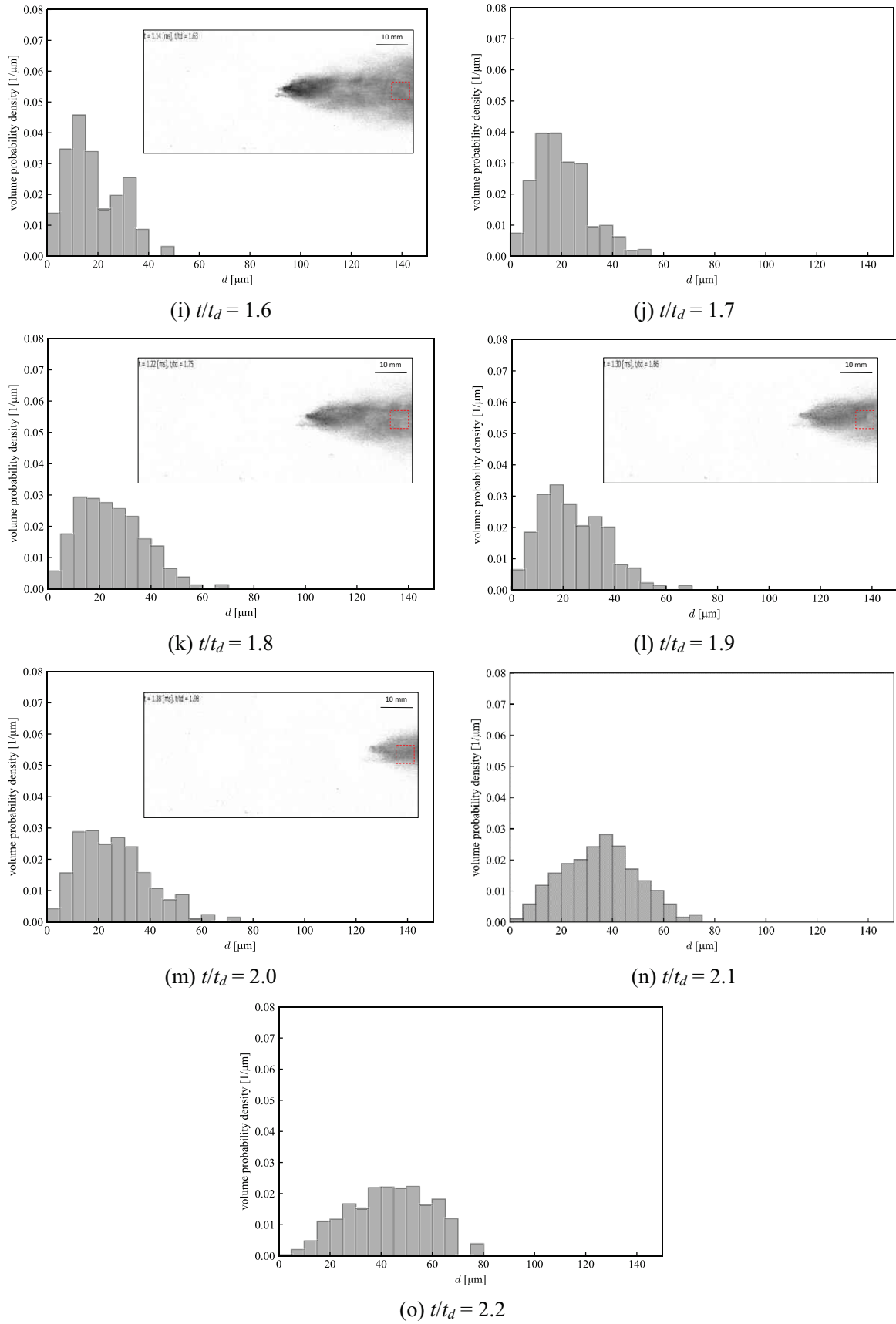


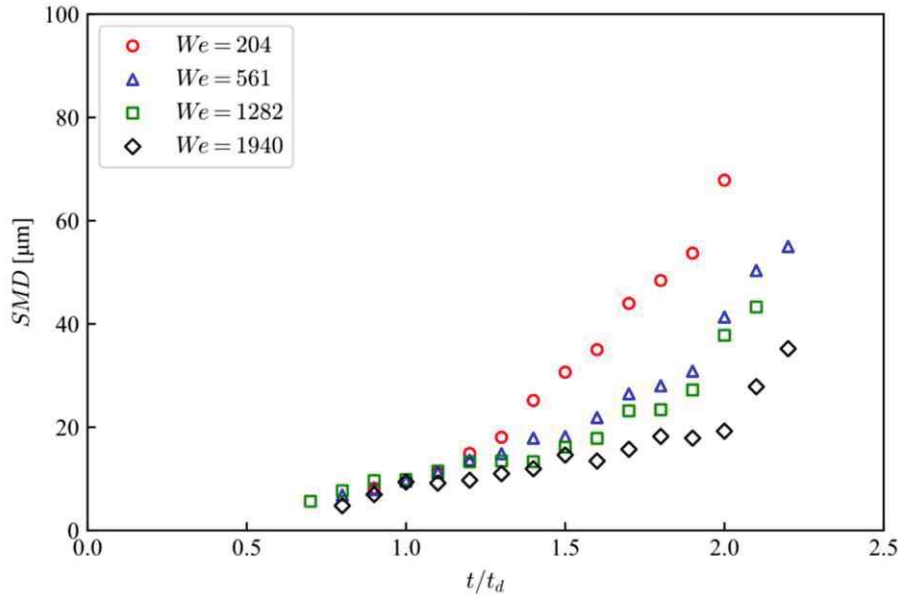
Fig. 5.21 Volume probability density distribution of $We = 1940$ (case4 of table 5.5) for various time. Condition of images of liquid drop breakup is case 6 of table 4.2. (continued)

5.6.3 平均粒径

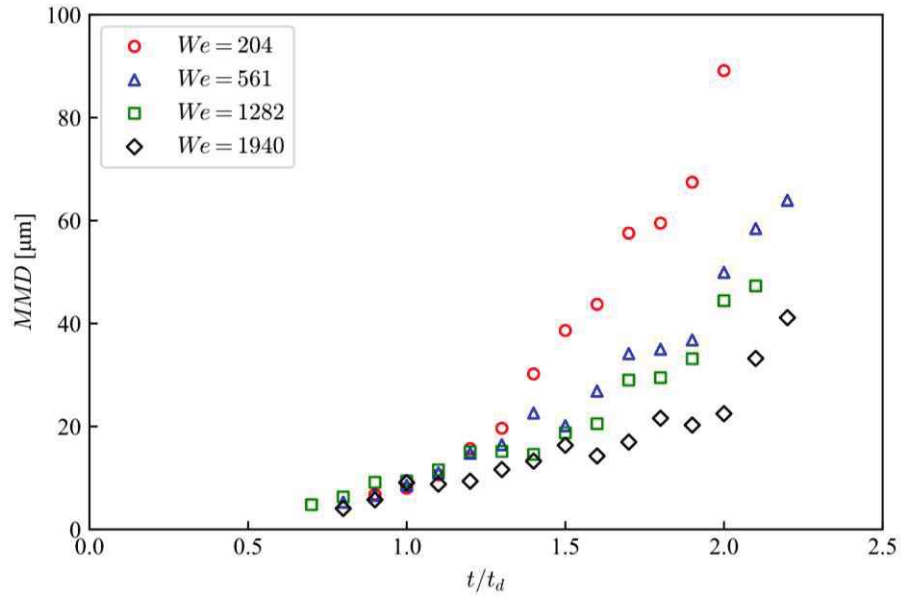
粒度分布の時間変化の特性を明確にするために、平均粒径の時間変化を算出する。平均粒径には様々な定義があるが、噴霧燃焼の分野では、気液界面の表面積が重要となるため式(5.15)で与えられる Sauter 平均粒径 (*SMD*) が最も頻繁に評価されてきた。また、Guildenbecher et al.^[9] や Chou et al.^[10] と同じように、質量分布の中央値である mass median diameter (*MMD*) も評価する。図 5.22 は *SMD*, *MMD* の時間変化を示す。

図 5.22(a)(b)からすべての条件において、時間が経過するにつれて *SMD* および *MMD* は増加していることがわかる。この傾向は Guildenbecher et al.^[9] の *SMD* および *MMD* の時間変化においても見られる。また、Weber 数が 204 の結果に注目すると、初期段階では *SMD* および *MMD* は緩やかに増加するが、 $t/t_d = 1.2$ 程度から急に増加率が大きくなっていることがわかる。これは、 $t/t_d = 1.1$ 程度までは、サンプリング領域に到達した微細液滴のほとんどが液体シート崩壊で形成されたのに対し、一方で、 $t/t_d > 1.2$ では、液糸崩壊や、液体シートの偏向後に見られる親液滴崩壊で形成された微細液滴によって、*SMD* および *MMD* の増加率が大きくなったと考えられる。図 5.22(a)(b)から、Weber 数が 1940 では $t/t_d = 1.8$ で、Weber 数が 144 および 1282 では $t/t_d = 1.6$ において、*SMD* および *MMD* が急激に増加していることが確認される。図 5.23 は、Weber 数が 2.0×10^3 における液滴微粒化の撮影結果を示す。図 5.23(b)から比較的大きな液塊が散見される。この *SMD* および *MMD* の急激な増加は、比較的大きな液塊が分裂して形成された微細液滴がサンプリング領域に到達することでもたらされると考えられる。

過去の研究を参照すると、従来の液滴微粒化形態分類では、高 Weber 数 ($We > \sim 350$) においては、図 5.23(a)のように親液滴の上流側界面の微小擾乱が Rayleigh-Taylor 不安定性によって発達され、親液滴が分裂し、比較的大きな液塊が形成される catastrophic breakup が見られると考えられてきた^[20]。これに則れば、図 5.23(b)で見られる、複数の比較的大きな液塊の形成メカニズムは説明できる。しかしながら、Theofanous et al.^[55, 56] はレーザー誘起蛍光法によって液滴微粒化を撮影し、一貫して catastrophic breakup の存在を否定している。親液滴周囲での微粒化で形成され下流へ流されたフラグメントは、親液滴のコヒーレント部分の背後にある空の空間周りに円筒状の「カーテン」を作り、過去の研究で取得されたシャドウイメージでは内部構造が隠されてしまった。その結果、過去の研究では、本来気液が混合している領域の輪郭を親液滴の界面であると誤って解釈されたと述べた^[56]。すなわち、図 5.23(a)で見られる上流側の波打った液体分布は親液滴界面を指しているのではないと言及している。この論点を完全に解決するためには、信頼性の高い数値シミュレーションによる微粒化過程の解析が必要である。図 5.23(b)に散見される液塊の形成過程を解明することは難しいが、液塊は確かに確認され、*SMD* および *MMD* の時間変化から液塊が微粒化することで形成される微細液滴の径は比較的大きいことが示唆された。

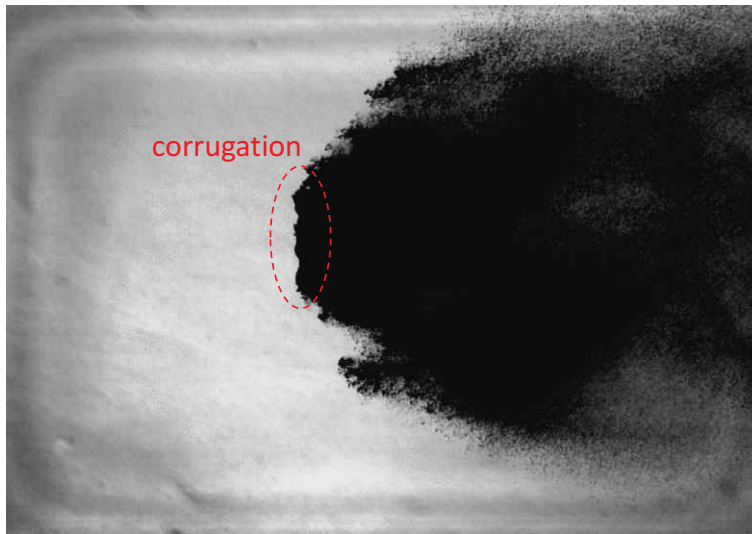


(a) Sauter mean diameter (SMD)



(b) mass median diameter (MMD)

Fig. 5.22 Mean diameter of fine droplets which are formed by liquid drop breakup as a function of time.



(a) corrugated liquid interface



(b) liquid fragments derived from parent drop disintegration

Fig. 5.23 Image of liquid drop breakup for $We = 2.0 \times 10^3$, $Re = 4.4 \times 10^4$, $M_s = 1.4$, $M_2 = 0.50$, $u_2 = 1.8 \times 10^2$ m/s, $\rho_2 = 2.0$ kg/m³, $T_2 = 86$ °C, $d_0 = 2.3$ mm. images are obtained by pulsed laser backlight visualization (Fig. 4.3).

5.6.4 分布関数

Simmons^[49]は、多くの噴霧プロセスでは、root-normal 分布によって粒度分布を記述できると示した。さらに、Chou et al.^[10]は気流による単一液滴微粒化における粒度分布は root-normal 分布に沿うことを示した。加えて、Guildenbecher et al.^[19]は、sheet-thinning breakup が見られる $We=55$ における液滴微粒化結果では、粒度分布は root-normal 分布で記述できることを示した。そこで、高 Weber 数において形成される微細液滴の粒度分布が root-normal 分布によって記述できるかを検証する。root-normal 分布は

$$f(d) = \frac{1}{2\sigma_{RN}\sqrt{2\pi d}} \exp\left[-\frac{(\sqrt{d} - \mu_{RN})^2}{2\sigma^2}\right], \quad (5.16)$$

で示され、確率変数 d に平方根と取った \sqrt{d} が正規分布に従う。図 5.24～図 5.27 はの case1～4 (表 5.5) における粒度分布と root-normal 分布関数を示す。分布関数を得るためには、式(5.16)のパラメータ μ_{RN} および σ_{RN} を与える必要がある。ここでは、測定で得られる微細液滴径に平方根を取った \sqrt{d} の平均値および標準偏差を μ_{RN} および σ_{RN} に与える。 $We = 204$ の結果を示す図 5.24 から、明らかにピークがひとつである $t/t_d = 0.9 \sim 1.3$ においては、粒度分布は root-normal 分布で概ね記述できていることがわかる。さらに、図 5.25～図 5.27 から、 $We = 561, 1282, 1940$ の高 Weber 数においては、すべての時間を通して粒度分布は root-normal 分布を用いて概ね記述できることが確認される。

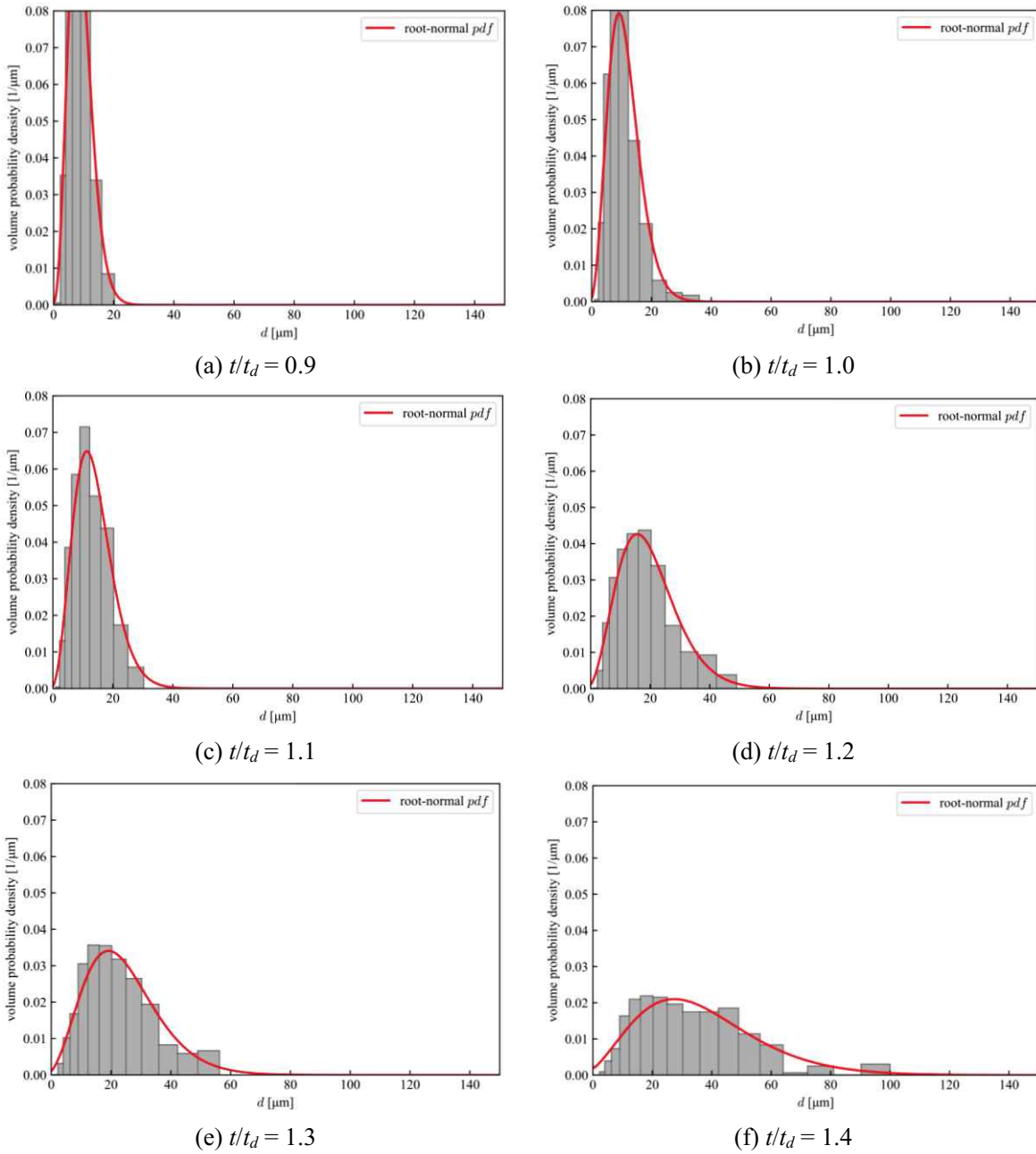
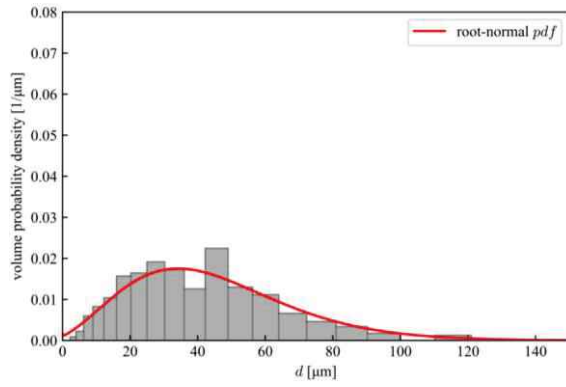
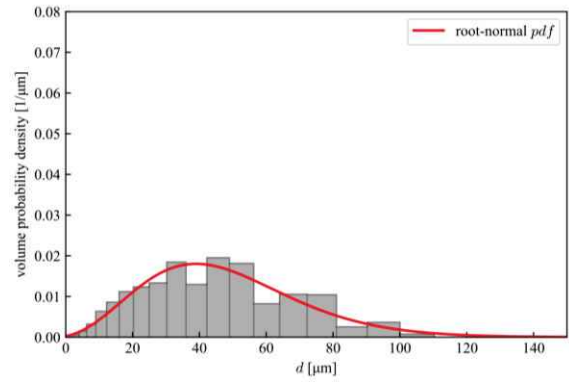


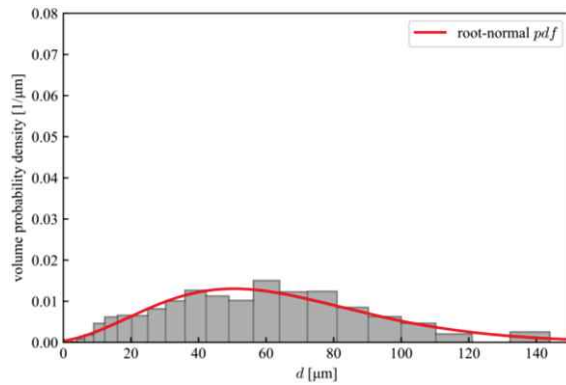
Fig. 5.24 Volume probability density distribution of $We = 204$ (case1 of table 5.5) for various time. The red line show root-normal and log-normal distribution function.



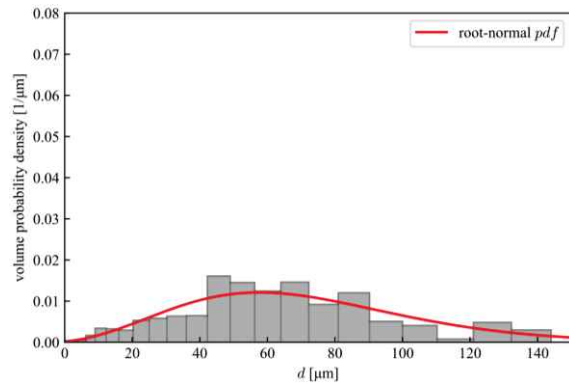
(g) $t/t_d = 1.5$



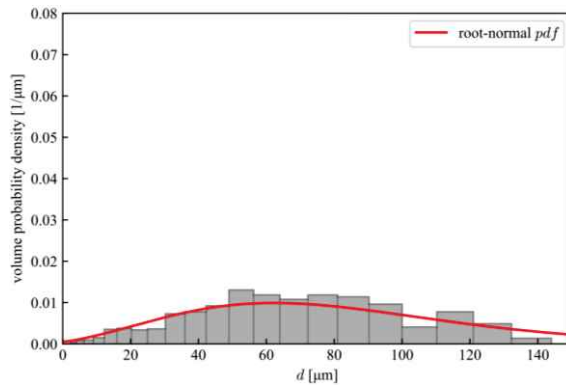
(h) $t/t_d = 1.6$



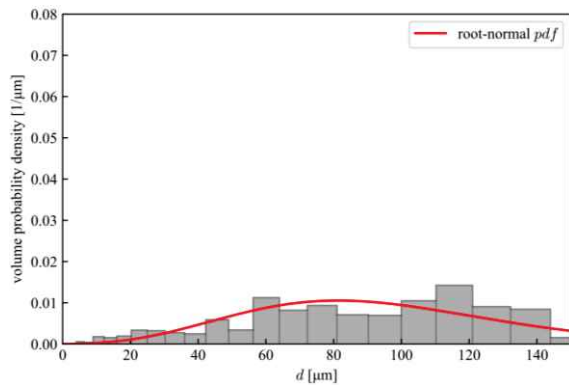
(i) $t/t_d = 1.7$



(j) $t/t_d = 1.8$



(k) $t/t_d = 1.9$



(l) $t/t_d = 2.0$

Fig. 5.24 Volume probability density distribution of $We = 204$ (case1 of table 5.5) for various time. The red line show root-normal and log-normal distribution function. (*continued*)

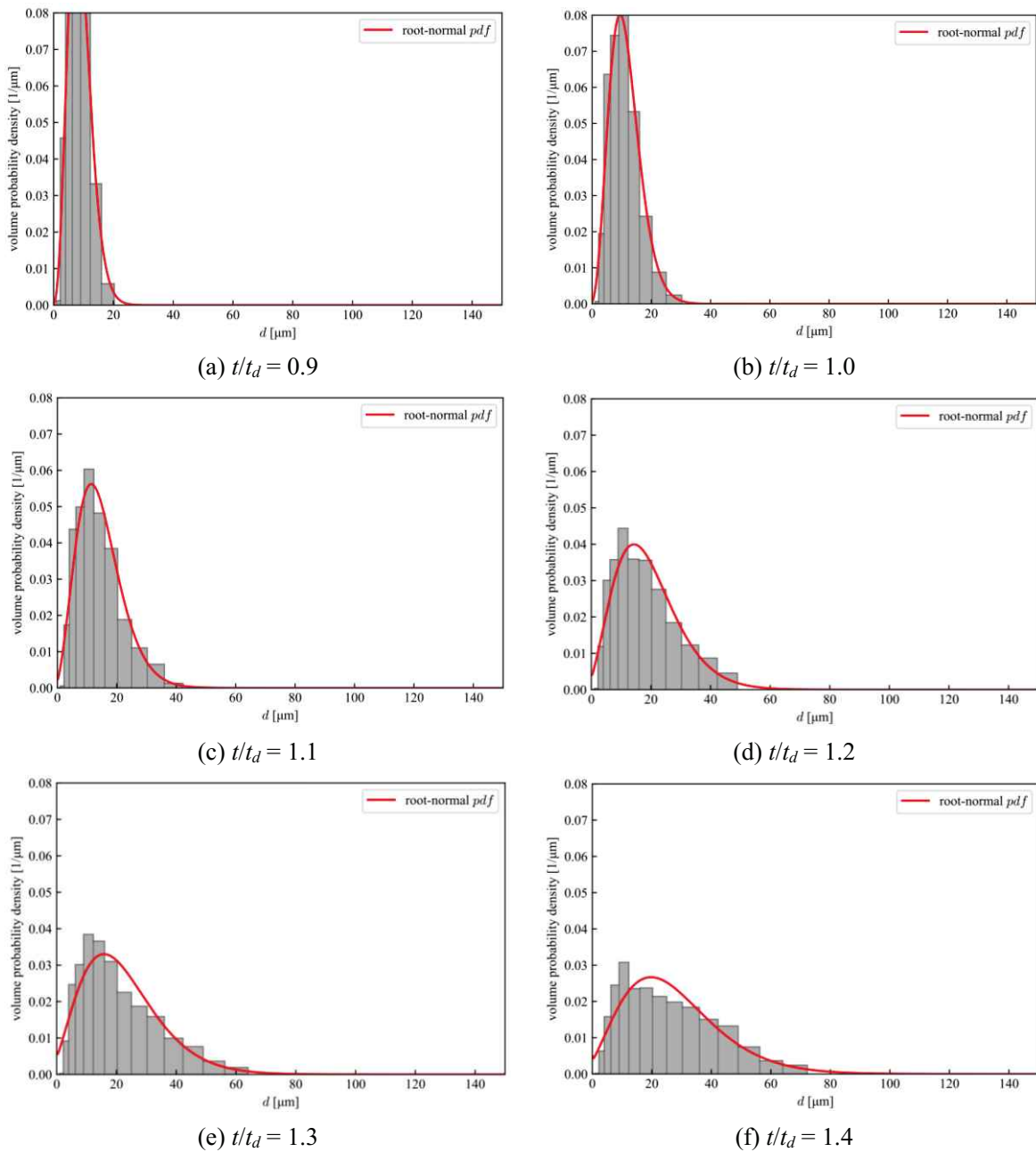
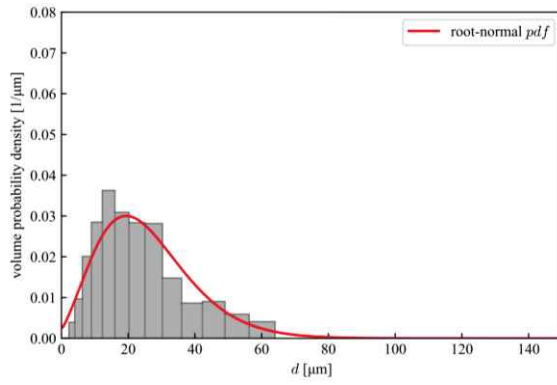
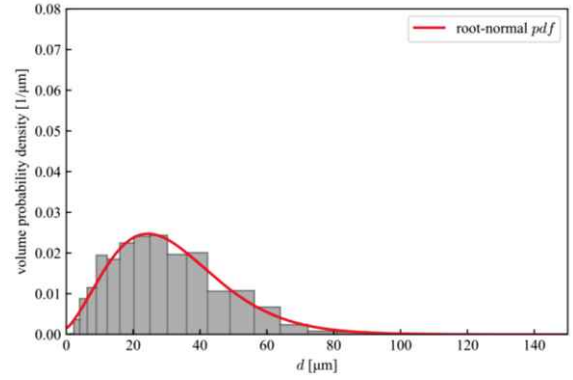


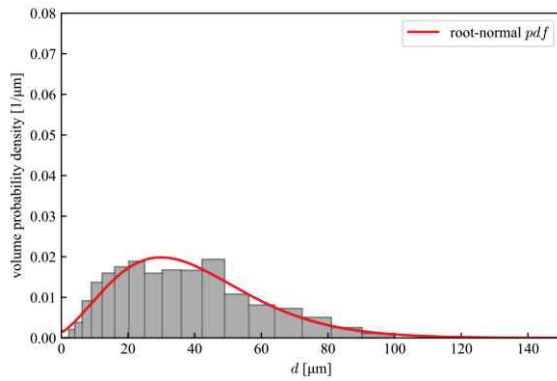
Fig. 5.25 Volume probability density distribution of $We = 561$ (case2 of table 5.5) for various time. The red line show root-normal and log-normal distribution function.



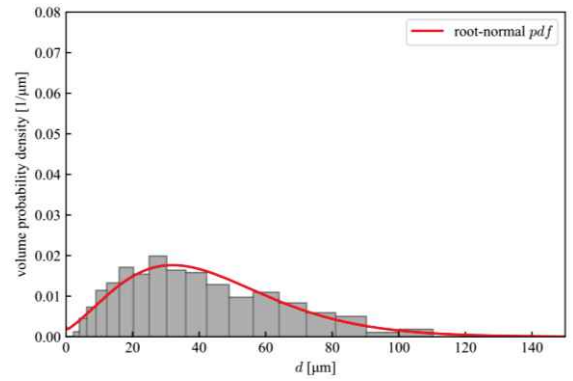
(g) $t/t_d = 1.5$



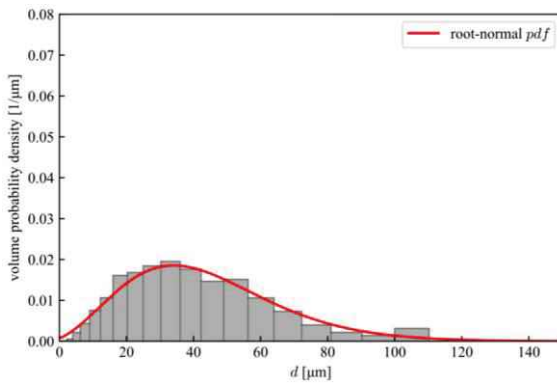
(h) $t/t_d = 1.6$



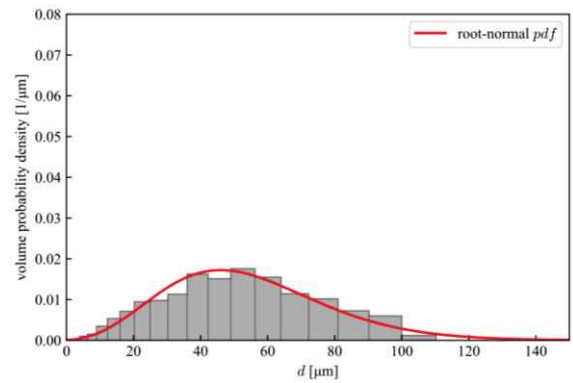
(i) $t/t_d = 1.7$



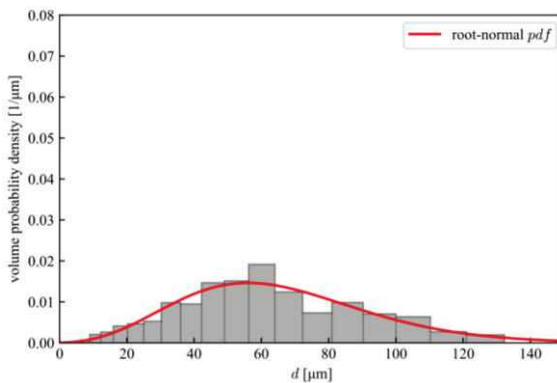
(j) $t/t_d = 1.8$



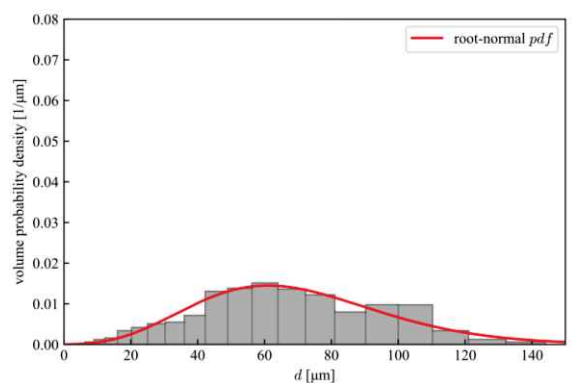
(k) $t/t_d = 1.9$



(l) $t/t_d = 2.0$

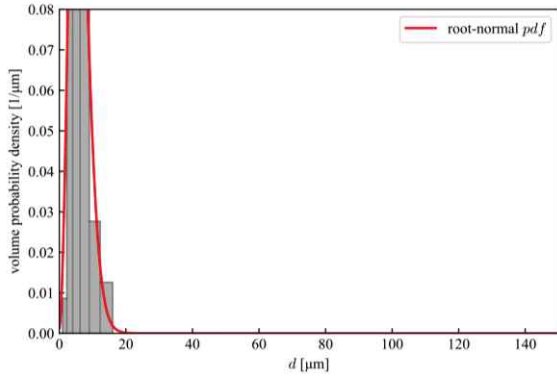


(m) $t/t_d = 2.1$

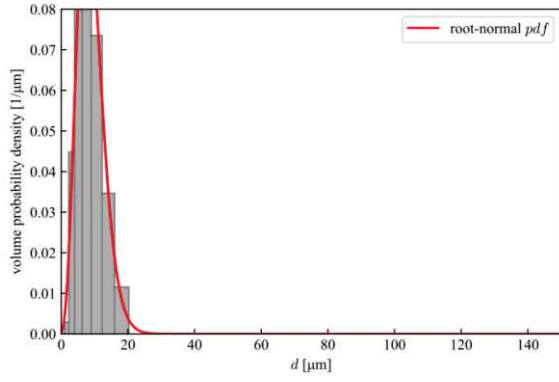


(n) $t/t_d = 2.2$

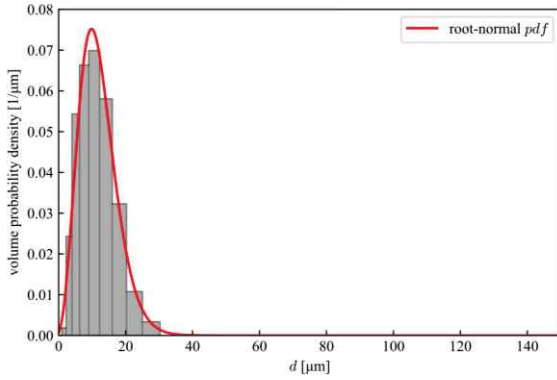
Fig. 5.25 Volume probability density distribution of $We = 561$ (case2 of table 5.5) for various time. The red line show root-normal and log-normal distribution function. (*continued*)



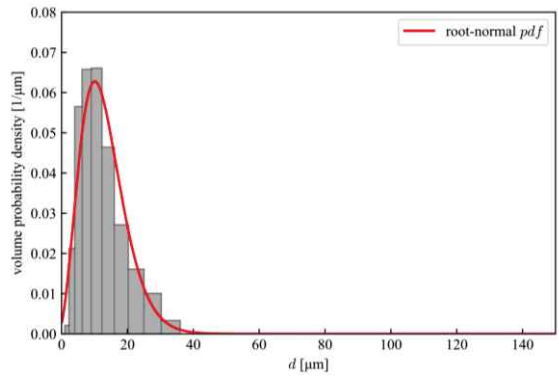
(a) $t/t_d = 0.7$



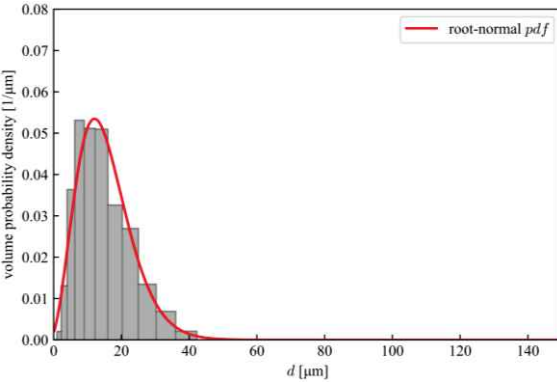
(b) $t/t_d = 0.8$



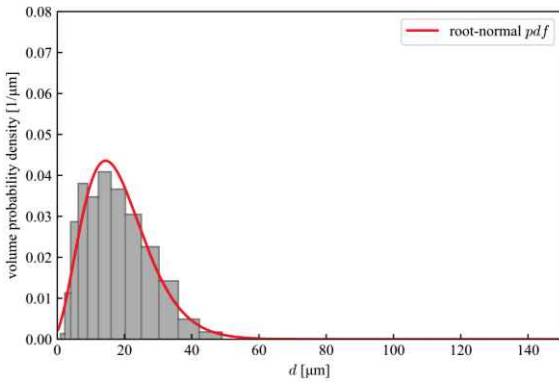
(c) $t/t_d = 0.9$



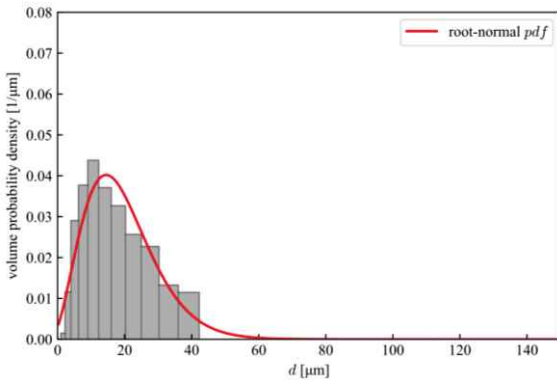
(d) $t/t_d = 1.0$



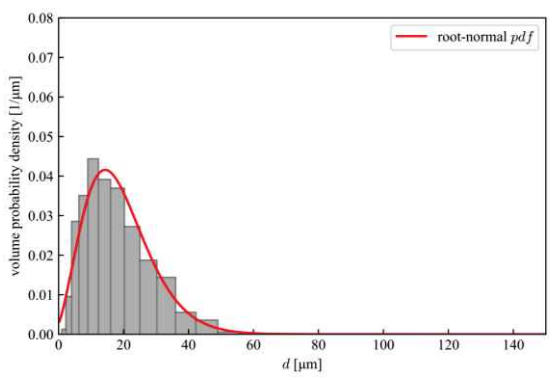
(e) $t/t_d = 1.1$



(f) $t/t_d = 1.2$



(g) $t/t_d = 1.3$



(h) $t/t_d = 1.4$

Fig. 5.26 Volume probability density distribution of $We = 1282$ (case3 of table 5.5) for various time. The red line show root-normal and log-normal distribution function.

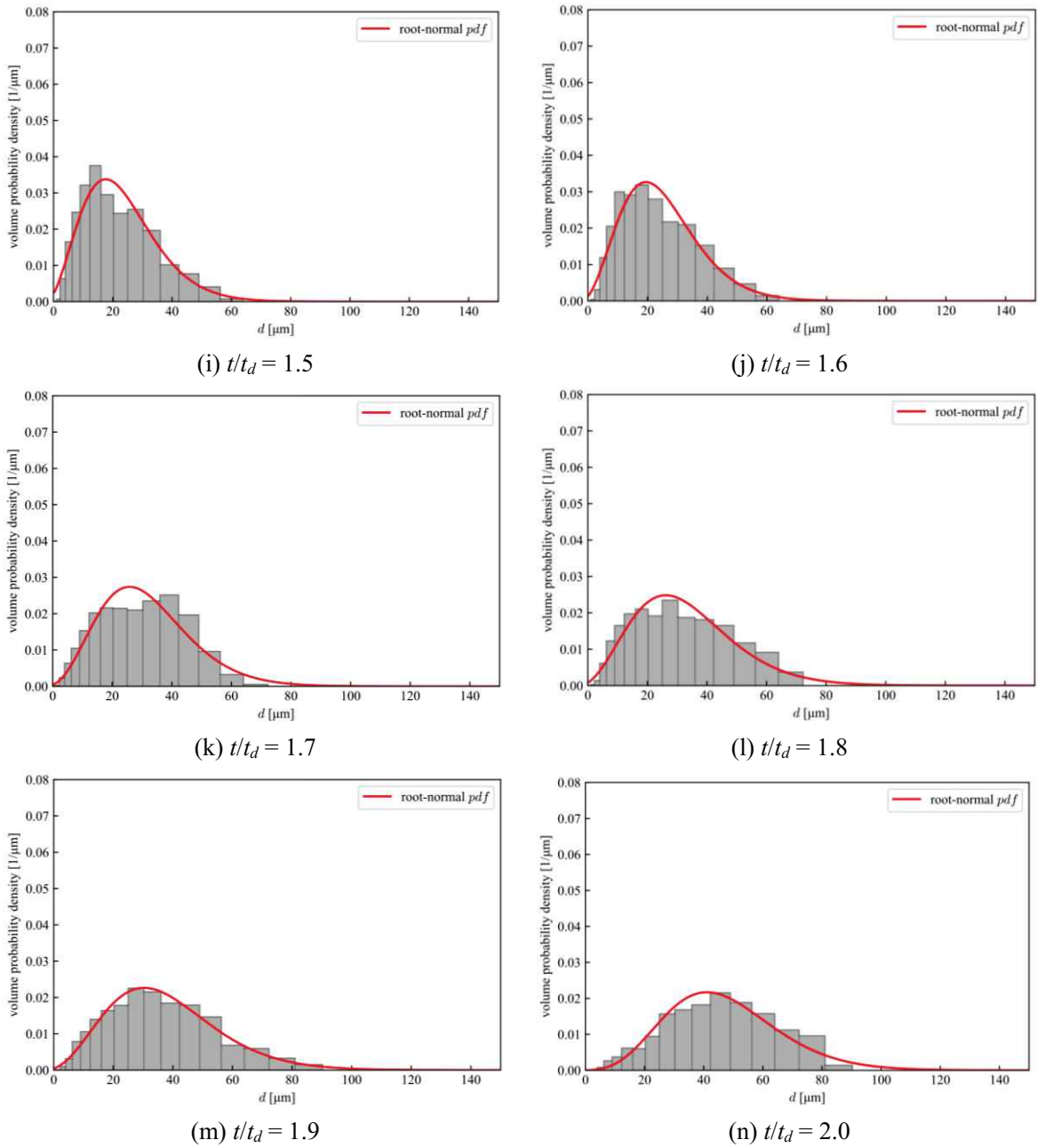


Fig. 5.26 Volume probability density distribution of $We = 1282$ (case3 of table 5.5) for various time. The red line show root-normal and log-normal distribution function. (*continued*)

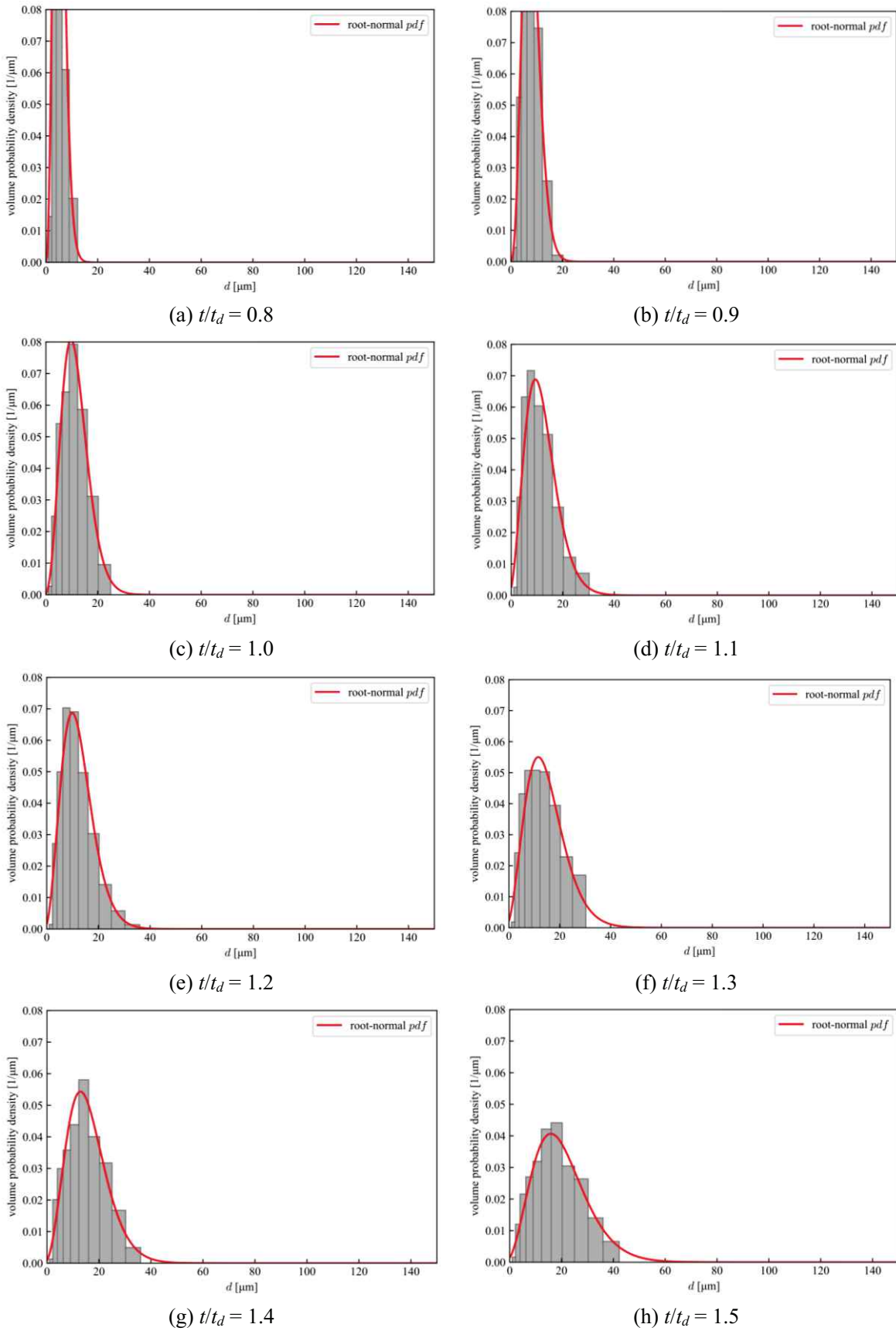


Fig. 5.27 Volume probability density distribution of $We = 1940$ (case4 of table 5.5) for various time. The red line show root-normal and log-normal distribution function.

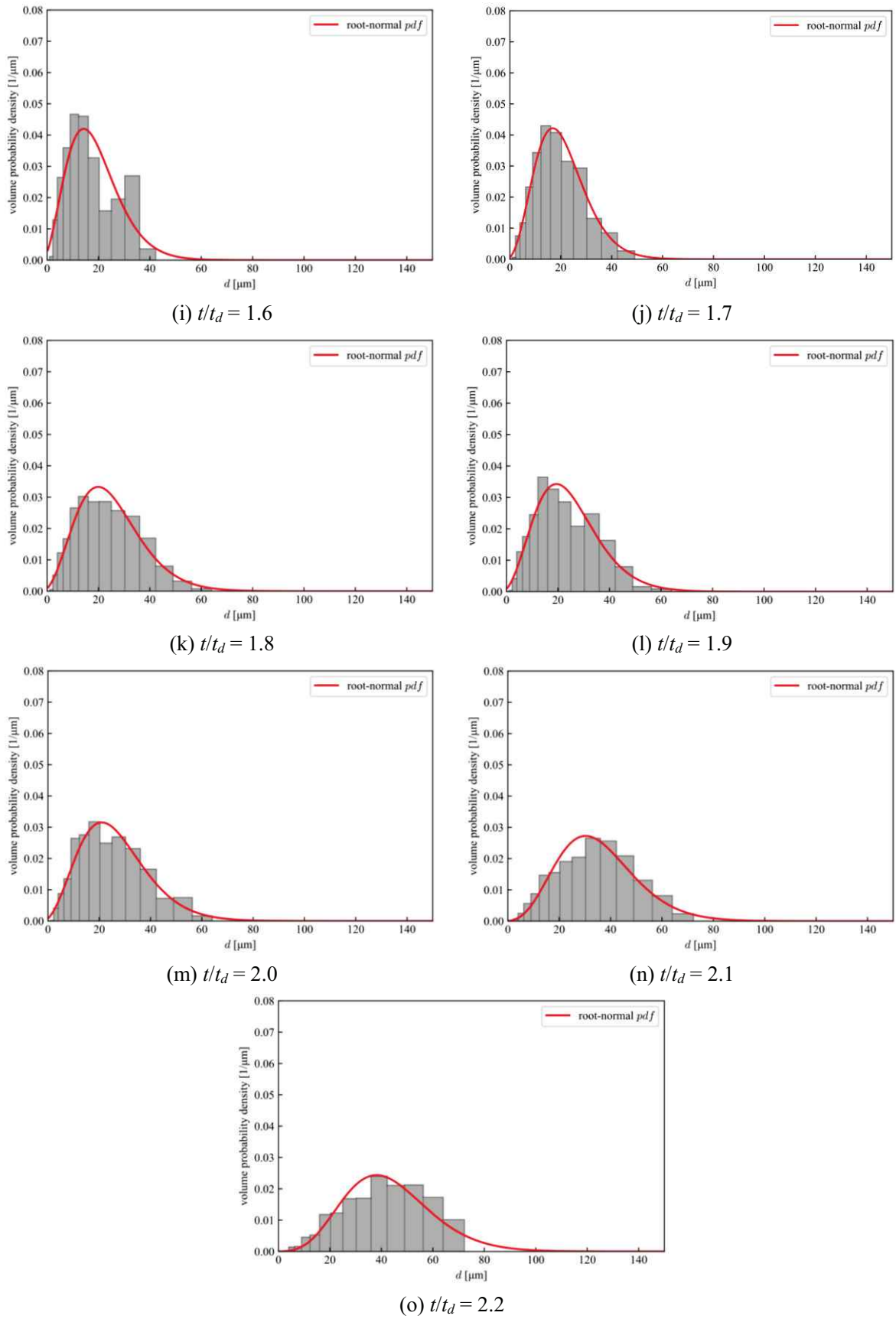


Fig. 5.27 Volume probability density distribution of $We = 1940$ (case4 of table 5.5) for various time. The red line show root-normal and log-normal distribution function. (*continued*)

5.7 スクラムジェットエンジンへの適用

図 5.28 は、スクラムジェットエンジンの燃焼器で見られる、超音速流中に噴射された液体燃料の微粒化の概略図を示す。噴射された液体燃料は、液体噴流から液塊が形成される **primary breakup** と、その液塊が気流によって微粒化される **secondary breakup** を経て微細液滴となる。液体燃料の微粒化の目的は、液体燃料を微細液滴にし、その表面積を増加させて蒸発を促進させることであるため、最終的な微細液滴の粒度分布を予測することは重要である。**secondary breakup** を模擬した液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布予測式を利用すると、以下のような方法で最終的な微細液滴を予測することができる。

- ・第 1 章の式(1.8)から **primary breakup** で形成される液塊のスケールを求めて **secondary breakup** の条件を設定し、液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布予測式を用いて、**secondary breakup** で形成される微細液滴の粒度分布を得ることができる。

- ・スクラムジェットエンジンの流体滞在時間は数 ms 以下と小さく、素早く微粒化させることおよび微細液滴径を小さくすることが重要であるため、ノズル内の乱流やキャビテーションによる微粒化促進、エアアシストアトマイザーの利用による微粒化促進が求められる。このような微粒化促進機構を備えた液体燃料噴射システムの開発においては、ノズル内流れを含めた直接数値解析が強力な開発ツールとなると考えられる。しかしながら、**secondary breakup** で形成される微細液滴の粒径は数 μm ~ 数十 μm と非常に小さいため、直接数値解析で微細液滴の径を予測するためには、格子幅を非常に小さくしなければならず、結果として、膨大な計算コストが生じる。そこで、膨大な計算コストを避けるために、**primary breakup** は直接数値解析によって解析し、**secondary breakup** はモデルを用いて解析する方法が考えられる。**secondary breakup** モデルの開発や妥当性の検証には、**secondary breakup** を模擬した液滴微粒化において形成される微細液滴の粒度分布予測式やデータベースが役立つと考えられる。

以上から、**secondary breakup** を模擬した液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布予測式から、スクラムジェットエンジンの燃焼器における気流条件および噴射条件から最終的な微細液滴の粒度分布を予測できるため、液滴微粒化における微細液滴の粒度分布予測式を確立することは重要となる。

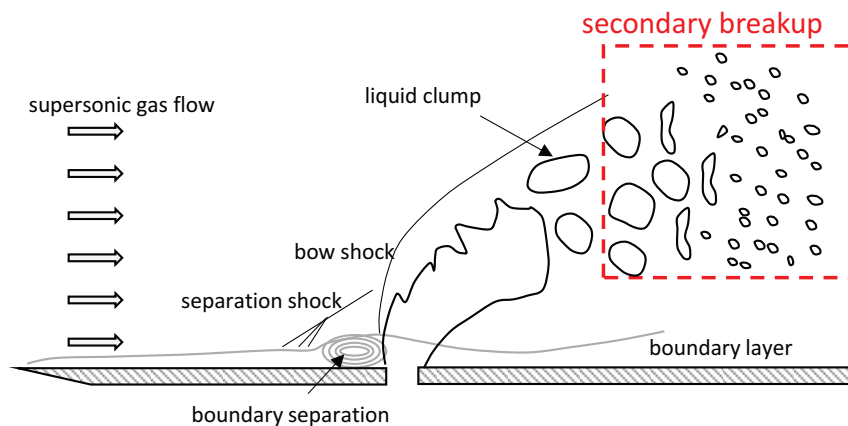


Fig. 5.28 Schematic image of liquid jet breakup in supersonic gas cross flow.

液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布の予測式を構築するためのデータを取得するために、高速気流による液滴微粒化で形成される高速かつ小さな微細液滴のサイズを測る技術確立することが求められる。そのため、パルスレーザーと顕微鏡を用いて微細液滴を瞬間露光かつ超高空間分解能で撮影し、画像処理によって粒径を測定する方法を確立した本研究は、液滴微粒化における粒度分布予測式の確立に貢献したといえる。さらに、確立した測定手法を用いて、微細液滴が広がる領域の一部分についての微細液滴径を測定し、微細液滴の粒度分布特性を明らかにした。本研究の測定範囲は微細液滴の広がる領域の一部分に限られるが、測定位置を変更した撮影を行うことで、微細液滴の広がる領域全体において、微細液滴の径を測定することができ、測定結果から液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布の予測式が提案できると考えられる。

5.7.1 微細液滴の燃焼時間

スクラムジェットエンジンでは、燃焼器に流体が滞在する時間（流体滞在時間 t_{res} ）は数 ms 以下と非常に短く、この短い時間の中に、微粒化、蒸発、空気との混合、燃焼といった素過程からなる噴霧燃焼を完全に完了させる必要がある。ここでは、微粒化によって形成される微細液滴の蒸発・燃焼に要する時間について見積もり、流体滞在時間と比較する。微細液滴の直径のほとんどが数 μm ~ 数十 μm と非常に小さいため、気流に完全に追従していると考えられる。そのため、微細液滴の燃焼は静止気体中において燃焼する単一液滴でモデル化することができる。液滴が燃焼によって消失するまでの時間は液滴径に依存するため、微細液滴燃焼時間を見積もるためにはその粒径を与える必要がある。実際の secondary breakup では、primary breakup で生じた様々なサイズの液塊が微粒化するが、図 5.29 に示されるように、等間隔で置かれた同一サイズの液滴が高速気流により微粒化される状況を設定することで、secondary breakup を理想化する。等間隔で置かれた同一サイズの液滴が微粒化して形成された微細液滴を図 5.29 の赤枠内で測定し、その測定結果から得られる粒度分布は本実験で得られる各時間の粒度分布の時間積分に等しいと解釈できる。そこで、本研究では、各時間で得られた粒度分布の時間積分（サンプリング領域に到達したすべての微細液滴の評価）を考える。

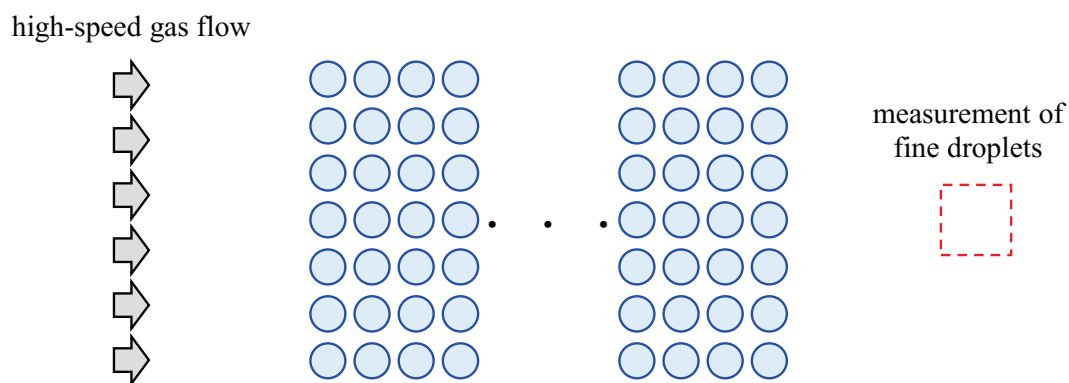


Fig.5.29 Schematic image of the scramjet engine and liquid jet breakup in combustor

図 5.30 は各 Weber 数における各時間の粒度分布を時間積分して得られる粒度分布である。図 5.30 から、Weber 数が 204 を除き、粒度分布のピークが一つであることがわかる。一方で、Weber 数が 204 では、複数のピークが見られる。これは、微粒化の最終段階で形成される、ピークが複数あり、比較的大きな粒径が見られる粒度分布(5.17(j)(k)(l))をもつ微細液滴に起因すると考えられる。

ここで、これらの微細液滴はこれ以上微粒化しないかどうかを考える。図 5.31 は $t/t_d = 2.05$ における、顕微鏡を用いたときの撮影結果を示す。図中のピントの合ったふたつの微細液滴に注目し、それぞれの等価直径を求める。さらに、撮影時間幅 0.02 ms の間に進んだ距離から微細液滴の速度を測定し、それと気流（衝撃波後方流れ）速度と微細液滴の相対速度を求め、相対速度と等価直径から Weber 数を算出する。その結果、図 5.31 の微細液滴の Weber 数はそれぞれ 2.9 および 1.5 であった。このように、微細液滴の Weber 数は非常に低いことがわかる。加えて、分裂の際に見られる大きな扁平化も見られない。以上から Weber 数が 204 の液滴微粒化における最終段階で形成され、本実験で捉えられた微細液滴はこれ以上の分裂はしないといえる。

図 5.32 は、図 5.30 の粒度分布から得られる Sauter 平均粒径を Weber 数の関数として示す。図 5.32 から Weber 数が増加するにつれて、Sauter 平均粒径が小さくなっていることがわかる。また、Weber 数が小さい領域では、Sauter 平均粒径は大きく変化するが、大きい領域での Sauter 平均粒径の変化率は小さく、Weber 数が 1282 および 1940 では概ね $SMD = 16 \mu\text{m}$ であることがわかる。

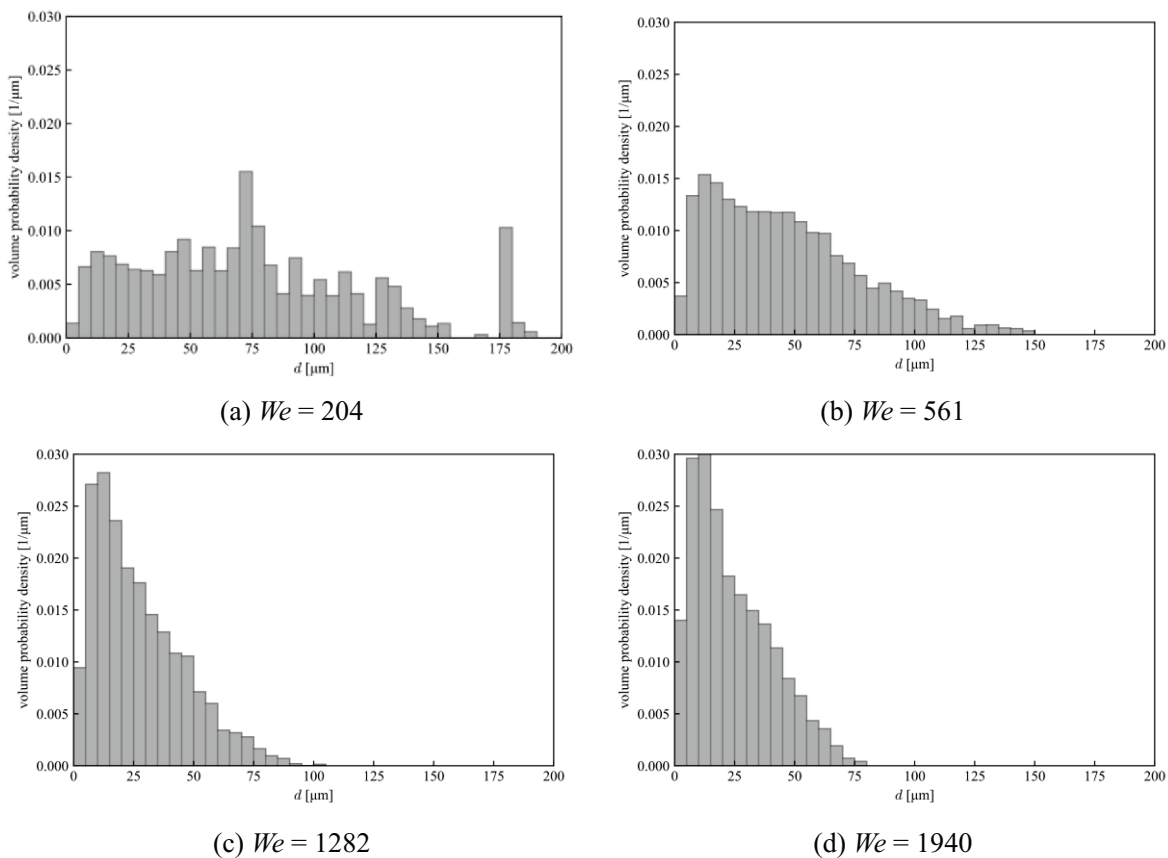


Fig.5.30 Volume probability density of time integration of fine droplet size distribution at each Weber number.

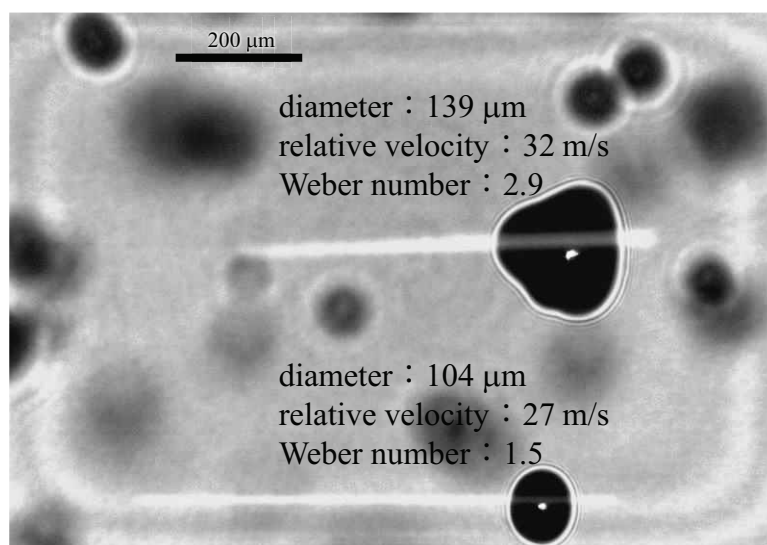


Fig. 5.31 Image of fine droplets for Weber number is 204 (case1 of table 5.5) at $t = 4.36$ ms, $t/t_d = 2.05$.

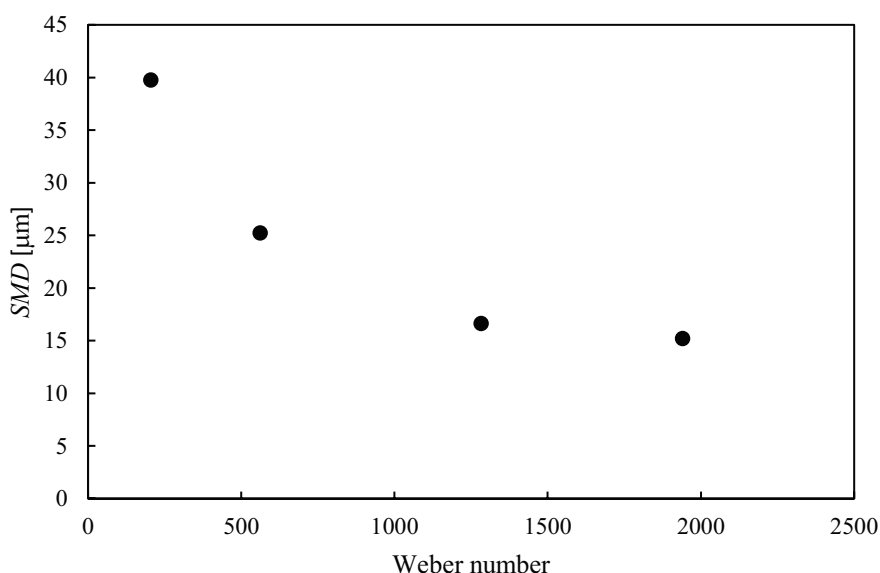
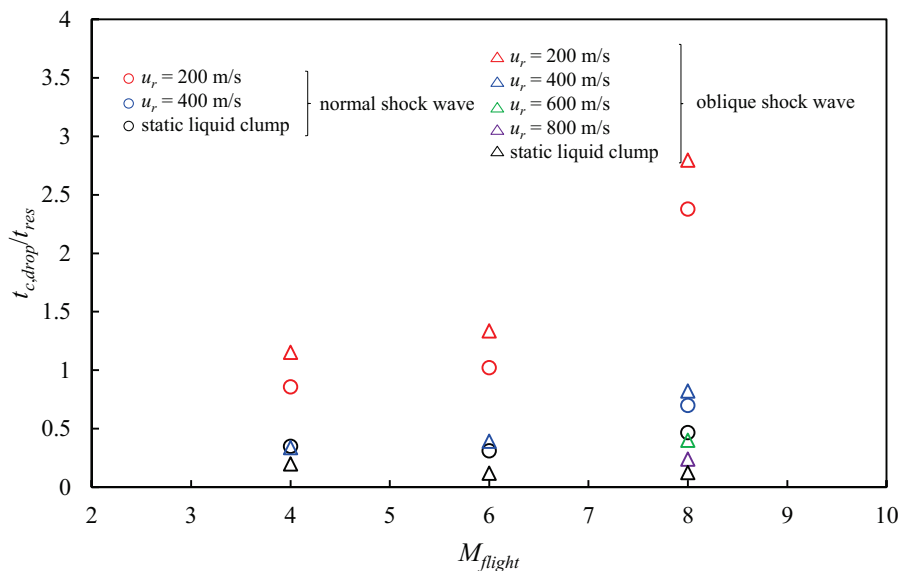


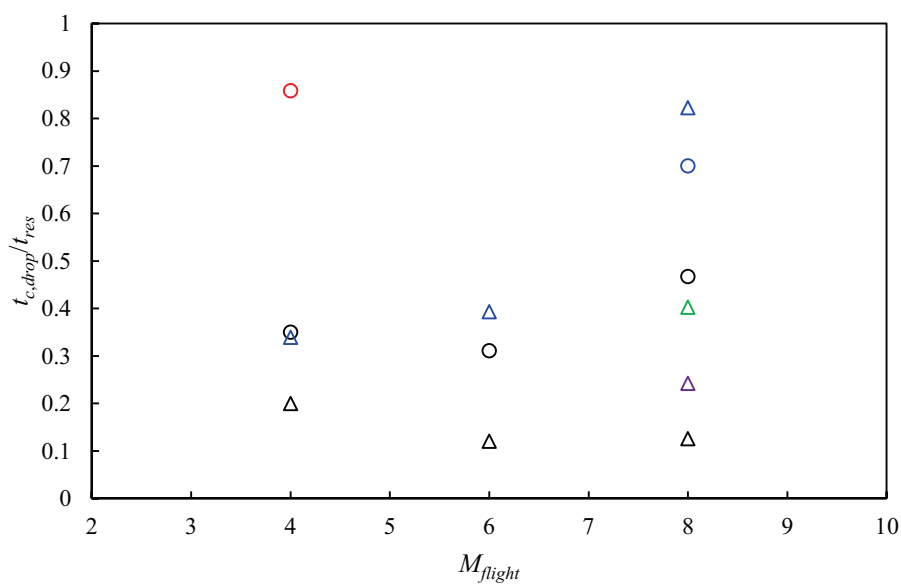
Fig. 5.32 Sauter mean diameter of time integration of fine droplet size distribution as a function of Weber number.

図 5.33 は、流体滞在時間 t_{res} で無次元化された微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ を飛行 Mach 数の関数として示す。流体滞在時間 t_{res} は 4.8 節において算出され、液滴燃焼時間 $t_{c,drop}$ の計算には Williams^[15] の理論式を用いて算出する。燃料液滴はヘキサンを想定し、雰囲気温度は触先衝撃波後方の状態を与える (表 1.3, 表 1.4)。想定される secondary breakup 条件の Weber 数における Sauter 平均粒径を図 5.32 から予想し、それを初期直径として与える。図 5.33(b)は(a)の無次元時間が 0~1 について拡大して示した結果である。図 5.33(a)から相対速度が減少するにつれて、無次元微細液滴の燃焼時間が増加していることがわかる。これは、相対速度が減少すると、Weber 数が減少し、図 5.32 からわかるように結果として Sauter 平均粒径が大きくなることに起因する。相対速度が 200

m/s を除くと，微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ は流体滞在時間 t_{res} より小さいことがわかり，図 5.33(b) から相対速度への依存性は大きい，微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ と流体滞在時間 t_{res} は同じオーダーであることがわかる。



(a) full view



(b) enlarged view

Fig. 5.33 Combustion time of fine droplets normalized by fluid residence time.

5.7.2 微粒化時間と微細液滴の燃焼時間の比較

本項では、前項で算出した微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ と、4.8 節において算出した微粒化時間 t_{dis} を比較する。図 5.34 は各飛行 Mach 数に対する、流体滞在時間 t_{res} 、微粒化時間 t_{dis} 、微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ をそれぞれ示す。図 5.34 の各図は相対速度および衝撃波形態に違いを持つ。

図 5.34 から微粒化時間は 10^{-2} ms オーダーである一方で、微細液滴燃焼時間は 10^{-1} ms オーダーとオーダーが大きいことが確認される。したがって、噴霧燃焼の素過程の内、微粒化に要する時間は小さく、一方で、蒸発・燃焼に要する時間が支配的であることがわかる。また、流体滞在時間は 10^{-1} オーダーであり、微細液滴燃焼時間はそれと同様のオーダーとなることが確認された。したがって、微粒化によってより小さな微細液滴を形成することは、大きな時間スケールを持つ微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ の短縮につながるため、非常に重要となる。

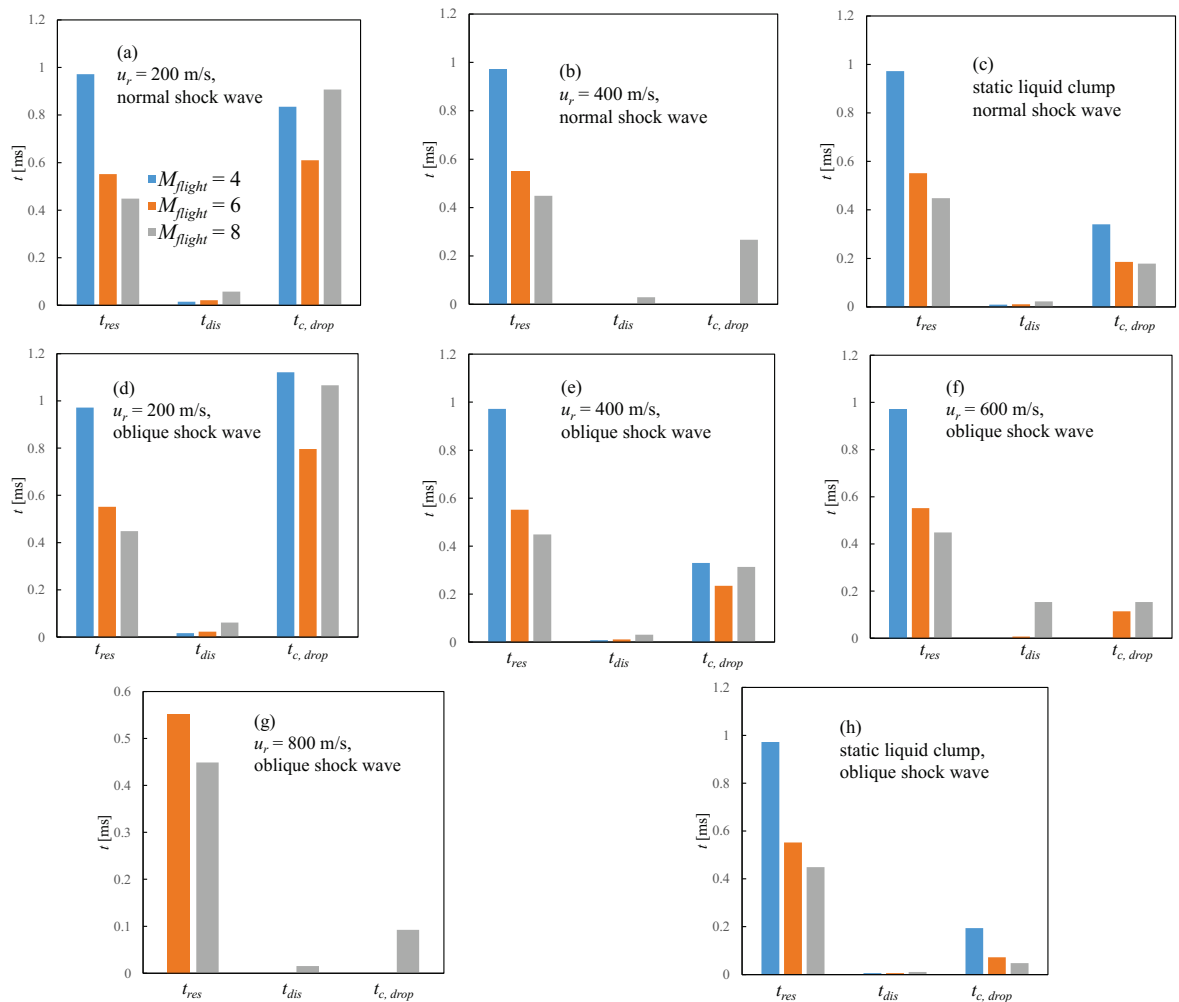


Fig. 5.34 Comparison of fluid residence time, parent drop disintegration time and fine droplet combustion time.

5.8 結言

スクラムジェットエンジンの燃焼器における、気流条件と噴射条件からの最終的な微細液滴の粒度分布の予測に向け、secondary breakup を模擬した液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布の予測式を提案することが求められている。そこで、本研究では、液滴微粒化で形成される微細液滴の測定方法の確立し、その測定方法を用いて、平均粒径および粒度分布特性を明らかにした。

パルスレーザーを用いた瞬間露光をバックライトとする、顕微鏡を用いた超高空間分解能撮影を行うことで、サイズが小さく、高速で移動する微細液滴を画像上に鮮明に捉えることができた。得られた撮影画像から正確な粒度分布を得ることを目的に、誤差の小さい二値化しきい値の導出と被写界深度の定量化のための較正実験を行った。この較正実験によって、被測定粒子の径の下限はあるが、誤差を 10%以内に収めることができる、二値化しきい値を導出することができた。また、粒子内の輝度値を用いて被写界深度を定量化すると、被写界深度は粒径の増加とともに深くなることが明らかとなった。さらに、得られた被写界深度に二次曲線をフィッティングさせることで、被写界深度の予測式を提案した。

微細液滴が広がる領域の一部分を超拡大撮影し、高 Weber 数条件での液滴微粒化で形成される微細液滴の体積確率密度分布、Sauter 平均粒径 (SMD) および mass median 直径 (MMD) の時間変化を明らかにした。We = 204 の結果は途中まで、We = 561, 1282, 1940 ではすべての時間を通して、体積確率密度は概ね root-normal 分布で記述されることが明らかとなった。SMD および MMD は時間の経過とともに大きくなることがわかった。また、ある時刻を過ぎると SMD および MMD の増加率が大きくなることが確認される。

粒度分布の測定結果から、スクラムジェットエンジンにおける微粒化で形成される微細液滴のスケールを予測した。そのスケールから微細液滴燃焼が完了するまでの時間を取得し、微細液滴の燃焼時間、微粒化時間、流体滞在時間を比較した。その結果、微粒化時間は 10^{-2} ms オーダーである一方で、微細液滴燃焼時間は 10^{-1} ms オーダーとオーダーが大きいことが確認された。さらに、流体滞在時間は 10^{-1} ms オーダーであり、微細液滴燃焼時間はそれと同様のオーダーとなることが確認された。

第6章 結論

スクラムジェットエンジンの燃焼器で見られる液体燃料の微粒化における secondary breakup の Weber 数は $10^1 \sim 10^3$ であった。そこで、本研究では、Weber 数が $10^2 \sim 10^3$ における、液体燃料の secondary breakup を模擬した高速気流中に曝露された単一液滴の微粒化を研究対象とし、液滴微粒化時間および微細液滴の粒径分布について以下の知見を得た。また、液滴微粒化観測システムの開発に向けた数値解析およびレーザー破膜法で得られた知見も示す。

本研究では、衝撃波と液滴を衝突させ、液滴を衝撃波後方の高速気流に曝す実験を考えた。しかしながら、実際の secondary breakup において液滴と衝撃波の干渉は見られないため、圧縮性気液二相流解析コードによる数値解析によって衝撃波が液滴の変形・微粒化に与える影響について評価した。衝撃波と液柱の干渉の数値解析を実施し、衝撃波が液柱を完全に通過しても、液柱はほとんど変形しないことが明らかとなった。また、衝撃波が液柱に衝突すると、衝撃波が液柱内部に伝播し、液柱内部の圧力が大きく変動する。この液柱内部を伝播する波が液柱の変形に与える影響について評価した。評価方法としては、液柱と衝撃波が衝突直後で解析を中断し、気体領域の速度、密度、圧力を一様にして、再度解析した。その結果、衝撃波が液柱内部を伝播することで、圧力は大きく変化するが、液柱はほとんど変形しないことが分かった。以上から、衝撃波が液柱変形に与える影響は少なく、secondary breakup では衝撃波は見られないが、それを模擬した実験において、衝撃波後方の流れによって液滴を微粒化させることは許容される。

液柱と衝撃波の数値解析によって、衝撃波が液柱の変形に与える影響は小さいことが確認された。そこで、衝撃波管を用いて発生された衝撃波を落下中の液滴に衝突させ、衝撃波後方の高速気流中において微粒化する液滴を高速度カメラで撮影する、液滴微粒化観測システムを開発した。高速度カメラの撮影範囲は限られているため、衝撃波と液滴の鉛直方向干渉位置の再現性を高くすることが求められる。したがって、衝撃波発生タイミングの再現性を高くすることが重要となる。そこで、衝撃波発生タイミングの再現性の高い破膜方法として、レーザーを隔膜に照射することで破膜を誘起させるレーザー破膜法を提案し、その性能を評価した。その結果、レーザー破膜法による隔膜の開口時間の標準偏差は 0.1 ms 程度であり、液滴微粒化の実験を行うにあたり十分な衝撃波発生タイミングの再現性を有することが示された。また、レーザー破膜法によって形成される衝撃波は隔膜付近を除き一次的であることが確認された。

過去の研究では撮影された画像を視覚的に観察し、液滴微粒化開始時間が測定されていた。そのため、測定者によって、得られる結果が異なる懸念がある。そこで、本研究では、画像の視覚的な観察に頼らないこと、明確な微粒化開始の定義を定めることで、その懸念を払拭した3つの液滴微粒化開始時間の測定方法を提案した。まずは、親液滴重心位置を画像解析によって導出し、その時間変化を得た。得られた結果から重心位置が急激に大きくなることがわかり、急増が生じる時間を内挿によって求めた。その時間を液滴微粒化画像と見比べると、その時間のときに概ね微粒化が開始することがわかり、微粒化開始時間として検討された。次に、微粒化画像の中央部を抽出し、時間順に積み重ねた。そのように作られた画像では、液体領域が下流側に大きく発達し始める時間が見られた。この時間も微粒化開始時間として検討された。最後に、同条件におい

て、複数回実験を行うことで得られる平均輝度値分布から親液滴体積を取得し、その時間変化から微粒化開始時間を測定する方法を提案した。以上3つの測定方法で得られる微粒化開始時間は、高時間分解能撮影で得られる微粒化時間と概ね一致することがわかった。したがって、新たに提案した3つの微粒化開始時間の測定方法は妥当であることが確認された。画像を視覚的に見て微粒化開始時間を判断する方法とは異なり、親液滴重心法および平均輝度値法では低時間分解能撮影で得られる画像においても正確な微粒化開始時間を求めることができる。さらに、得られた結果にフィッティングさせることで、液滴微粒化開始時間の予測式(4.21)を提案した。また、無次元液滴微粒化開始時間 (t_s/t_d) はその時間までに剛体球の直径に対する移動距離を示す。しかしながら、液滴は剛体球とは異なり時間と共に扁平化するため、剛体球に比べ親液滴ははやく下流に移動する。そこで、実際に液滴が直径分だけ移動したときの時間で無次元化された液滴微粒化開始時間 (t_s/t_G) を t_s/t_d と比較した。その結果、 t_s/t_d は微粒化開始までの液滴移動量を過小評価していることがわかった。次に親液滴が崩壊する時間について評価した。平均輝度値が最小となる流れ方向位置を取得し、その差分値を求めた。差分値は初期では単調に増加するが、ある無次元時間を境に一意に決まらなくなる。さらに、この無次元時間は条件によらず同様の値となる。撮影画像を見ると、高 Weber においてはこの時間で確率的な親液滴の分裂が生じることが確認された。そのため、この時間を親液滴崩壊時間として定義することは適切であると考えられる。したがって、親液滴崩壊が起こる無次元時間は条件によらず一定であり、親液滴崩壊時間の予測式(4.22)を提案した。さらに、親液滴崩壊までの親液滴移動量の Weber 数によらない予測式(4.23)を提案した。親液滴崩壊時間の予測式を用いることで、secondary breakup の特性時間が見積もることができ、スクラムジェットエンジンで重要となる特性時間（流体滞在時間、乱流の時間スケール、化学反応時間、着火遅れ時間など）と secondary breakup の特性時間を比較することができる。このような比較結果は、大まかな設計指針や数値解析を行う際の手法の選択・開発に役立つと考えられる。

パルスレーザーを用いた瞬間露光をバックライトとする、顕微鏡を用いた超高空間分解能撮影を行うことで、サイズが小さく、高速で移動する微細液滴を画像上に鮮明に捉えることができた。得られた撮影画像から正確な粒度分布を得ることを目的に、適切な二値化しきい値の導出と被写界深度の定量化のための較正実験を行った。この較正実験によって、被測定粒子の径の下限はあるが、誤差を10%以内に収めることができる、二値化しきい値を導出することができた。また、粒子内の輝度値を用いて被写界深度を定量化すると、被写界深度は粒径の増加とともに深くなることが明らかとなった。さらに、得られた被写界深度に二次曲線をフィッティングさせることで、被写界深度の予測式を提案した。微細液滴が広がる領域の一部分を超拡大撮影し、高 Weber 数条件下での液滴微粒化で形成される微細液滴の体積確率密度分布、Sauter 平均粒径 (SMD) および mass median 直径 (MMD) の時間変化を明らかにした。We=204 の結果は途中まで、We=561, 1282, 1940 ではすべての時間を通して、体積確率密度は概ね root-normal 分布で記述されることが明らかとなった。SMD および MMD は時間の経過とともに大きくなることがわかった。また、ある時刻を過ぎると SMD および MMD の増加率が大きくなることが確認された。スクラムジェットエンジンの燃焼器における、飛行条件と噴射条件からの最終的な微細液滴の粒度分布の予測に向け、液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布の予測式を提案することが求められている。そのため、

高速気流による液滴微粒化で形成される高速かつ小さな微細液滴の大きさを測る技術は、液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布の予測式の提案に向けたデータ取得において必須である。そのため、パルスレーザーと顕微鏡を用いて微細液滴を瞬間露光かつ超高空間分解能で撮影し、画像処理によって粒径を測定する方法を確立したことで、本研究は液滴微粒化における粒度分布予測式の確立に貢献しており、スクラムジェットエンジンの実現に寄与することができた。今回は微細液滴が広がる領域の一部分における微細液滴の測定に留まっているが、測定位置を変更した撮影を行うことで、微細液滴の広がる領域全体において、微細液滴の径を測定することができ、測定結果から液滴微粒化で形成される微細液滴の粒度分布の予測式が提案できると考えられる。

スクラムジェットエンジンでは、流体滞在時間が小さいため、素早く微粒化をすること、形成される微細液滴の径が小さいことが重要である。そこで、微粒化時間 t_{dis} および微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ を本研究から得られた知見から見積もり、流体滞在時間 t_{res} と比較した。微粒化時間 t_{dis} は本研究で提案した親液滴崩壊時間の予測式 (式(4.22)) から見積もった。微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ は液滴燃焼の理論から求めたが、それには微細液滴径が必要とされた。そこで、本研究で得られた粒度分布を時間積分した結果から取得される Sauter 平均粒径を微細液滴径の代表として用い、微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ を見積もった。微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ 、微粒化時間 t_{dis} 、流体滞在時間 t_{res} を比較した結果、微粒化時間 t_{dis} は 10^{-2} ms オーダーである一方、微細液滴燃焼時間は 10^{-1} ms オーダーとオーダーが大きいことが確認された。さらに、流体滞在時間は 10^{-1} ms オーダーであり、微細液滴燃焼時間はそれと同様のオーダーとなることが確認された。以上から、微粒化によってより小さな微細液滴を形成することは、大きな時間スケールを持つ微細液滴の燃焼時間 $t_{c,drop}$ の短縮につながるため、非常に重要であることが示された。この知見はスクラムジェットエンジンの燃焼器の設計や開発指針に有益であり、本研究はスクラムジェットエンジンの実現に寄与することができた。

参考文献

- [1] Allaire, G., Clerc, S., and Kokh, S., A five-equation model for the simulation of interfaces between compressible fluids, *Journal of Computational Physics*, 181, 2002, pp.577-616.
- [2] Aulisa, E., Manservigi, S. and Scardovelli, R., A novel representation of the surface tension force for two-phase flow with reduced spurious currents, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Vol.195 (2006), pp.6239-6257.
- [3] Blevins, R.D., *Flow-induced vibration*. 2nd ed, New York, (1990).
- [4] Bo, W., Liu, X., Glimm, J., and Li, X., A robust front tracking method: verification and application to simulation of the primary breakup of a liquid jet, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 33, 2011, pp. 1505-1524.
- [5] Boggavarapu, P., Prakash, S., Ravikrishna, R.V.: Experimental Study on Secondary Breakup Regimes and Resultant Droplet Sizes for Water and Surrogate Fuels, ICLASS 2018, 14th Triennial International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems.
- [6] Chandrasekhar, S., *Hydrodynamic and hydromagnetic stability*, Dover Publication, Inc., New York.
- [7] Chen, H., Two-dimensional simulation of stripping breakup of a water droplet, *AIAA Journal*, 46, 2008, pp.1135-1143.
- [8] Chinzei, N., Mitani, T. and Yatsuyanagi, N., Scramjet engine research at the national aerospace laboratory in Japan, *Scramjet Propulsion*, pp. 159-221.
- [9] Chou, W.-H., and Faeth, M., Temporal properties of secondary drop breakup in the bag breakup regime, *International Journal of Multiphase Flow*, 24, 1998, pp. 889-912.
- [10] Chou, W.H., Hsiang, L.P., and Faeth, M., Temporal properties of breakup in the shear breakup regime, *International Journal of Multiphase Flow*, 23, 1997, pp. 651-669.
- [11] Dai, Z., and Faeth, M., Temporal properties of secondary drop breakup in the multimode breakup regime, *International Journal of Multiphase Flow*, 27, 2001, pp. 217-236.
- [12] Fedkiw, R.P., Aslam, T., Merriman, B., and Osher, S., A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multimaterial flows (the ghost fluid method), *Journal of Computational Physics*, 152, 1999, pp. 457-492.
- [13] Fedkiw, R.P., Coupling an Eulerian fluid calculation to a Lagrangian solid calculation with the ghost fluid method, *Journal of Computational Physics*, 175, 2002, pp. 200-224.
- [14] Williams, F.A., *燃焼の理論*, 日刊工業新聞社, 1987.
- [15] Flock, A.K., Guildenbecher, D.R., Chen, J., Sojka, P.E. and Bauer. H.-J., Experimental statistics of droplet trajectory and air flow during aerodynamic fragmentation of liquid drops, *International Journal of Multiphase Flow*, 47, 2012, pp. 37-49.
- [16] 藤井孝蔵, *流体力学の数值計算法*, 東京大学出版会, 1994.
- [17] Gel'fand, B.E., Gubin, S.A., Kogarko, S.M., and Komar, Singularities of the breakup of viscous liquid droplets in shock waves, *Journal of engineering physics*, 25, pp.1140-1142, 1973.

- [18] Gottlieb, S., Shu, C.W. and Tadmor, E., Strong stability-preserving high-order time discretization methods, *Mathematics of computation of the American Mathematical Society* 67, 1998, pp. 73-85.
- [19] Guildenbecher, D.R., Gao, J., Chen, J. and Sojka, P., Characterization of drop aerodynamic fragmentation in the bag and sheet-thinning regimes by cross-beam, two-view, digital in-line holography, *International Journal of Multiphase Flow*, 94, 2017, pp. 107-122.
- [20] Guildenbecher, D.R., Lopez-Rivera, C. and Sojka, P.E., Secondary atomization, *Experiments in Fluids*, 46, 2009, pp.371-402.
- [21] Hirahara, H., and Kawahashi, M., Experimental investigation of viscous effects upon a breakup of droplets in high-speed air flow, *Experimental in Fluids*, 13, 1992 pp. 423-428.
- [22] Houim, R.W., and Kuo, K.K, A ghost fluid method for compressible reacting flows with phase change, *Journal of Computational Physics*, 235, 2013, pp. 865-900.
- [23] Hsiang, L.-P. and Faeth, G.M., Near-limit drop deformation and secondary breakup, *International Journal of Multiphase Flow*, 18, 1992, pp. 635-652.
- [24] Hsiang, L.-P. and Faeth, G.M., Drop deformation and breakup due to shock wave and steady disturbances, *International Journal of Multiphase Flow*, 21, 1995, pp. 545-560.
- [25] Hu, X.Y., Adams, N.A., and Iaccarino, G., On the HLLC Riemann solver for interface interaction in compressible multi-fluid flow, *Journal of Computational Physics*, 228, 2009, pp. 6572-6589.
- [26] 今村宰, 石川雄太, 鈴木俊介, 福本皓士郎, 西田俊介, 氏家康成, 津江光洋: スクラムジェットエンジンモデル燃焼器内における液体正アルカン燃料の燃焼特性, *日本航空宇宙学会論文集*, 58, 2010, pp. 116-122.
- [27] Jiang, G.S., and Peng, D., Weighted ENO schemes for Hamilton-Jacobi equations, *SIAM Journal on Scientific Computing.*, 21, pp. 2126-2143.
- [28] Joseph, D.D., Balanger, J. and Beavers, G.S., Breakup of a liquid drop suddenly exposed to high-speed airstream, *International Journal of Multiphase Flow*, 25, 1999, pp. 1263-1303.
- [29] 片岡勲, 気液二相流のモデリングと基礎方程式, *混相流*, 4, 1990, pp. 275-283.
- [30] Kobiera, A., Szymczyk, J., Wolanski, P., and Kuhl, A., Study of the shock-induced acceleration of hexane droplets, *Shock Waves*, 18, 2009, pp.475-485.
- [31] Kutschenreuter, P., *Supersonic flow combustors, Scramjet Propulsion*, pp. 513-568.
- [32] Lee, C.H. and Reitz, R.D. An experimental study of the effect of gas density on the distortion and breakup mechanism of drops in high speed gas stream, *International Journal of Multiphase Flow*, 26, 2000, pp. 229-244.
- [33] Liu, Z., and Reitz, R.D., An analysis of the distortion and breakup mechanisms of high speed liquid drops, *International Journal of Multiphase Flow*, 23, 1997, pp. 631-650.
- [34] Liu, N., Wang, Z., Sun, M., Wang, H., and Wang, B., Numerical simulation of liquid droplet breakup in supersonic flows, *Acta Astronautica*, 145, 2018, pp. 116-130.
- [35] Meng, J.C., and Colonius, T., Numerical simulations of the early stages of high speed droplet breakup, *Shock Wave*, 25, 2015, pp. 399-414.
- [36] Meng, J.C., and Colonius, T., Numerical simulation of the aerobreakup of a water droplet, *Journal of*

Fluid Mechanics, 835, 2018, pp. 1108-1135.]

- [37] 大坂淳, 瓜生田義貴, 今村幸, 山下清孝, 高橋周平, 津江光洋, 河野通方: スクラムジェットエンジン燃焼器内におけるケロシンの燃焼特性, 日本航空宇宙学会論文集, 55, 2007, pp. 98-103.
- [38] Park, S.W., Kim, S., and Lee, C.S., Breakup and atomization characteristics of mono-dispersed diesel droplets in a cross-flow air stream, *International Journal of Multiphase Flow*, 32, 2006, pp. 807-822.
- [39] Perurena, J.B., Asma, C.O., Theunissen, R., and Chazot, O., Experimental investigation of liquid jet injection into Mach 6, *Experimental in Fluids*, 46, 2009 pp. 403-417.
- [40] Pilch, M., and Erdman, C.A., Use of breakup time data and velocity history data to predict the maximum size of stable fragments for acceleration-induced breakup of a liquid drop, *International Journal of Multiphase Flow*, 13, 1987, pp. 741-757.
- [41] Ranger, A.A., and Nichoss, J.A., Aerodynamics shattering of liquid drops, AIAA Paper, 6th Aerospace Sciences Meeting, 1968.
- [42] Ren, Z., Wang, B., Xiang, G., Zhao, D., and Zheng, L., Supersonic spray combustion subject to scramjets: Progress and challenges, *Progress in Aerospace Sciences*, 105, 2019, pp. 40-59.
- [43] Roe, P.L., Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes, *Journal of Computational Physics*, 43, 1986, pp. 357-372..
- [44] Sallam, K.A., Aalburg, C., and Faeth, G.M., Breakup of round non-turbulent liquid jets in gaseous crossflow, *AIAA Journal*, 42, 2004, pp. 2529-2540.
- [45] Saurel, R., Petitpas, F. and Abgrall, R., Modelling phase transition in metastable liquids. Application to cavitating and flashing flows, *Journal of Fluid Mechanics*, 607, 2008, pp.313-350.
- [46] Segal, C., *The Scramjet Engine progresses and characteristics*, Cambridge.
- [47] Sembian, S., Liverts, M., Tillmark, N., and Apazidis, Plane shock wave interaction with a cylindrical water column, *Physics of Fluids*, 28, 2016.
- [48] Shyue, K-M., A wave-propagation based volume tracking method for compressible multicomponent flow in two space dimensions, *Journal of Computational Physics*, 215, 2006, pp. 219-244.
- [49] Simmons, H.C., The correlation of drop-size distributions in fuel nozzle sprays, *Journal of Engineering for Power*, 99, 3, 1977, pp. 309-314.
- [50] Sussman, M., Smereka, P., and Osher, S., A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, *Journal of Computational Physics*, 114, 1994, pp. 146-159.
- [51] Takagaki, N., Iwano, K., Ilyasov, E., Komori, S., and Shirakawa, Y., Development of an optical imaging technique for particle number density, *Journal of Fluid Science and Technology*, 13, 2008, pp. 1-13.
- [52] Terashima, H., and Tryggvason, G., A front-tracking/ghost-fluid method for fluid interfaces in compressible flows, *Journal of Computational Physics*, 228, 2009, pp. 4012-4037.
- [53] Terashima, H., and Tryggvason, G., A front-tracking method with projected interface condition for compressible multi-fluid flows, *Computers and Fluids*, 39, 2010, pp. 1804-1814.
- [54] Theofanous, T.G., Li, G.J., and Dinh, T.N., Aerobreakup in rarefied supersonic gas flows, *Transaction of ASME Journal of Fluids Engineering*, 126, 2004, pp. 516-527.

- [55] Theofanous, T.G., and Li, G.J., On the physics of aerobreakup, *Physics of Fluids*, 20, 2008.
- [56] Theofanous, T.G., Mitkin, V.V., Ng, C.L., Chang, C-H., Deng, X. and Sushchikh, The physics of aerobreakup. II. Viscous liquids, *Physics of Fluids*, 24, 2012.
- [57] Toro, E.F., *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*, Springer.
- [58] Toro, E.F., Spruce, M. and Speares, W., Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver, *Shock Waves*, 4, 1994, pp. 25-34.
- [59] Wang, Z., Hopfes, T., Giggler, M., and Adams, N.A., Effect of Mach number on droplet aerobreakup in shear stripping regime, *Experimental in Fluids*, 61, 193, 2020.
- [60] Wierzba, A. and Takayama, K., Experimental investigation of the aerodynamic breakup of liquid drops, *AIAA Journal*, 26, 1988, pp. 1329-1334.
- [61] Xiao, F., Wang, Z.G., Sun, M.B., Liu, N., and Yang, X., Large eddy simulation of liquid jet primary breakup in supersonic air crossflow, *International Journal of Multiphase Flow* 87, 2016, pp. 229-240.
- [62] Xiao, F., Wang, Z.G., Sun, M.B., Liu, N., and Yang, X., Simulation of drop deformation and breakup in supersonic flow, *Proceedings of the Combustion Institute* 36, 2017, pp. 2417-2424.
- [63] 八房智顯, 木戸口善行, アブドゥラーアダム, 五味智紀, 長距離頭微シャドウグラフ撮影によるディーゼル噴霧の液滴径計測, *微粒化*, 18, 2009, pp. 88-95.
- [64] 朱海東, 太田匡則, 前野一夫, 入射および反射衝撃波後方の超音速流れにおける衝撃波管壁面での非平衡凝縮, *実験力学*, 14, 2014, pp.148-154.

謝辞

本研究を遂行するにあたり、多くの方々のご指導や協力がありましたので、ここに感謝の意を申し上げます。

宮坂武志先生には、まず、外部から来た私に博士課程での研究をする機会を下さりまして、深く感謝しております。また、論文執筆に向け、未熟者の私と懇切丁寧に議論をしてくださいました。そこでの議論は、博士論文の執筆において大変重要であったのはもちろんのこと、研究者としての成長も促しました。心よりお礼申し上げます。

佐々木実先生および高橋周平先生には、お忙しい中、博士論文審査・発表を通し、貴重なご助言をいただきました。おかげさまで、博士論文をより良いものにすることができました。誠にありがとうございます。

朝原誠先生からは、学部4年生の頃からご指導賜りました。研究に関して、いつも熱心に相談してくださいました。おかげさまで、多数の投稿論文や博士論文を書き上げることができました。また、研究以外の私的なことにおいても大変支えられました。長い間大変お世話になりました。感謝申し上げます。安里勝雄先生には、投稿論文執筆の際、多くの議論をしてくださいました。その議論は、投稿論文だけではなく、博士論文の執筆にも活きました。ここに厚く感謝申し上げます。

また、懇意にいただいた宮坂・朝原研究室の学生の皆様にお礼申し上げます。特に卒業生の服部晏明君、青井智弥君、学部生の水野恭兵君、矢田時羽君の多大なる協力を受けました。ありがとうございます。今後の研究の発展とご活躍をお祈り申し上げます。

最後に、両親が支えてくれたおかげで、何不自由なく研究に打ち込むことができ、博士論文を書き上げることができました。人生において大変有意義な時間を過ごすことができました。ここに心から感謝を申し上げます。