



# 岐阜大学機関リポジトリ

Gifu University Institutional Repository

## 分系の構造変更による全系の振動低減

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2022-01-24 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 森, 厚夫 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/20.500.12099/82775">http://hdl.handle.net/20.500.12099/82775</a>

# 分系の構造変更による全系の振動低減

森 厚夫

令和3年9月

岐阜大学大学院  
令和3年度 博士論文

分系の構造変更による全系の振動低減

工学研究科 生産開発システム工学専攻

1173912012 森 厚夫

指導教員 松村 雄一 教授

# 目次

第1章 序論 .....	1
1.1 背景.....	1
1.2 本研究の目的.....	3
1.2.1 Neutralizerによる波動伝播のパッシブ制御を利用した振動低減 .....	4
1.2.2 部品の質量特性を概念設計段階で最適化することによる振動低減 .....	5
1.3 本研究に関する先行研究.....	6
1.4 本論文の構成.....	8
第2章 Neutralizerによる波動伝播のパッシブ制御を利用した振動低減 .....	9
2.1 はじめに.....	9
2.2 伝達関数合成法.....	12
2.2.1 対象としている問題の解析に供する伝達関数合成法 .....	12
2.2.2 支配的な伝達力に着目した解析自由度の縮小 .....	14
2.2.3 全系共振の発生条件 .....	15
2.3 Neutralizerによるアクティブパート上への仮想的固定端の形成.....	16
2.4 提案する設計法.....	19
2.4.1 振動低減のために制御可能なパラメータ .....	19
2.4.2 Neutralizerを利用した伝達関数の大きさの制御 .....	19
2.4.3 任意のパッシブパートに対して有用である理由 .....	21
2.4.4 実際の構造物に適用する際の設計手順 .....	22
2.5 有限要素モデルによる検証.....	24
2.5.1 Neutralizerの効果の検証 .....	24
2.5.2 Neutralizerによる仮想的な固定端の実現 .....	33
2.5.3 全系の連成による共振に関する検証 .....	35
2.6 本章のまとめ.....	40
第3章 部品の質量特性を概念設計段階で最適化することによる振動低減 .....	41
3.1 はじめに.....	41
3.2 共振周波数の制御に利用する基礎理論.....	44
3.2.1 強連成系の共振制御法 .....	44
3.2.2 Gershgorinの定理 .....	46
3.2.3 慣性主軸への座標変換 .....	47
3.2.3.1 慣性主軸での質量行列 .....	49

3.2.3.2 微小分系で剛体モードが支配的な帯域における慣性主軸での伝達関数合成 .....	50
3.3 Gershgorin の定理に基づく可視化を利用した共振周波数の簡易設計法	51
3.3.1 主系の周波数応答関数が複素数である場合への城戸らの方法の適用 .....	51
3.3.2 微小分系の質量が共振周波数に与える影響 .....	51
3.3.3 Gershgorin の定理に基づく可視化を利用して所望の共振周波数を達成する方法 .....	52
3.3.3.1 Gershgorin 円の可視化に基づく微小分系の設計法 .....	52
3.3.3.2 Gershgorin 円の可視化の際に必要な工夫 .....	56
3.4 数値例 .....	58
3.4.1 設計の対象とする主系 .....	58
3.4.2 微小分系 A の取付け方と慣性主軸の座標系 .....	60
3.4.3 加振スペクトルのピークである 155 Hz から連成共振周波数を 5 Hz 程度遠ざける設計 .....	61
3.4.3.1 主系 B の結合領域自己コンプライアンス行列の Gershgorin 円の分析 .....	61
3.4.3.2 微小分系の質量行列の設計 .....	68
3.4.3.3 全系の <i>kernel</i> コンプライアンス行列の Gershgorin 円の確認 .....	69
3.4.3.4 検証 .....	72
3.5 本章のまとめ .....	73
第 4 章 結論 .....	74
参考文献 .....	77
付録 A Neutralizer の具体例 .....	79
謝辞 .....	82

# 第1章 序 論

## 1.1 背 景

機械構造物には多くの部品が使われており、部品の機能は多岐に渡る。モータ、ポンプ等の動力を発する部品を機械構造物に組み込み、それらの部品がその機能を供給する際、機械的な挙動が起振力となり、騒音問題<sup>(1)</sup>が生ずることがある。部品からの直接音が原因であれば、その部品の対策が求められる。一方、起振力が機械構造物の筐体、あるいは内部構造を伝播し、それにより励起された構造的な振動により固体音<sup>(2)</sup>が発生することがある。その際、ほとんどの場合対策すべき箇所は容易に特定できず、それが最も効果的ではないにもかかわらず、加振源である部品に対する対策を求めることが多い。また、機械構造物内の部品は、外製であること<sup>(3)(4)</sup>も多く、その場合には部品メーカーにとって、完成品メーカーは顧客にあたり、必然的に部品メーカーより完成品メーカーの発言力が強くなる。そのことが、部品メーカーの部品が安易に騒音問題の原因と指摘する傾向をさらに助長しているのが実情である。その結果、部品メーカーは多大なコストを費やし、部品の加振力の低減を目指す。部品の仕様が決まった後ではそれほど効果的な対策を立案できない中で試行錯誤を重ね、その中ででき上がったいくつかの試作品の中でベストな仕様を採用することが多い。その仕様では当初の目標値を満たさないことも多く、最終的には完成品メーカー側は、納期が迫る中で妥協の下にその仕様を承認し、騒音問題が解決されない完成品が市場に送り出されることとなる。

この問題に対して、現状で部品メーカーができることは、加振力<sup>(5)</sup>を小さくすることより他はない。完成品メーカーから完成品の構造に関する情報が提供されることがあれば、その情報を用いて部品を含む完成品全体の有限要素法などのCAE ツールによる解析により、騒音低減を目指した対策を立案することが可能となるが、新しい製品の構造に関する情報は機密情報となるため、社外に提供されることはなく、不可能である。そのため、何世代にも渡る部品設計を繰り返しても、部品メーカー側の、完成品の騒音低減に関する要素技術は向上せず、開発プロセスの中で非常に効率の悪い試行錯誤のために時間を費やすこととなる。その無駄を省き、完成品による騒音問題の発生を未然に防ぐために、提供される可

能性がある情報にもとづいた、騒音低減のための方法論が強く望まれることとなる。

上記の方法論を特定することのメリットを、完成品メーカーの立場より考える。完成品メーカーが、使用する部品の供給の安定化、あるいは競争によるコストダウンのため、同仕様の部品を2社、あるいは3社購買<sup>(6)</sup>で調達することがある。その際、A社のものでは騒音問題が起こらず、B社のものでは問題が起こった場合、問題を解決するためにA社のものを採用することとなる。しかし、殆どの場合この原因を技術的に検討することはないため、どのような部品の仕様が完成品に適しているかは不明のまま解明されない。よって、A社の部品の仕様が最適であるとも限らない。結果として、この手順が繰り返されることとなり、完成品メーカー、部品メーカーの双方ともが原因と最適な仕様を知ることはなく、次回に同じ問題が生じたとしても同じことが繰り返されることとなる。この原因を特定し、最適な仕様を特定することができれば、完成品メーカーにとっては明確な根拠の下に部品の選定を行なうことができ、更には最適な仕様を複数の部品メーカーに開示することにより、どの部品メーカーからも仕様に適う部品を調達できる可能性が生ずる。

以上の状況を鑑み、実行可能な対策について検討する。部品が有する加振力が完成品に伝達し、完成品内のいずれかの箇所を振動させて振動騒音問題が生ずる場合、完成品メーカー、部品メーカーのどちらが責任を負うべきか、という問題が考えられる。例えば完成品メーカーが部品メーカーにDCモータの納入を依頼する場合、完成品メーカーから部品メーカーに対し、モータの回転数の指定を行うこととなるが、最も一般的な三相モータであれば、モータから完成品への伝達力の周波数は容易に推定でき、完成品メーカー側でも当該周波数帯域の振動対策は可能であると考えられる。しかし、完成品メーカー、部品メーカーの両者ともに開発スケジュールは短縮される傾向にあるし、開発コストも抑えられることとなるため、両者とも余計な工数を割く事を望むことはない。しかし、完成品としての振動騒音のスペックをクリアするためには、振動対策は必須である。結果的に顧客である完成品メーカーから部品メーカーに部品における振動対策の指示が出ることとなり、部品メーカーはそれを受けざるを得ないのが現状である。よって、本稿では部品メーカーの立場で可能な、完成品の振動対策について検討することとする。

## 1.2 本研究の目的

本研究においては、背景に述べたような、完成品メーカーにおける騒音問題が起きる際、原因は部品が発する直接音ではなく、部品から完成品に振動が伝達し、完成品で固体音が生ずる場合に、部品メーカーの立場からこの問題を改善する方法論を確立することを目的とする。現在製造業においては、開発プロセスの効率化、低コスト化を目的とした、試作レス開発の実現を目指して、CAE解析がツールの一つとして幅広い分野で用いられており、それは部品メーカーにおいても同様である。振動応答の予測のためには有限要素法による振動モード解析が広く使われている。しかし、通常は部品メーカーで入手できる形状データは自社の部品のものだけであり、部品が組付けられる完成品側の形状データは、殆どの場合入手不可能であると考えられる。この状況で部品メーカーが対処できるのは、部品だけに生ずる、完成品の規模で考えればローカルな振動モードに起因する騒音問題についてのみであり、部品から完成品に起振力が伝達し、完成品において固体音が発生する現象については対処が不可能である。また実際には、前者の騒音問題については、部品メーカー側の開発プロセスにおいて対策済みであることが多く、問題となるのは後者の騒音問題である。本研究においては、後者の現象に対し、完成品メーカーより提供される可能性がある情報をもとに、部品メーカーの立場で対策を行なうことができる方法論を確立することを目的とする。そのため、本研究においては城戸らが提案する *kCA* (*kernel Compliance Analysis*) 法<sup>(7)(8)</sup> を利用し、部品を含む完成品全体の共振に寄与するパラメータを制御することにより、部品が有する加振力の、完成品への伝達を低減することを目指す。

課題を技術的な側面から整理する。完成品は一般的に部品に比して高モード密度である。そして部品は完成品に剛結合されることが多く、両者は強連成の状態にある。このような条件の下、部品のメーカーは、自社の部品の変更だけで完成品に対する効果的な対策を求められる。

本研究では、完成品ではなく、部品のみに対策を施すことで、対象とする周波数帯域における振動を低減する方法を検討する。第1に、部品の振動が車体側に伝播し、それに励起された完成品内の部材が固有振動数で大きく振動して音響放射を生ずる場合に、部品のみパッシブな対策を施すことにより、音響放射を低減することを可能とする。第2に、完成品に比して設計対象の部品が小さくて



剛と見なせる場合、連成共振が生ずる低周波域では、部品単体のコンプライアンスは剛体モードに支配され、弾性振動モードの影響はほぼないとみなせる。この場合、結合部は剛体的な挙動となることから、全系の共振に関与する支配的な伝達力の自由度は少数となる。また、結合点における分系単体のコンプライアンスは、分系を剛体と見た際の6自由度の慣性からなる質量行列だけで表現できる。それぞれの特徴を利用し、2つの騒音低減法を提案する。

### 1.2.1 Neutralizer による波動伝播のパッシブ制御を利用した振動低減

第2章に詳述する Neutralizer は、完成品の振動を低減するために、完成品と部品の結合部において支配的な伝達力を低減することを目的とする。そのため、部品における加振自由度と結合自由度の間の振動伝達を 0 にする方法を提案する。振動伝達は、波動の伝播に起因することから、部品内の加振自由度と結合自由度の間の伝達経路上に Neutralizer を設け、波動を完全反射するための仮想的な固定端とする。これにより、加振自由度と結合自由度の間の伝達力を 0 にできる。Neutralizer は動吸振器とも呼ばれるが、一般的な動吸振器の利用法との差異について、説明する。動吸振器を利用した制振に関する設計法の多くは、先行研究<sup>(9)-(12)</sup>に見られるように、動吸振器の新しい形態や、剛性や減衰等の調整法に言及するものが多い。しかしながら、これらの観点は以下の二点で本論文2章の視点と異なる。第1に、本論文2章では対策対象の構造物の固有振動数に限らない、任意の狭い帯域の応答低減を可能とする手法を提案するのに対し、共振ピークの振動を低減するため、振動モードの制御に特化している。第2に、本稿2章では、部品のメーカーとして完成品の振動特性が未知の中で、部品のみ Neutralizer を設置した場合の効果を明確にしなければならない点で、完成品の情報を用いた設計ができない点が挙げられる。

2章では、部品に Neutralizer を設置することで、部品内の加振自由度と結合自由度の間の伝達関数を所望の周波数で 0 とする手法を提案する。本質的に Neutralizer が波動の完全反射器であるという Khatib らの提案<sup>(13)</sup>を参考に、縦波やねじり波など、1自由度の波動伝播においても Neutralizer が仮想的な固定端を実現するのに有用であることを明確化する。また、これにより、加振自由度から結合自由度への波動伝播を 0 にすれば、部品と完成品を含む、全系での加振自由度から応答評価自由度までの伝達関数も、この周波数では理論上 0 にできる。

これは、部品と完成品を結合する際に、結合自由度で生じる伝達力を 0 にできることに基づく。

### 1.2.2 部品の質量特性を概念設計段階で最適化することによる振動低減

第 3 章ではもう一つの振動低減法として、部品と完成品の結合領域における伝達力の低減、もしくは支配的な伝達力の方向の変更による対策について説明する。設計初期に素性の良い設計を達成するための工夫として、完成品の低周波域の共振特性に影響を与えると考えられる、部品の慣性についてのみ、設計初期に最適化する設計法を検討する。完成品に比して設計対象の部品が小さくて剛と見なせる場合、連成共振が生ずる低周波域では、微小な部品単体のコンプライアンスは剛体モードに支配され、弾性振動モードの影響はほぼないとみなせる。この場合、結合点における部品単体のコンプライアンスは、部品を剛体と見た際の 6 自由度の慣性からなる質量行列だけで表現できる。さらに、慣性主軸の方向で質量行列を表せば、完成品との結合領域における部品単体の自己コンプライアンス行列は対角行列となる。これにより、簡単な計算により、共振点の移動に必要な質量の変化量を予測できると考えられる。

これに加えて本研究では Gershgorin の定理<sup>(14)</sup>を導入し、*kCA* 法で必要な *kernel* コンプライアンス行列の零固有値を、簡単な計算で発生させる方法を提案する。これは、以下の二つの利点を生み出す。まず、可視化により、所望の周波数に共振点を移動させるのに必要な分系の質量行列の変化量を、設計者が手計算レベルで簡単に予測できることである。また、Gershgorin の定理は、複素行列の固有値の予測にも使えるため、主系単体に減衰があり、分系との結合領域における自己コンプライアンス行列が複素行列の場合でも、その減衰が小さい場合には、共振点の移動先を予測できることである。

### 1.3 本研究に関する先行研究

本件に関係する過去の研究との比較を検討する．これまでに検討された固体音の対策は、

1. モータ，エンジンなどの加振源単体の振動騒音対策
2. 有限要素法による全系の振動解析による，振動騒音低減
3. 統計的エネルギー解析(Statistical Energy Analysis)による高周波数帯域における振動騒音対策
4. FEM-SEA による，部分的な構造変更による振動騒音対策
5. 伝達経路解析(Transfer Path Analysis)による高寄与度な自由度に対する振動騒音対策

に大別できる．上記1.には加振源の部品の構造変更，または制御の最適化等から様々なアプローチがある<sup>(15)-(18)</sup>が，部品単体の振動騒音低減は本研究の対象外であり，考慮の対象ではない．2.有限要素法により全系の振動解析を行なうことにより，主系からの音響放射を計算予測することは可能であるが，本稿の前提である主系側の形状モデルを入手不可能である場合には，適用不可能である．3.統計的エネルギー解析(Statistical Energy Analysis)<sup>(19)-(24)</sup>は，1960年代にLyonらにより提唱された振動騒音の解析手法であり，構造物を振動，または音響エネルギーのレベルにより複数の分系に分割し，分系間に定義した結合損失と各分系に定義した内部損失と，分系に入力したパワーとのバランス方程式を解くものである．しかし，エネルギーのレベルにより分系の分割を行うためには，モード密度が十分に高い必要があり，そのために該当する周波数では一つの分系の中に3波長以上存在しなければならない，という基準が示されている．これは各分系のサイズにより，有効な周波数がある周波数以上に限られることを意味する．また，SEAでは伝達するパワーの位相を考慮できないため，部品の結合部で生ずる振動の波動の位相関係を考慮した加減算を行なうことが不可能であり，SEAの結果だけからは振動騒音の低減を具現化する形状を検討することは不可能である．4.FEM-SEA<sup>(25)(26)</sup>は，SEAモデルの中で，注目した部分構造のみをFEMモデルとして，その部分構造の形状の結合損失率への影響を計算するものである．FEM-SEAでは、

FEMモデル以外はSEAモデルであり，グローバルな振動モードが支配的な低周波数領域では精度が低いということが一般的であり，本研究の対象である，分系が剛体とみなせるような低周波数帯域では解析精度が非常に低いと考えられる．

5.伝達経路解析(TPA, Transfer Path Analysis)<sup>(27)</sup>は1950年頃に考案された，節点間の伝達力および伝達関数を算出することにより，各自由度における評価自由度への寄与度を得る方法であるが，本稿の対象においては，主系と分系との結合自由度から評価自由度に至る伝達関数を得ることが不可能であるので，適用は不可能である．

## 1.4 本論文の構成

本論文は、4章で構成されている。各章の内容の概略を示す。第2章では、Neutralizerによる波動伝播のパッシブ制御を利用した振動低減について説明する。第3章では、部品の質量特性を概念設計段階で最適化することによる振動低減について説明する。第2章の内容は、部品メーカーから見て完成品の情報が全くない場合に適用可能で、必要な情報は低減したいコンプライアンスの周波数と自由度のみである。それに対し第3章では、完成品メーカーから供給される、完成品と部品の結合自由度の、完成品の自己コンプライアンスが必要となる。第4章では、本論文の研究を総括し、結論を述べる。

## 第2章 Neutralizer による波動伝播のパッシブ制御を利用した振動低減

### 2.1 はじめに

本研究では、全系ではなく、設計で着目する分系(以下、着目分系)のみに対策を施すことで、対象とする周波数で全系の振動を常に低減できる設計法について検討する。例えば、モータの振動が車体側に伝播し、それに励起された自動車のパネル部材が固有振動数で大きく振動して音響放射を生ずる場合などでは、その固有振動数周辺の狭帯域での振動を低減することで、パネル放射音の低減が可能であることから、狭帯域でしか利用できない設計法も、工学的には有用と考えられる。以下、分系のメーカとして変更可能である、加振力を有する着目分系をアクティブパート、着目分系以外をパッシブパートと区別する。

狭帯域での振動低減を実現するにあたり、アクティブパートは低減衰で、パッシブパートはアクティブパートに比して十分に減衰が大きいという制約を導入する。自動車を例にとると、モータ、ポンプなどは自動車の本体に比して低減衰であり、この手法を適用する上での前提条件は、分系のメーカから見て妥当であると考えられる。そして、これらの2つの系が剛結合されるという条件下で、アクティブパートのみに対策を施すことで全系の振動を低減することを可能とするための設計要件を理論的に導く。この導出には、城戸らの提案する設計法<sup>(7)(8)</sup>と同様の視点で伝達関数合成法<sup>(28)</sup>を利用した設計法に着目する。

城戸らの提案する設計法では、結合部での振動伝達を少数の自由度の支配的な伝達力で検討する必要があることから、本章では、支配的な伝達力が1自由度で表現できる場合に限って所望の設計要件を導く。城戸ら<sup>(7)</sup>が示した通り、結合部が多自由度であっても、全系の共振に関与する伝達力の支配的な自由度は少数と見なせ、自由度再構成<sup>(8)</sup>を用いれば、多自由度の結合部での支配的な伝達力を1自由度や2自由度で近似できる。実際、低周波域の実機においても、アクティブパートの加振源が回転型であればねじり波、リニア動作型であれば縦波の伝播により主要な振動伝達がなされることから、本章では1自由度の伝達力が支配的であるとした場合の設計法を開発することとする。

城戸らの方法に基づき、全系の振動を低減するには、アクティブパートとパッシブパート

シブパートの結合部における支配的な伝達力を低減することが有効である。そこで本章では、アクティブパートにおける加振自由度と結合自由度の間の振動伝達を 0 にする方法を提案する。振動伝達は、波動の伝播に起因することから、アクティブパート内の加振自由度と結合自由度の間の伝達経路上に **Neutralizer** を設け、波動を完全反射するための仮想的な固定端とする。これにより、加振自由度と結合自由度の間の伝達力を 0 にできる。Khatib ら<sup>(13)</sup>は、波動の初等理論でいう曲げ波、曲げ近接波という二つの波動モードでの波動伝播が生じるはり構造に **Neutralizer** を設置することにより、曲げ波にとっての仮想的な固定端を形成し、波動伝播を制御する方法を提案している。しかしながら、この先行研究は、以下の二点で本章の目標達成に不足する。第 1 に、波動伝播の制御という視点で整理されており、アクティブパートとパッシブパートを結合した際に、結合自由度で生じる伝達力を 0 にするという視点では整理されていない。第 2 に、結合部を曲げ波が透過する際の支配的な伝達力は、たわみとたわみ角に対応する 2 自由度の内力であるが、前段落に述べた通り、本章では波動の初等理論でいう縦波やねじり波により発生する支配的な 1 自由度の伝達力を 0 にすることを目指している。**Neutralizer** の設置が、縦波やねじり波にとっても仮想的な固定端を実現するのに有効であることを明確化しなければならない点である。

**Neutralizer** は動吸振器とも呼ばれ、連続体の振動を抑制する手段としても利用されることから、一般的な動吸振器としての利用法と、本章における設計法内での利用法の差異についてもまとめておく。動吸振器を利用した制振に関する設計法の多くは、杉本ら<sup>(9)</sup>や山口<sup>(10)</sup>に見られるように、動吸振器の新しい形態や、剛性や減衰等の調整法に言及するものが多い。その中でも、本章で扱うような、連続体に付加するタイプの動吸振器の先行研究では、背戸<sup>(11)</sup>が、連続体におけるパッシブなモード制御の観点から、複数の動吸振器を用いて全系の複数の振動モードを同時に抑制する設計法を提案している。また、松岡ら<sup>(12)</sup>が、モーメント式動吸振器によるはり構造の振動モードの制御法を提案している。しかしながら、これらの観点は以下の二点で本章の視点と異なる。第 1 に、本章では対策対象の構造物の固有振動数に限らない、任意の狭い帯域の応答低減を可能とする手法を提案するのに対し、共振ピークの振動を低減するため、振動モードの制御に特化している。第 2 に、本章では、アクティブパートのメーカーとしてパッシブパートの振動特性が未知の中で、アクティブパートと考える自社製の着目分系

にのみに **Neutralizer** を設置した場合の効果を明確にしなければならない点で、背戸や松岡らのように全系の情報をを用いた設計ができない点が挙げられる。

本章では、はじめに、アクティブパートに **Neutralizer** を設置することで、アクティブパート内の加振自由度と結合自由度の間の伝達関数を所望の周波数で 0 とする手法を導く。本質的に **Neutralizer** が波動の完全反射器であるという Khatib らの提案を参考に、縦波やねじり波など、1 自由度の波動伝播においても **Neutralizer** が仮想的な固定端を実現するのに有用であることを明確化する。また、これにより、加振自由度から結合自由度への波動伝播を 0 にすれば、波動の重畳で形成される伝達関数も 0 にできることを示す。次に、無減衰とみなせるアクティブパート内の加振自由度から結合自由度の伝達関数を所望の周波数で 0 にできれば、全系での加振自由度から応答評価自由度までの伝達関数も、この周波数では理論上 0 にできることを、伝達関数合成法に基づいて証明する。これは、アクティブパートとパッシブパートを結合する際に、結合自由度で生じる伝達力を 0 にできることに基づく。また、アクティブパートが少しの減衰を有する場合でも、任意のパッシブパートに対して、その振動を必ず低減し得るような、アクティブパートの設計指針が導けることも示す。そして、これらを融合し、パッシブパートの情報が得られない中で、アクティブパートの付加によって全系が共振してしまう可能性をなくすには、パッシブパートよりもアクティブパート側の減衰の方が小さくなるようにアクティブパートを設計し、**Neutralizer** をアクティブパートに付加すればよいという設計指針を導く。



## 2.2 伝達関数合成法

### 2.2.1 対象としている問題の解析に供する伝達関数合成法

アクティブパートとパッシブパートの関連を、図 2.1 を用いて説明する。全系での加振自由度と応答評価自由度を図 2.1 左にそれぞれ 1 と 4 で示す。全系を 2 分系に分割した自由体図を図 2.1 右に示す。加振自由度はアクティブパート側にあり、応答評価自由度はパッシブパート側にある。アクティブパート側とパッシブパート側の結合自由度をそれぞれ 2, 3 と呼ぶ。この分割における伝達関数合成法の基礎式は、以下のとおりである。

$$\mathbf{X}_4^{\text{AB}}(\omega) = \mathbf{G}_{43}^{\text{B}}(\omega)(\mathbf{G}_{22}^{\text{A}}(\omega) + \mathbf{G}_{33}^{\text{B}}(\omega))^{-1} \mathbf{G}_{21}^{\text{A}}(\omega) \mathbf{F}_1(\omega) \quad (2.1)$$

ここに、 $\mathbf{X}_4^{\text{AB}}$  は、全系の加振自由度 1 に  $\mathbf{F}_1$  の力を与えた時の、パッシブパート B にある応答評価自由度 4 の応答変位を周波数領域で表したものである。 $\mathbf{G}$  はコンプライアンス行列であり、右下の添字の左側の数字は応答側、右の数字は加振側の自由度の番号を表す。また、右肩の添字の A, B は、アクティブパート A, パッシブパート B に関する量であることを示し、AB とある場合は全系に関する量であることを示す。また、図 2.1 中の  $\mathbf{g}_2^{\text{A}}$  および  $\mathbf{g}_3^{\text{B}}$  は結合自由度における内力であり、振動解析の分野で伝達力と呼ばれる量に相当する。

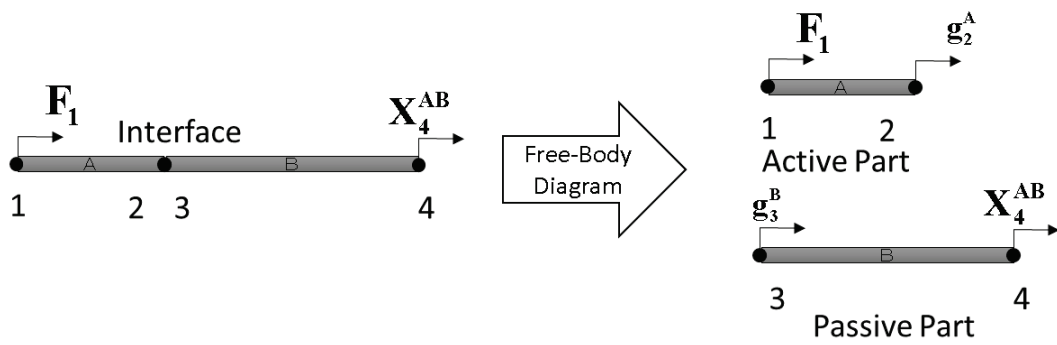


Fig. 2.1 Free body diagram of an active part and a passive part. An active part is between node 1 and node 2, and a passive part is between node 3 and node 4. An active part and a passive part are connected rigidly at node 2 and node 3. External force  $F_1$  is applied to node 1 and  $X_4^{AB}$  is displacement response vector at the node 4, which are evaluation degrees of freedom.

### 2.2.2 支配的な伝達力に着目した解析自由度の縮小

アクティブパートとパッシブパートの伝達関数の関係を図 2.2 に示す. 本章で対象とするのは, アクティブパートがパッシブパートと比較して非常に小さく, またパッシブパートに比して剛な構造である. そこで, 全系の振動・騒音が問題となるような低い周波数帯域においては, アクティブパートのコンプライアンスは剛体モードに支配されて弾性振動モードは存在しない. このような場合, 城戸らが示した<sup>(7)</sup>ように, 結合部が多自由度結合であっても, 結合部は剛体的な挙動となることから, 全系の共振に関与する支配的な伝達力の自由度は少数となる. 緒言で述べたように, 本章では特に, ある 1 自由度の伝達力が支配的であるとした場合の設計法を整備する.

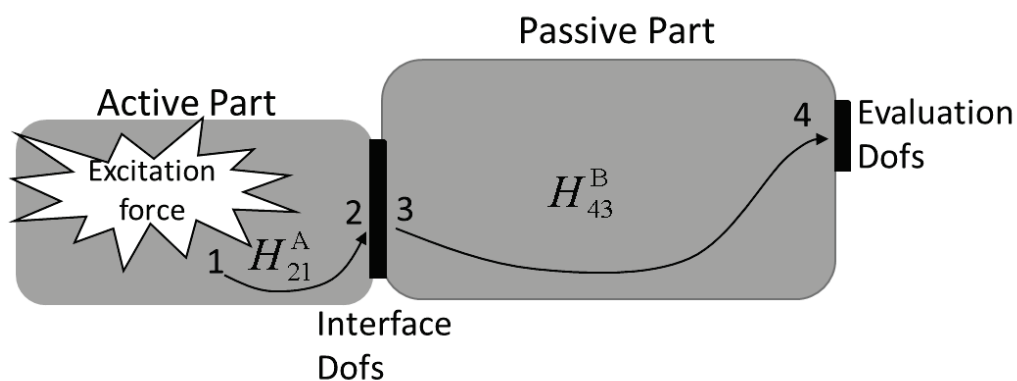


Fig. 2.2 Frequency response function from excitation force which is added to node1, to evaluation dofs at node 4. Excitation force is added to some location in an active part. Exact location of exciting force is not clear in real structures.

### 2.2.3 全系共振の発生条件

城戸らの提案する分析法<sup>(7)</sup>に従い，全系共振の発生条件を，アクティブパートとパッシブパートの伝達関数の関係として明らかにする．前項で定めたように，伝達力は 1 自由度が支配的であるとするのであれば，加振自由度と応答評価自由度の数は共に 1 となる．式(2.1)はスカラーで表現でき，次式となる．

$$X_4^{AB} = G_{43}^B (G_{22}^A + G_{33}^B)^{-1} G_{21}^A F_1 \quad (2.2)$$

本式より，全系の共振条件は次式となる．

$$G_{22}^A + G_{33}^B = 0 \quad (2.3)$$

式(2.3)の条件が成り立つ周波数では，式(2.2)の逆数項が無限大となり，全系は共振する．

## 2.3 Neutralizer によるアクティブパート上への仮想的固定端の形成

本章では，次章で提案する設計法に必要な波動の反射器を設計する方法を示す．この反射器は，アクティブパートの加振源で発生した波動を，結合自由度まで到達させずに，伝達経路で完全に反射させるために利用する．完全反射の実現には，仮想的な固定端を設けるのが望ましい．そこで，アクティブ制御を使わず，パッシブに完全反射を実現する方法として，Neutralizer に着目した．Khatib らは，曲げ波用の反射器の設計法を示したが，曲げ波は 2 自由度での振動伝達となり，本章の目的の対象外である．本章で対象とする 1 自由度の振動伝達では，縦波やねじり波での伝達が支配的と考えることから，以下，縦波用の Neutralizer の設計法を導く．初等理論での縦波とねじり波は，同形の微分方程式で表されるため，縦波用の設計法は，ほぼそのままねじり波にも適用できる．

Neutralizer を波動伝播にとっての不連続部と見た際の縦波の反射・透過特性を導く．図 2.3 に縦波用の Neutralizer の構成を示す．Neutralizer は 1 つの質点と 1 つのばねからなる 1 自由度振動系のばねの一端をアクティブパートに剛結合したものである．反射・透過特性は Neutralizer の断面 ( $x=0$ ) における変位の連続と力のつり合いを，変位および力と波動振幅の関係を用いて解くことで求めることができる．Neutralizer の運動に伴って，ばねがアクティブパートに与える力は，一般的な動吸振器と同様に次式で表せる<sup>(30)</sup>．

$$F_N = \frac{\kappa m \omega^2}{\kappa - m \omega^2} U e^{j\omega t} \quad (2.4)$$

ここに，Neutralizer で使用するばねのばね定数を  $\kappa$ ，同質点の質量を  $m$ ，角周波数を  $\omega$ ，変位を  $U$  とした．

また，位置  $x$  の負の面における変位と内力を  $U_L(x)$ ， $F_L(x)$ ，正の面における値を  $U_R(x)$ ， $F_R(x)$  として，これらを波動振幅を用いて表す<sup>(10)</sup> と次式を得る．

$$U_L(x) = a_L e^{-jkx} + b_L e^{jkx} \quad (2.5)$$

$$U_R(x) = a_R e^{-jkx} + b_R e^{jkx} \quad (2.6)$$

$$F_L(x) = ES(-jka_L e^{-jkx} + jkb_L e^{jkx}) \quad (2.7)$$

$$F_R(x) = ES(-jka_R e^{-jkx} + jkb_R e^{jkx}) \quad (2.8)$$

ここに，位置  $x$  での媒質の波数を  $k$ ，ヤング率を  $E$ ，断面積を  $S$  とした．また，位置  $x$  の負の面での前進波と後退波の振幅を  $a_L$ ， $b_L$  とおき，正の面での振幅を

$a_R, b_R$ とおいた. このとき, Neutralizer 取付断面 (位置  $x=0$ ) における変位の連続と力のつり合いは, 次のように表せる.

$$U_L(0) = U_R(0) \quad (2.9)$$

$$F_R(0) + F_N - F_L(0) = 0 \quad (2.10)$$

これらの式(2.9), (2.10)に式(2.4)~(2.8)を代入して, 波動振幅の関係を次式の散乱行列の形に整理する.

$$\begin{Bmatrix} b_L \\ a_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{LR} & t_{RL} \\ t_{LR} & r_{RL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_L \\ b_R \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

ここに, 位置  $x$  の負の面に入射する波動の反射係数を  $r_{RL}$ , 透過係数を  $t_{RL}$  とし, 正の面に入射する波動の反射係数を  $r_{LR}$ , 透過係数を  $t_{LR}$  とした. これにより, Neutralizer 取付断面における縦波の反射・透過係数は次式のように導かれる.

$$r_{LR} = r_{RL} = \frac{\kappa\Omega^2}{2jkES(1-\Omega^2)-\kappa\Omega^2} \quad (2.12)$$

$$t_{LR} = t_{RL} = \frac{2jkES(1-\Omega^2)}{2jkES(1-\Omega^2)-\kappa\Omega^2} \quad (2.13)$$

ここに, Neutralizer 単体を地面に固定した際の固有角振動数  $\omega_N = \sqrt{\kappa/m}$  と, 調和加振力の角振動数  $\omega$  の比を  $\Omega = \omega/\omega_N$  とおいた.

縦波が全反射となるのは, 式(2.13)の透過係数が 0 になる場合である. この条件は,  $\omega = \omega_N$  となり, Neutralizer 単体を地面に固定した際の固有振動数と, 調和加振の振動数が同じになる場合であることがわかる. このとき, 式(2.12)より, 反射係数は  $r_{LR} = r_{RL} = -1$  となるので仮想的な固定端, つまり伝播波動にとっての固定端と同じ状況になることがわかる.

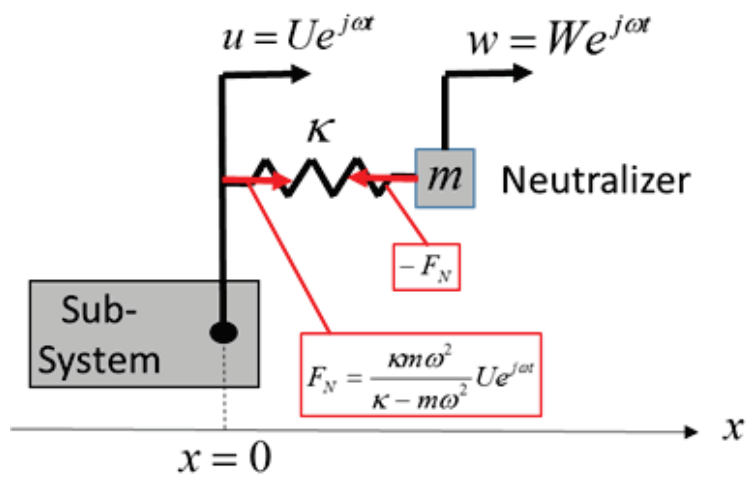


Fig. 2.3 Neutralizer is considered as a discontinuity of wave propagation. Reflection and transmission coefficients can be calculated by solving the equilibrium at the position of a neutralizer, using the relationship between displacement, force, and wave amplitude.

## 2.4 提案する設計法

### 2.4.1 振動低減のために制御可能なパラメータ

提案する振動低減法において制御するパラメータについて述べる. 式(2.2)の中で,  $G_{33}^B$ と $G_{43}^B$ は, パッシブパートのコンプライアンスであることから, アクティブパートのメーカーの立場では変更を施すことは不可能である. 変更を施すことができるのは, アクティブパートに関する伝達関数 $G_{22}^A$ と $G_{21}^A$ だけである.

### 2.4.2 Neutralizer を利用した伝達関数の大きさの制御

Neutralizer を設置することで, アクティブパートのメーカーとして, 伝達関数 $G_{21}^A$ と $G_{22}^A$ を具体的に制御する方法を示す. はじめに, Neutralizer の設置に適した位置について考察する. 実機において, アクティブパートの振動源の正確な場所は, 特定できないことが多い. しかしながら, 図 2.2 で言えば, 結合自由度よりも左側のアクティブパート側のどこかにあることが一般的である. そこで, 結合自由度の近傍に Neutralizer を設置することとする.

Neutralizer を加振自由度 1 と結合自由度 2 の間で, 可能な範囲で結合自由度 2 の近傍に設置する場合の伝達関数 $G_{21}^A$ と $G_{22}^A$ の大きさについて検討する. まず, 特定の周波数 $\omega_t$ の波動を完全反射する装置が, アクティブパートの加振自由度 1 と結合部の自由度 2 の間に設置されると, 加振によって生成された波動が結合部自由度 2 までたどり着けず, 伝達関数 $G_{21}^A$ の大きさはこの周波数 $\omega_t$ で 0 になる.

$$|G_{21}^A(\omega_t)| = 0 \quad (2.14)$$

また, この周波数 $\omega_t$ での $G_{22}^A$ の大きさも極めて小さくなる.

$$|G_{22}^A(\omega_t)| \approx 0 \quad (2.15)$$

これは, 図 2.4 に示すとおり, 結合自由度の近傍に Neutralizer による仮想的な波動の固定端が形成される結果, 結合自由度 2 を加振した際に生成する波動が, Neutralizer まで伝播した後, 固定端での逆位相での反射により入射波と反射波が干渉してほぼ相殺することによる. このとき, 式(2.15)が成立する.



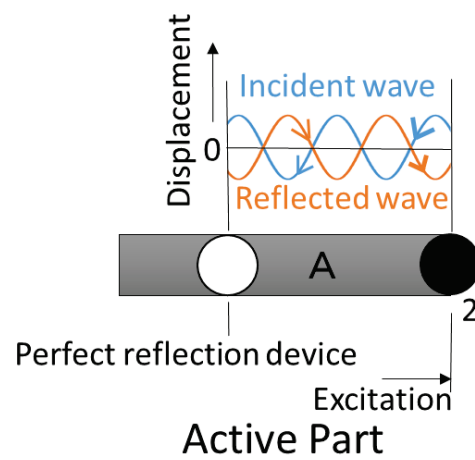


Fig. 2.4 Condition of incident wave and reflected wave in case that node 2 of the active part is excited in longitudinal direction, and a perfect reflection device for the longitudinal wave is set very closely to node 2. As the wave reflects at the device and its phase turns over at the device, the displacement at the node 2 is very small.

### 2.4.3 任意のパッシブパートに対して有用である理由

アクティブパートにおいて前項の式(2.14), (2.15)が実現される時、アクティブパートより充分減衰が大きいという前提条件を満たす任意のパッシブパートに対して、対象周波数  $\omega_t$  では常に全系の応答を低減できる理由を示す。まず、式(2.14)が成り立つ場合、 $G_{43}^B$  はパッシブパートの減衰により無限大の大きさとならず、式(2.3)の条件も満たされない限り、式(2.2)より評価自由度の応答変位は 0 になる。大きな減衰を有するパッシブパートの伝達関数である  $G_{43}^B$  は、パッシブパートの共振周波数においても、その大きさが無限大になることはない。したがって、式(2.3)の条件さえ満たさなければ、式(2.14)を実現することで、応答変位を 0 にできる。

次に、前提条件下で式(2.15)が成り立つ場合、式(2.3)の条件が満たされないことを確認する。式(2.3)の  $G_{33}^B(\omega_t)$  は、減衰が大きいパッシブパート側の結合部での加振点コンプライアンスであり、対象周波数がパッシブパートの反共振周波数に一致している場合であっても、その大きさは 0 よりもかなり大きくなる。このとき、一般に式(2.15)と考え併せて次式が成立すると考えてよい。

$$|G_{33}^B(\omega_t)| > |G_{22}^A(\omega_t)| \approx 0 \quad (2.16)$$

従って、パッシブパートの減衰が大きいという前提条件の下では、式(2.16)より任意の符号の  $G_{22}^A$  と  $G_{33}^B$  に対して、常に次式が成立し、式(2.3)の条件は成り立たない。

$$G_{22}^A(\omega_t) + G_{33}^B(\omega_t) \neq 0 \quad (2.17)$$

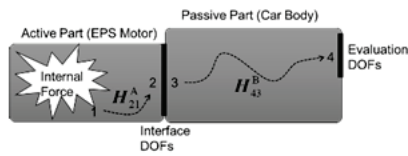
以上より、前提条件を満たす全系において、アクティブパートに Neutralizer を設置して  $G_{21}^A(\omega_t) = 0$  とすれば、式(2.2)の右辺にあるすべての項が無限大に発散することはなく、 $G_{21}^A(\omega_t) = 0$  の効果で応答変位を 0 にできる。

$$X_4^{AB}(\omega_t) = 0 \quad (2.18)$$

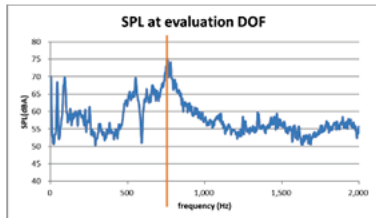
#### 2.4.4 実際の構造物に適用する際の設計手順

実際の構造物に、Neutrlizer を設置する際の設計手順を、以下に箇条書きで、また図示す。

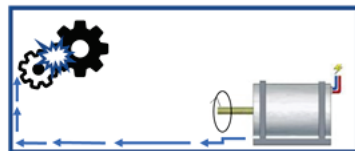
1. 全系で生じている振動騒音が、加振自由度はアクティブパートにあり、そこで生じた振動がパッシブパートに伝播して、パッシブパートを振動させることにより生じている事を確認する。
2. その振動騒音において、低減されることがもっとも望まれる周波数を決定する。
3. 2. の周波数帯域において、伝達経路解析<sup>(9)</sup>を利用するなどして、支配的な振動伝達の自由度が1であることを確認する。
4. アクティブパートはパッシブパートに比して低減衰であることを確認する。
5. 2. で特定された周波数の固有振動数を持ち、3. で特定された伝達自由度の方向に振動する Neutralizer を設計する。
6. その Neutralizer を、アクティブパートの、できるだけアクティブパートとパッシブパートの結合部に近い部位に装着する。



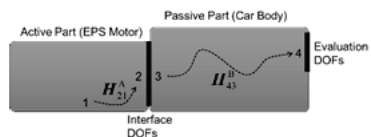
1. Confirm that excitation DOF is in the active part, and evaluation DOF is in the passive part.



2. Decide the target frequency.



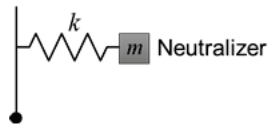
3. Confirm that transmission DOF is 1.



4. Confirm that the damping coefficient of the passive part is larger than the damping coefficient of the active part.

$C_A < C_P$   
 $C_A$ : Damping coefficient of the active part  
 $C_P$ : Damping coefficient of the passive part

5. Design a neutralizer. Determine mass, spring constant, and shape.



6. Attach the Neutralizer to the part of the active part as close as possible to the joint between the active part and the passive part.

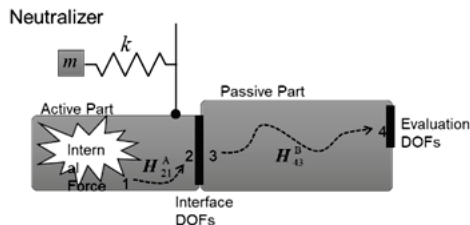


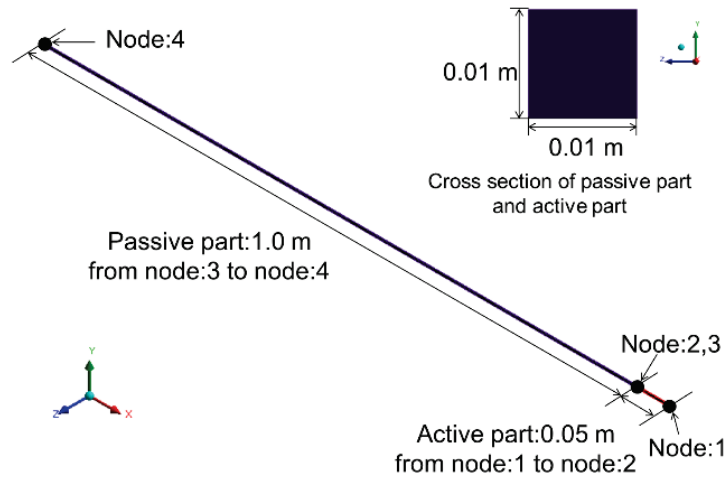
Fig. 2.5 Procedure of designing the neutralizer

## 2.5 有限要素モデルによる検証

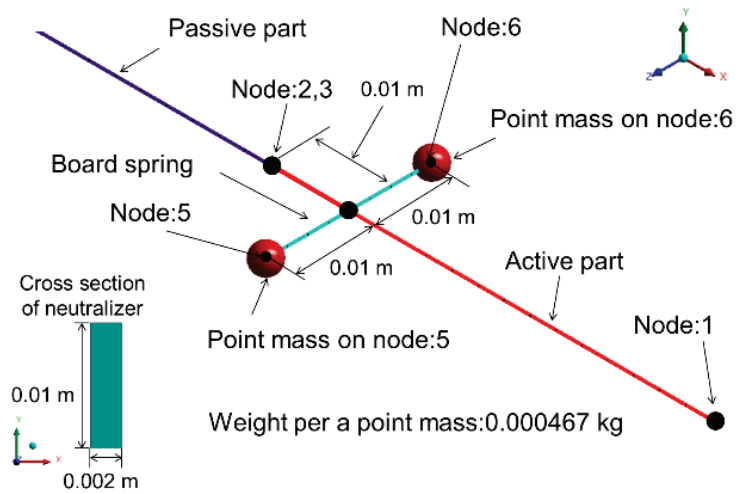
### 2.5.1 Neutralizer の効果の検証

提案する設計法の妥当性を数値的に検証する。対象は、細棒の縦振動とする。設計法の検証に用いた系を図 2.6 に示す。細棒の断面形状を $\square 10\text{ mm}$ とし、アクティブ部分を長さ 50 mm、パッシブ部分を長さ 1 m とする。また、アクティブ部分には、Neutralizer を設置した。

図 2.6 の系の振動は、有限要素解析で求めた。有限要素 (Finite Element; 以下, FE) モデルの作成にあたり、アクティブ部分はアルミニウム材であるとし、密度  $2680\text{ kg/m}^3$ , ヤング率  $7.60 \times 10^{10}\text{ Pa}$ , ポアソン比 0.33 を与えた。アクティブ部分単体の質量は  $0.0134\text{ kg}$  である。パッシブ部分は軟鋼材であるとし、密度  $7930\text{ kg/m}^3$ , ヤング率  $1.97 \times 10^{11}\text{ Pa}$ , ポアソン比 0.30 を与えた。また,  $\alpha = 3.0 \times 10^{-8}$ ,  $\beta = 3.0 \times 10^{-6}$  の比例粘性減衰を与えた。パッシブ部分単体の質量は  $0.793\text{ kg}$  である。加振自由度は、図 2.6 に Node 1 と記された位置の  $x$  の正方向とした。また、応答評価自由度は、図 2.6 に Node 4 と記された位置の  $x$  の正方向とした。また、Neutralizer をアクティブ部分の Node 2 から 0.01m だけ Node 1 側に移動した点に設置した。細棒を挟んで対称に、 $x$  方向に変形する板ばね 2 枚を設置して、その先端にそれぞれ集中質量を結合し、これを Neutralizer とした。板ばねは 2 枚とも厚さ 2 mm, 幅 10 mm のりん青銅板とし、密度  $8800\text{ kg/m}^3$ , ヤング率  $1.10 \times 10^{11}\text{ Pa}$ , ポアソン比 0.33 を与えた。また、応答を低減させたい周波数を 2450 Hz とし、Neutralizer 単体の固有振動数が 2450 Hz となるように、2 枚の板ばねの先端の集中質量は 2 個とも 0.467 g とした。Neutralizer の質量はそれぞれ 2.23 g であり、無減衰である。このモデルの境界条件は、周辺自由である。



(a) Whole structure



(b) Enlarged view

Fig. 2.6 Beam elements for FE validation with a neutralizer. Node 2 at the end of an active part and node 3 at the end of a passive part are rigidly connected. Two neutralizers, which consist of point masses and board springs, are set at a node, which locates at 0.01m in the direction of node 1 from node 2.

この数値モデルの計算結果について論ずる。図 2.7 は Node 1 を  $x$  方向に加振した際の、Node 4 における  $x$  方向のコンプライアンス  $X_4^{AB}$  であり、Neutralizer 未装着の場合と、装着の場合の特性を重ね描きしたものであり、赤実線が未装着の場合、青実線が装着時の結果である。Neutralizer 装着により、応答低減対象周波数の 2450 Hz において、評価点のコンプライアンス  $X_4^{AB}$  は大幅に低減されていることがわかる。

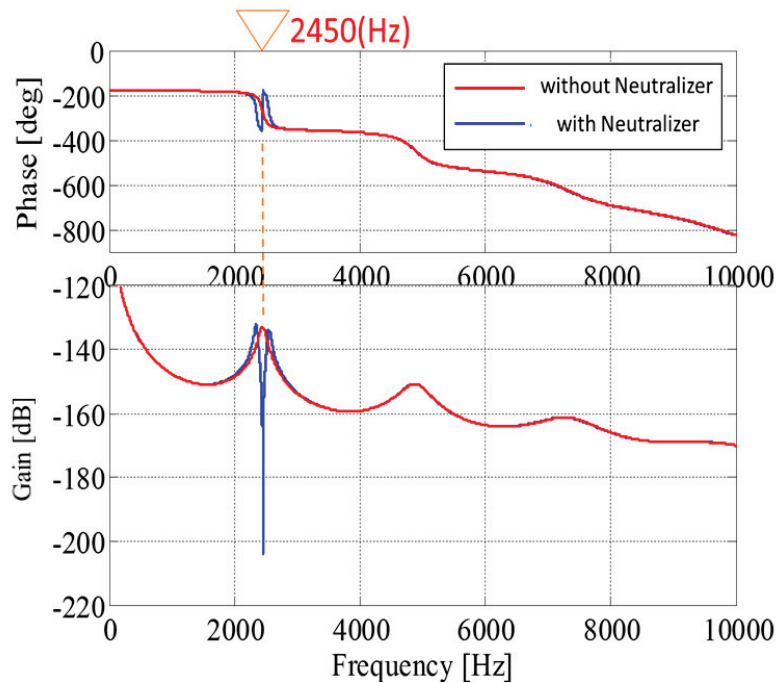


Fig. 2.7 Compliance  $X_4^{AB}$  for the case with and without a neutralizer. By attaching a neutralizer, compliance  $X_4^{AB}$  is largely reduced at 2450 Hz. Theoretically, compliance  $X_4^{AB}$  is 0 at the frequency, but for convenience of frequency resolution, it is nearly 0.

コンプライアンス  $X_4^{AB}$  低減の要因について考察する．図 2.8～図.2.11 に，Neutralizer を装着した状態における  $G_{21}^A$ ， $G_{22}^A + G_{33}^B$ ， $G_{22}^A \& G_{33}^B$  (重ね書き)， $G_{43}^B$  をそれぞれ示す． $G_{21}^A$  は，図 2.8 に見られる様に，Neutralizer のターゲット周波数 2450 Hz において 0 に近い値を示している．Node 1 と Node 2 の間に装着されている Neutralizer により，波動伝播が遮断されていることを示している，図 2.9 は *kernel compliance* であり，Neutralizer のターゲット周波数 2450 Hz において，明らかに 0 より大きい値を示しており，全系の共振条件である式(2.3)は満たしていない．これは，図 2.10 に見られるように，式(2.16)の条件が満たされていることによる．そして図 2.11 に示す  $G_{43}^B$  は，パッシブパートの減衰により，同周波数において無限大にならず，共振することはない．これらのことと式(2.2)より，式(2.14)の  $|G_{21}^A(\omega_t)| = 0$  に起因して，式(2.18)の  $X_4^{AB}(\omega_i) = 0$  が実現されたことがわかる．

図 2.7 と図 2.8 の，ターゲット周波数 2450 Hz における， $|X_4^{AB}| = 0$ ， $|G_{21}^A| = 0$  について考察する．コンプライアンスは変位/力を表す伝達関数であり，次式で定義される．

$$|G(\omega)| = X(\omega) / F(\omega) \quad (2.19)$$

$$\angle G(\omega) = \theta \quad (2.20)$$

ここで， $|G(\omega)|$  を周波数領域のコンプライアンスの振幅比(ゲイン)， $\angle G(\omega)$  を位相差， $X(\omega), F(\omega)$  は周波数領域の変位，力とした．

$G(\omega)$  は複素関数であるので，実数部を  $G_{real}$ ，虚数部を  $G_{imag}$  とすると，

$$|G(\omega)| = \sqrt{G_{real}^2 + G_{imag}^2} \quad (2.21)$$

$$\angle G(\omega) = \tan^{-1} \left( \frac{G_{imag}}{G_{real}} \right) \quad (2.22)$$

ボード線図ではゲインは dB 化して表されるので，

$$|G(\omega)| \text{ dB} = 20 \log_{10} |G(\omega)| \quad (2.23)$$

対数関数の場合，真数  $|G(\omega)|$  は， $0 < |G(\omega)|$  であるので，ボード線図では，コンプライアンス  $|G(\omega)| = 0$  を表現することはできない．しかし，有限要素法におい



では、次に挙げるエラーにより、理論上 0 となるべき値においても、0 となることは非常に稀である。

- モデル形状による誤差
- メッシュによる誤差
- モデル化による誤差
- 計算誤差
- 結果処理による誤差

よって、理論上 0 となる Neutralizer のターゲット周波数のコンプライアンスを有限要素法で計算した場合、 $|G(\omega)| = 0$ とはならず、 $|G(\omega)| \approx 0$ となり、対数関数における真数が 0 となる問題が生ずることは、事実上ないと考えられる。

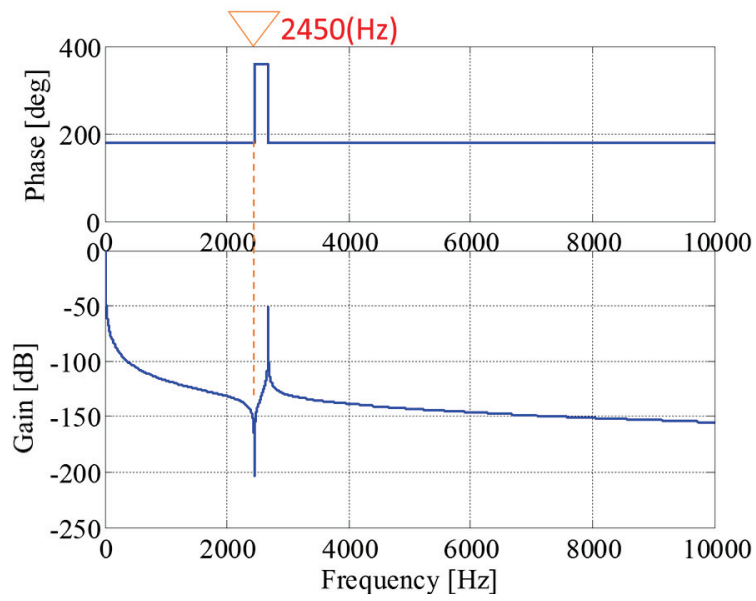


Fig. 2.8  $G_{21}^A$ . Compliance in case that a neutralizer is attached on an active part.  $G_{21}^A$  equals nearly 0 by convenience of frequency resolution.

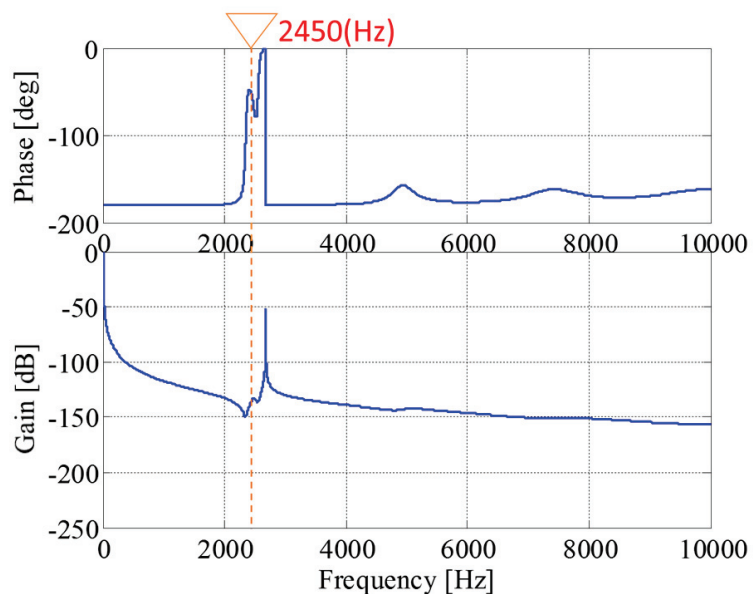


Fig. 2.9  $G_{22}^A + G_{33}^B$ . Compliance in case that a neutralizer is attached on an active part. *kernel* compliance is not 0 at 2450 Hz.

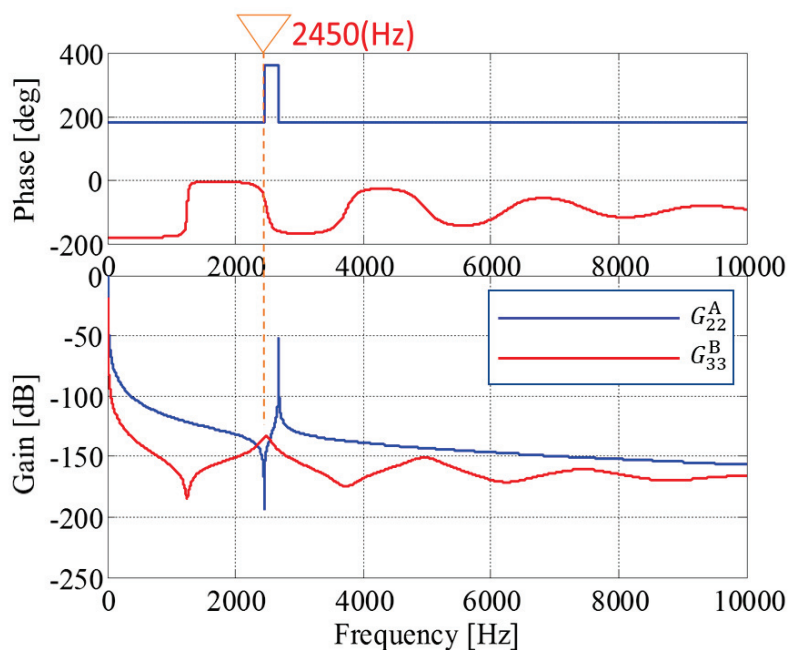


Fig. 2.10  $G_{22}^A$  and  $G_{33}^B$ . Compliance in case that a neutralizer is attached on an active part.  $G_{22}^A$  is smaller than  $G_{33}^B$ , and accordingly it is proved that Eq.(2.17) is satisfied.

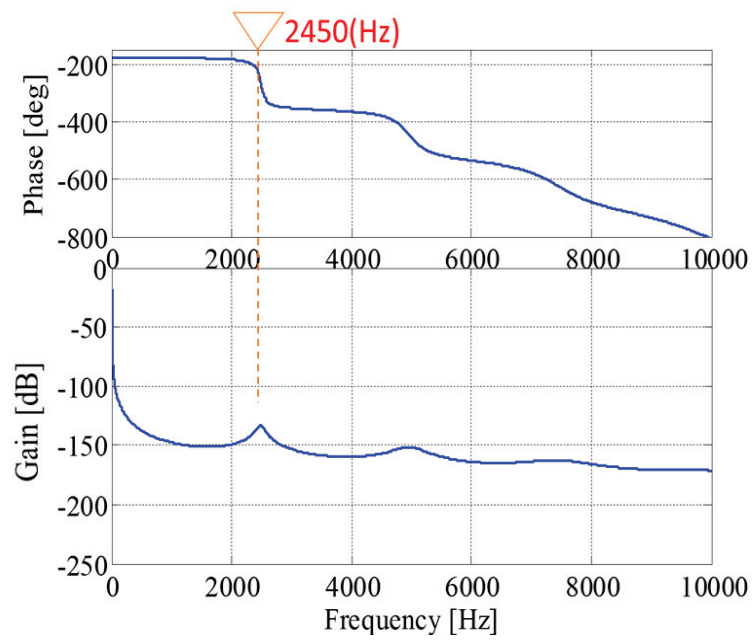


Fig. 2.11  $G_{43}^B$ . Compliance in case that a neutralizer is attached on an active part.  $G_{43}^B$  is not diffused. Therefore, response  $X_4^{AB}$  is directly proportional to  $G_{21}^A$ , and consequently vibration reduction is achieved.

## 2.5.2 Neutralizer による仮想的な固定端の実現

前項で述べた  $G_{21}^A = 0$  の実現理由を、本章では波動伝播の観点より考察する。アクティブパートに装着した Neutralizer の縦波に対する反射係数, 透過係数を, 式(2.12), (2.13)に従って計算した結果を図 2.12, 図 2.13 に示す。対象周波数 2450 Hz における反射係数は 1, 透過係数は 0 となっており, アクティブパートに装着した Neutralizer により, 2450 Hz の波動は, 加振自由度から結合自由度に伝播する途中で遮断されていることがわかる (仮想的な固定端を実現)。これは, 当該周波数における  $G_{21}^A = 0$  が, Neutralizer による波動の完全反射により実現されていることを意味する。

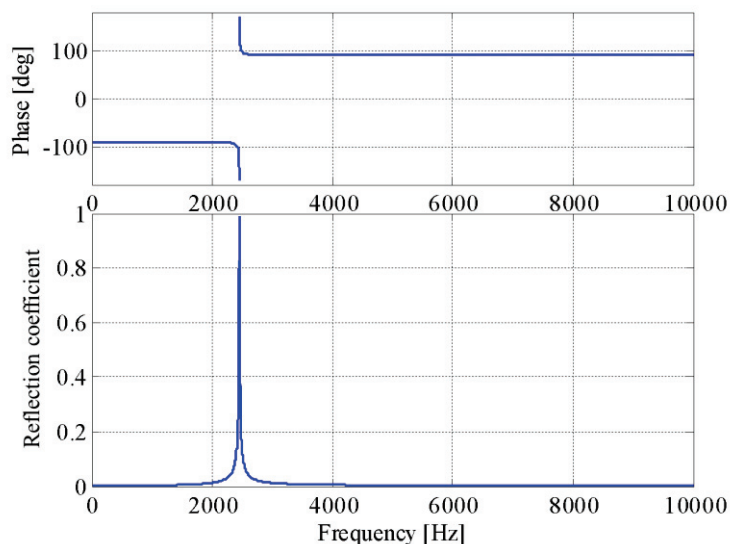


Fig. 2.12 Reflection coefficient at a neutralizer. At the target frequency, absolute value of reflection coefficient is 1.

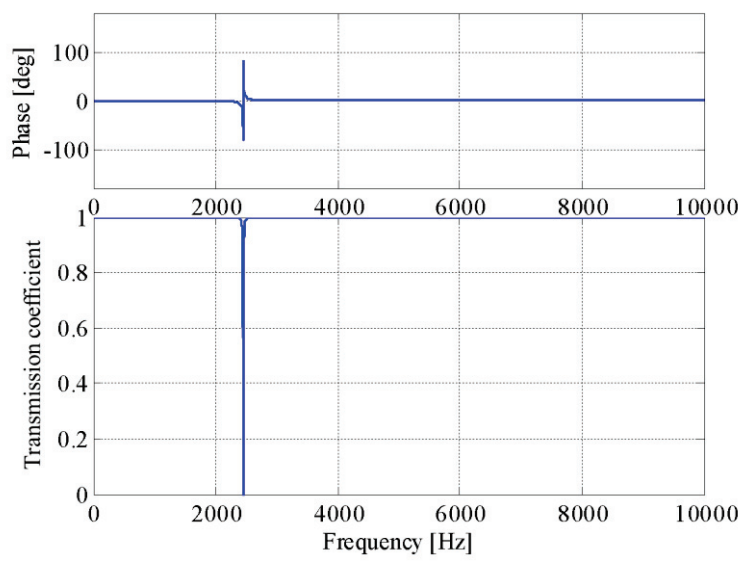


Fig. 2.13 Transmission coefficient at a neutralizer. At the target frequency, absolute value of transmission coefficient is 0.

### 2.5.3 全系の連成による共振に関する検証

本手法は、アクティブパートに装着する Neutralizer により、パッシブパート上の応答変位を 0 とすることを目的とする。提案法による振動低減の実現が最も困難と考えられる条件は、パッシブパートの反共振周波数において、*kernel compliance* が式(2.3)の状態に近づく場合である。パッシブパートはロバスト性が低く、その構造的なバラつき等により、アクティブパートに装着した Neutralizer のターゲット周波数と、パッシブパートの反共振周波数が一致する可能性がゼロではない。以下では、最も困難と想定される状態を再現した数値モデルを用いて、提案法の有効性を検証する。2.5.1 項で使用した細棒に対して、パッシブパートの長さのみを 508.5 mm に変更したものに対して、有限要素解析により振動特性を求めた。

図 2.14 に、応答評価自由度の応答変位  $X_4^{AB}$  を示す。P.15 の式(2.3)に最も近い状況においても、図 2.6 に示す、Neutralizer のターゲット周波数と、パッシブパートの反共振周波数が近接していない場合と同様に、ターゲット周波数 2450 Hz において、応答評価自由度の応答変位  $X_4^{AB}(\omega_t)$  は大きく低減されている。

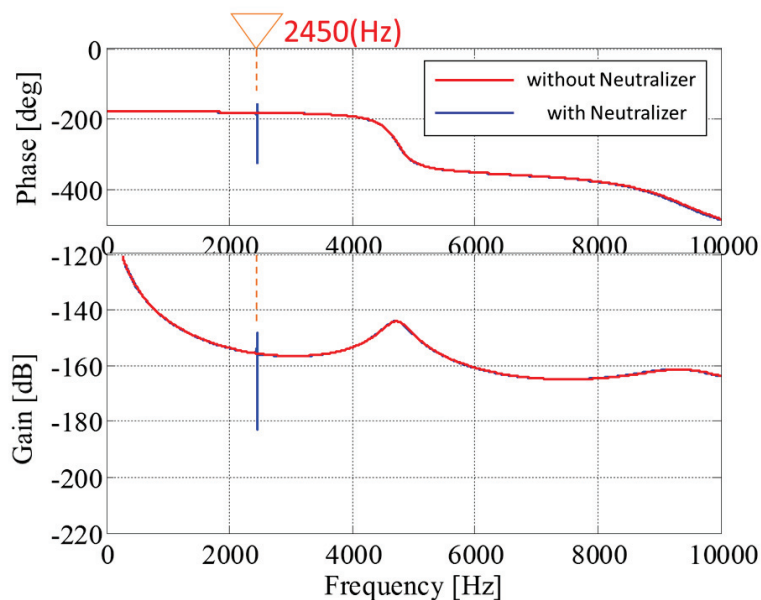


Fig. 2.14 Displacement  $X_4^{AB}$  for the case with and without a neutralizer on an active part: in case target frequency of a neutralizer is accordance with anti-resonance frequency of a passive part. By attaching a neutralizer, displacement  $X_4^{AB}$  is largely reduced at 2450 Hz.



図 2.14 に示した結果で、応答  $X_4^{AB}(\omega_t)$  が低減した理由について考察する。図 2.15～2.17 に、Neutralizer を装着した状態における  $G_{22}^A + G_{33}^B$ 、 $G_{22}^A$  &  $G_{33}^B$  (重ね書き)、 $G_{43}^B$  をそれぞれ示す。 $G_{21}^A$  は、図 2.8 に見られる様に、Neutralizer の設置により、そのターゲット周波数 2450 Hz において 0 を示す。P.35 の図 2.15 に示す *kernel compliance* の計算結果である  $G_{22}^A + G_{33}^B$  は、0 に近い値をとっており、一見すると、共振の条件式(2.3)を満たしているようにも見える。しかしながら、図 2.16 に示すとおり、 $|G_{22}^A(\omega_t)| \approx 0$  であり、 $|G_{33}^B(\omega_t)|$  はパッシブパートの減衰の影響で、対象周波数での  $G_{22}^A$  よりも大きい値をとっている。これにより、パッシブパートの反共振周波数においても、式(2.17)  $G_{22}^A(\omega_t) + G_{33}^B(\omega_t) \neq 0$  が成立することがわかる。つまり、図 2.15 における 2450 Hz の谷底でも、その値は 0 ではない。また、 $G_{43}^B(\omega_t)$  はパッシブパートの大きな減衰により共振することはない。これらのことと式(2.2)を参照すると、式(2.18)の  $X_4^{AB}(\omega_t) = 0$  が実現され、図 2.14 の結果を得られたことがわかる。

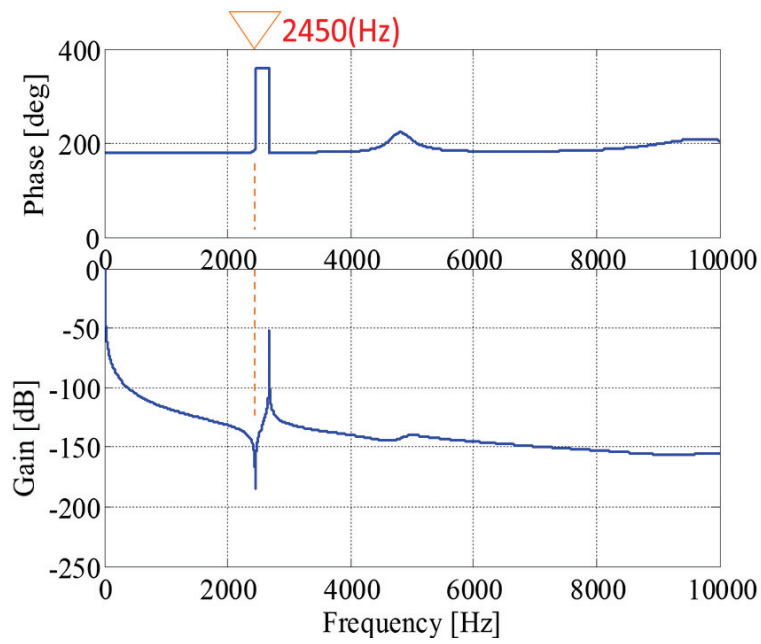


Fig. 2.15  $G_{22}^A + G_{33}^B$ . Compliance in case that a neutralizer is attached on an active part. In this case, target frequency of a neutralizer is accordance with anti-resonance frequency of a passive part. By existence of damping on a passive part,  $G_{22}^A + G_{33}^B$  is *kernel* compliance. In case that the *kernel* compliance is not 0, and that  $G_{43}^B$  is not diffused,  $X_4^{AB}$  is directly proportional to  $G_{21}^A$ . Overwriting of  $G_{22}^A$  and  $G_{33}^B$ . Target frequency of a neutralizer and anti-resonance frequency of a passive part are the same at 2450 Hz.

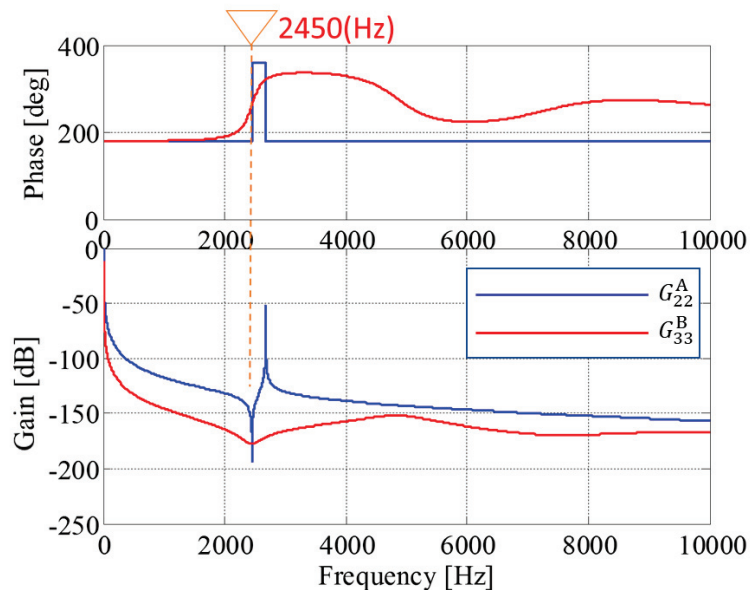


Fig. 2.16  $G_{22}^A$  and  $G_{33}^B$ . Compliance in case that a neutralizer is attached on an active part. In this case, target frequency of a neutralizer is accordance with anti-resonance frequency of a passive part. By existence of damping on a passive part,  $G_{22}^A + G_{33}^B$  is *kernel* compliance. In case that the *kernel* compliance is not 0, and that  $G_{43}^B$  is not diffused,  $X_4^{AB}$  is directly proportional to  $G_{21}^A$ . Overwriting of  $G_{22}^A$  and  $G_{33}^B$ . Target frequency of a neutralizer and anti-resonance frequency of a passive part are the same at 2450 Hz.

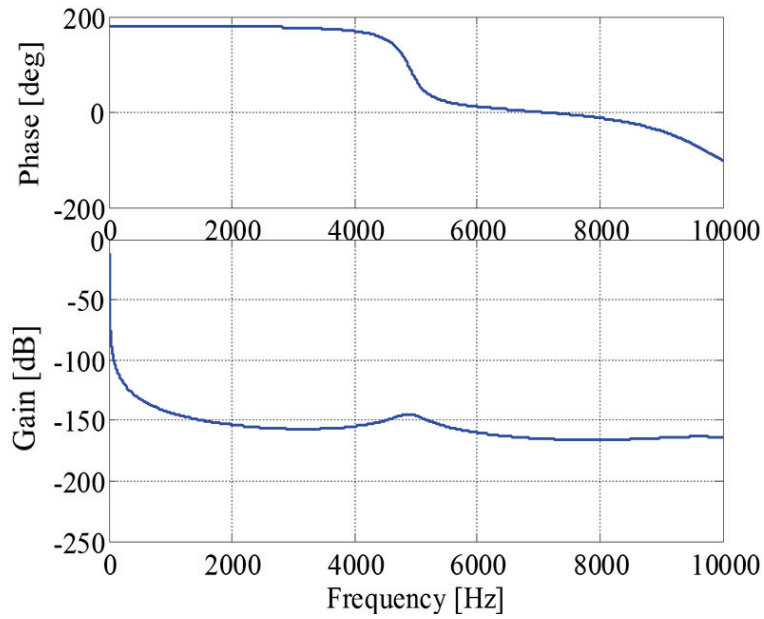


Fig. 2.17  $G_{43}^B$ . Compliance in case that a neutralizer is attached on an active part. In this case, target frequency of a neutralizer is accordance with anti-resonance frequency of a passive part. By existence of damping on a passive part,  $G_{22}^A + G_{33}^B$  is *kernel* compliance. In case that the *kernel* compliance is not 0, and that  $G_{43}^B$  is not diffused,  $X_4^{AB}$  is directly proportional to  $G_{21}^A$ . Overwriting of  $G_{22}^A$  and  $G_{33}^B$ . Target frequency of a neutralizer and anti-resonance frequency of a passive part are the same at 2450 Hz.

## 2.6 本章のまとめ

アクティブパートでの起振力が、剛結合されている減衰の大きいパッシブパートに伝播し、パッシブパートで固体音を生じ、不快な騒音と受け止められる問題への対策を目的とした。アクティブパートのメーカはほぼ全ての場合、そのアクティブパート以外に対策することは不可能である。そこで、パッシブパートの振動特性を知ることができない中、全系のコンプライアンスを低減する設計の考え方と手順を示した。

- (1) アクティブパートからパッシブパートへの振動伝達において、1自由度の伝達力が支配的であり、アクティブパートがほぼ減衰を持たず、パッシブパートは比較的大きな減衰を有する条件では、アクティブパートの加振自由度からパッシブパートとの結合部に至るある1自由度のコンプライアンスを0にすることにより、基本的にすべての条件下でパッシブパートの任意の自由度での応答を0にできることを示した。
- (2) アクティブパートの加振自由度からパッシブパートとの結合部に至るコンプライアンスを0にするには、この区間での波動伝播を阻止すればよいことに着目した。そして、この実現にあたっては、Neutralizerをアクティブパート側の結合部近傍に設け、仮想的な固定端を実現すればよいことを示した。実際の構造物に対する設計指針として、Neutralizerをできる限りアクティブパートの、アクティブパートとパッシブパートとの結合部に設置すること、加振自由度に置ける加振方向と、Neutralizerの振動の自由度を一致させることが必要となる。
- (3) 縦波の伝播を阻止する Neutralizer の設計のため、反射透過係数の算出式を導いた。実製品では、アクティブパートからパッシブパートへの振動伝達が、ねじり波方向か縦波方向が支配的であることも多い。導出した縦波用の反射透過係数の計算法は、ほぼそのままねじり波にも適用できる。

## 第3章 部品の質量特性を概念設計段階で最適化することによる振動低減

### 3.1 はじめに

本章では、部品メーカーの立場に立ち、自社の部品を含む全系の共振周波数の制御に必要な部品の質量特性を、設計の初期段階で把握するための可視化ツールについて説明する。

具体的な全系の振動問題と、それに対する部品メーカーとしての一般的な対策例から、課題を明確化する。分系が主系に取り付けられ、新たな機能を全系に供給する際、分系の機械的な挙動により励起される起振力の周波数と、全系の共振周波数が合致することで固体音が発生し、騒音問題となることがある。この問題に対して効果的と考えられるのは、(A) 分系による起振力を小さくすること、(B) この起振力の周波数を、全系の共振峰とは重ならない周波数範囲に、何らかの手段により移動すること、などの起振源対策が一般的である。しかし、前記(A)は、分系の機能を全系に供給するという基本的な性能に起因するものであり、容易に変更することはできない。例えば DC モータであれば、回転動力を全系に供給することが求められるが、回転数に比例するトルクリップルは周期的な起振力となる。その対策としては、トルクリップルによる起振力そのものを低減することであるが、多くの場合コストアップ、またはモータの効率を低減するものであり、DC モータのメーカーの立場から望ましいものではない。前記(B)に関しても具体的に DC モータで言えば、起振力の周波数を変えるために DC モータの極数を変更することと同義となる。しかしながら、極数の変更は、DC モータとしての基本設計に関わることであるため、相当の工数が必要となり、限られた製品開発期間の中では現実的な対策とは言えない。

一方、部品メーカーとして取り得る上記(A)、(B)以外の対策として、分系と主系の連成により生ずる全系の共振周波数（以下、連成共振周波数）の変更や、分系と主系の結合領域における伝達力の低減、もしくは支配的な伝達力の方向の変更による対策が考えられる。これらは、城戸らの提案<sup>(7)(8)</sup>する *kCA* (*kernel Compliance Analysis*) 法に従い、分系単体および主系単体の間の結合領域における自己コンプライアンス行列の値を変更することで、全系の共振点をシフトさ

せつつ伝達力も変化させ、結果的に連成共振の応答を低減する方法を応用するものである。このように、起振源ではなく、伝達系の振動特性を利用した対策が採用できれば、モータ設計の観点では、振動低減を筐体等の構造変更任せればよく、所望のモータ特性を実現するモータ設計、およびその高効率化に特化でき、効率良い設計プロセスの実現が可能となる。また、これら二つの設計項目を並行して、設計の初期段階から実施することにより、低振動と高効率の両面で素性の良いモータを設計の早期から実現できる。

対策は、主系のメーカから部品メーカへ提供可能な情報を用いて実現し得ることも必要である。そこで、主系のメーカから部品メーカへ、設計対象の分系との結合自由度に関する主系単体の自己コンプライアンス行列を引渡し可能な場合について、 $kCA$  法に着目した対策を設計初期に実施する方法を検討することとする。自己コンプライアンス行列から主系全体の振動特性として読み取れるものとしては、減衰の大きさや共振周波数の分布に関する情報がある。これらは、主系のメーカによっては秘匿とする場合も考えられるが、分系を付加する前の段階での振動特性であり、分系の付加で変化する。また、周波数応答関数を引き渡す周波数帯を、主要な連成共振に係る範囲に限れば、外に出る情報量を減らせる。従って、最終製品の情報がすべて漏洩する形にはならず、分系との結合自由度に関する主系単体の自己コンプライアンス行列を、設計のために部品メーカに供与可能である場合も多いと考えられる。

本研究では、設計初期に素性の良い設計を達成するための工夫として、全系の低周波域の共振特性に影響を与えられ、分系の慣性についてのみ、設計初期に最適化する設計法を検討する。主系に比して設計対象の分系が小さくて剛と見なせる場合、連成共振が生ずる低周波域では、微小分系単体のコンプライアンスは剛体モードに支配され、弾性振動モードの影響はほぼないとみなせる。この場合、結合点における分系単体のコンプライアンスは、分系を剛体と見た際の 6 自由度の慣性からなる質量行列だけで表現できる。さらに、慣性主軸の方向で質量行列を表せば、主系との結合領域における分系単体の自己コンプライアンス行列は対角行列となる。これにより、 $kCA$  法を発展させた駒田らの研究<sup>(30)</sup>で、並進ばねの構造変更の影響が対角行列であることを利用して共振周波数の配置を簡便化しているのと同様に、簡単な計算により、共振点の移動に必要な質量の変化量を予測できると考えられる。

これに加えて本研究では Gershgorin の定理<sup>(16)</sup>を導入し, *kCA* 法で必要な *kernel* コンプライアンス行列の零固有値を, 簡単な計算で発生させる方法を提案する. これは, 以下の二つの利点を生み出す. まず, 可視化により, 所望の周波数に共振点を移動させるのに必要な分系の質量行列の変化量を, 設計者が手計算レベルで簡単に予測できることである. また, Gershgorin の定理は, 複素行列の固有値の予測にも使えるため, 主系単体に減衰があり, 分系との結合領域における自己コンプライアンス行列が複素行列の場合でも, その減衰が小さい場合には, 共振点の移動先を予測できることである.

本研究の先行研究と, 本研究との関連性について述べる. 振動低減のための特定寸法の最適化問題は, 1960 年代から始められた<sup>(31)~(33)</sup>. その後, 大規模なモデルの固有値感度の計算法が示されている<sup>(34)~(36)</sup>. 現在では意図する固有振動数の配置を具現化する形状を求める手法は, 汎用の解析ソフトウェアとして広く使われており, 通常的设计プロセスの中で広く使われる様になっている.

しかし, これらの手法は全て, 全系の情報が既知となっている事が前提であり, 本章の手法のように主系の情報が, 主系の分系との結合部の加振点コンプライアンス等, 非常に限定的である場合, 全系の振動応答を知ることは不可能である. 本手法において, 分系の情報はすべて既知であるが, 主系の情報は主系の分系との結合部の加振点コンプライアンスのみであっても全系の振動応答を計算可能であるのは, *kernel* コンプライアンスを, 2 分系が剛結合している全系の振動応答を特徴づけるパラメータとして採用しているからである.

以下に, この提案法の詳細を説明し, 数値例でその有用性を確認する.



## 3.2 共振周波数の制御に利用する基礎理論

共振制御法を提案する準備として、従来の研究成果の中から、特に提案法で必要とする基礎理論を整理する。

### 3.2.1 強連成系の共振制御法

本研究で共振制御の基礎とした城戸らの方法について説明する。この方法は、不減衰系にのみ適用可能な理論であり、減衰系にはそのまま適用できない。この方法では、以下で詳細を説明する *kernel* コンプライアンス行列に着目し、連成共振を制御するために、分系の剛性および慣性の構造変更案を導く方法を提案している。このような *kernel* コンプライアンス行列は、二分系を任意の方法で結合する場合の、すべての伝達関数合成法の計算式に現れる。そのため、城戸らの研究で提案された方法は任意の連成問題で利用できる。

以下、説明を簡単にするため、図 3.1 の系を例にしてこの方法の概略を示す。図 3.1 は、結合領域  $c$  で剛結合された二分系  $A, B$  からなる全系において、分系  $A$  の領域  $i$  に加振力  $F$  が作用し、分系  $B$  の領域  $o$  で応答加速度  $\ddot{U}_o$  を評価する場合を想定している。図 3.1 左は剛結合状態の全系を表し、図 3.1 右は、自由体に分割された状況を示す。

伝達関数合成法の計算式<sup>9)</sup>から導かれる共振周波数の形成条件を、城戸らの研究<sup>7)</sup>に従って簡単にまとめる。以下、二分系の結合領域  $c$  の自由度の数を  $N_c$  とする。この系の周波数領域での評価自由度の応答加速度  $\ddot{U}_o$  は、伝達関数合成法に従い、次式で計算できる。

$$\ddot{U}_o = L_{oc}^B (G_{cc}^A + G_{cc}^B)^{-1} G_{ci}^A F \quad (3.1)$$

ここに、 $L_{oc}^B$  は分系  $B$  の自由体における結合自由度と評価自由度の間のアクセラランス、 $G_{cc}^A$  は分系  $A$  の自由体における結合自由度での自己コンプライアンス、 $G_{cc}^B$  は分系  $B$  の自由体における結合自由度での自己コンプライアンス、 $G_{ci}^A$  は分系  $A$  の自由体における加振自由度と結合自由度の間のコンプライアンスである。式 (3.1) の逆行列の項は、城戸らの研究で *kernel* コンプライアンス行列と名付けられた。以下では、次式のように定義する。

$$G_{ker}(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} G_{cc}^A(\omega) + G_{cc}^B(\omega) \quad (3.2)$$

城戸らは、*kernel* コンプライアンス行列  $G_{ker}$  が零固有値となる周波数で全系の

共振が形成されることを示した。これは、次式のように、*kernel* コンプライアンス行列を固有値分解した後に逆行列を求めることで理解できる。

$$\mathbf{G}_{ker} = \boldsymbol{\Psi} \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \lambda_{N_c} \end{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}^T \quad \therefore \mathbf{G}_{ker}^{-1} = \boldsymbol{\Psi} \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \frac{1}{\lambda_{N_c}} \end{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}^T \quad (3.3)$$

ここに、固有値を $\lambda_n (n = 1, 2, \dots, N_c)$ と表し、固有値に対応する固有ベクトルを列とする行列を $\boldsymbol{\Psi}$ と表した。零固有値が少なくとも一つ存在する周波数では、式(3.3)より、*kernel* コンプライアンス行列の逆行列 $\mathbf{G}_{ker}^{-1}$ の対角項の一つが発散し、式(3.1)で計算される加速度応答 $\ddot{\mathbf{U}}_o$ が無限大の大きさとなる。以上より、伝達関数合成の式から見て、*kernel* コンプライアンス行列の逆行列が無限大となる現象を、我々は共振と呼んでいることがわかる。

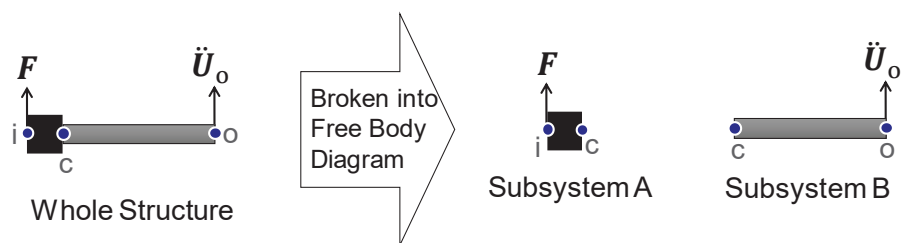


Fig. 3.1 Whole structure of interest and the decomposed subsystems.

### 3.2.2 Gershgorin の定理

城戸らの方法は, *kernel* コンプライアンス行列の固有値の設計を介した共振制御法である. そこで, 後述の提案法では, 固有値の存在範囲の可視化に有効とされる Gershgorin の定理<sup>(16)</sup>を利用し, 共振周波数を変更する方法を定義する. 以下, Gershgorin の定理の基礎について簡潔にまとめる.

Gershgorin の定理は, 複素正方行列の固有値の存在範囲を, その行列の成分から簡単に予測するために利用される. いま, ある複素正方行列を  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  とし, その各成分を  $a_{ln}$  とおくと, 行番号  $l \in \{1, 2, \dots, N\}$  の行の非対角成分の絶対値和  $R_l$  は次式のように表せる.

$$R_l = \sum_{n=1(n \neq l)}^N |a_{ln}| \quad (3.4)$$

この  $R_l$  を半径とし, その中心を行列  $\mathbf{A}$  の対角成分  $a_{ll}$  とする複素平面上の円  $D_l$  は Gershgorin 円と定義される.

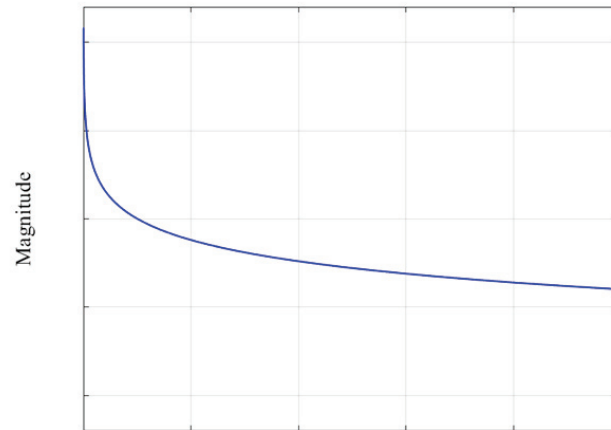
$$D_l = \{z \in \mathbb{C}: |z - a_{ll}| \leq R_l\} \quad (3.5)$$

このとき, 行列  $\mathbf{A}$  のすべての固有値  $\lambda(\mathbf{A})$  は, Gershgorin 円の和集合の内部に存在し, 他円と交わらない各円の中には, 必ず一つの固有値が存在することが知られている.

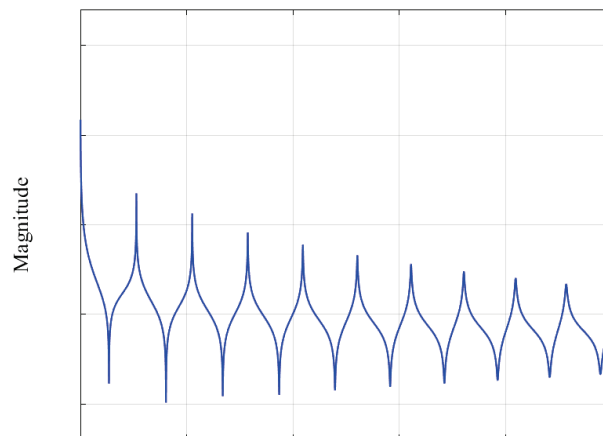
$$\lambda(\mathbf{A}) \subseteq \bigcup_{l=1}^N D_l \quad (3.6)$$

### 3.2.3 慣性主軸への座標変換

設計の簡易化のために剛な微小分系に導入する仮定について説明する。DC モータや小型ポンプのような部品は、電化製品や自動車のような大きな全系に比して剛で微小であることが多い。このとき、全系の低次共振の帯域における周波数応答を、縦軸を対数として図示すると、部品単体の振動は、図 3.2 (a) に示すような剛体モードに支配され、主系側の振動は、図 3.2 (b) に示すように、多数の弾性モードで構成されるのが一般的である。本章では、このような場合に、微小分系を剛体と見なしてモデル化し、全系の連成共振を設計することが可能となることに着目する。これにより、剛体モードのコンプライアンスは 6 自由度の質量行列で表せるため、設計が簡易化される効果が得られる。また、剛な微小分系が、その重心で主系側の結合点に点結合されると仮定し、さらに設計を簡易化する。次章に示す提案法では、慣性主軸を利用して、もう一段の簡易化も実現する。慣性主軸で表した分系単体の自己コンプライアンス行列は、対角行列で表現でき、連成共振周波数を制御する際の分系の設計が容易になるという利点も生まれる。以下、設計の対象とする剛な微小分系を分系 A、主系を分系 B とし、次章に示す提案法の基礎理論を順に導く。



Frequency  
(a) Rigid and small subsystem



Frequency  
(b) Main system

Fig. 3.2 Schematic of the logarithmic magnitude of a self-compliance FRF at the frequency range of low-order resonances of a whole structure. Compliance FRF of a rigid and small subsystem in comparison with the main system which is the majority of a whole structure is dominated by a rigid body mode, and accordingly the resonance curve shows monotonous decrease at the frequency range of low-order resonances of a whole structure. On the other hand, compliance FRF of a main system includes many mountains and valleys in the resonance curve.

### 3.2.3.1 慣性主軸での質量行列

伝達関数合成法を慣性主軸の座標系で実施するには、慣性主軸での質量行列に変換するための座標変換行列が重要な役割を果たす。そこで本項には、質量行列を慣性主軸の座標系で表現するための基礎をまとめる。剛な微小分系  $A$  を模擬した剛体の、グローバル座標系  $O - XYZ$ での質量行列  $\tilde{\mathbf{M}}$ を、次式のように表す。

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{I}} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

ここに、 $\mathbf{m}$ は並進質量の、 $\tilde{\mathbf{I}}$ は慣性テンソルの成分を表すブロック行列であり、それぞれ次式のように表せる。

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{I}} = \begin{bmatrix} \tilde{I}_X & \tilde{I}_{XY} & \tilde{I}_{XZ} \\ \tilde{I}_{XY} & \tilde{I}_Y & \tilde{I}_{YZ} \\ \tilde{I}_{XZ} & \tilde{I}_{YZ} & \tilde{I}_Z \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

ここに、剛な微小分系  $A$  の質量を  $m$ とした。また、行列  $\tilde{\mathbf{I}}$  の対角項はグローバル座標系  $O - XYZ$ での慣性モーメント、非対角項は慣性乗積を表す。いま、慣性主軸の座標系で慣性テンソルを表すと次式の関係が成り立つ。

$$\mathbf{P}^T \tilde{\mathbf{I}} \mathbf{P} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{I} \quad (3.9)$$

ここに、対角成分は慣性主軸の各方向  $x, y, z$ に関する重心まわりの慣性モーメント  $I_x, I_y, I_z$ である。また、行列  $\mathbf{P}$ は各列ベクトルの大きさが1に正規化された座標変換行列（テンソル）であり、直交行列としての性質を有する。従って、慣性主軸の座標系で表した質量行列  $\mathbf{M}$ は、単位行列を  $\mathbf{E}$ として次式のように求まる。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P} \end{bmatrix}^T \tilde{\mathbf{M}} \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{Q}^T \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

ここに、座標変換に用いた行列  $\mathbf{Q}$ も直交行列である ( $\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T = \mathbf{E}$ )。

### 3.2.3.2 微小分系で剛体モードが支配的な帯域における慣性主軸での伝達関数合成

慣性主軸の座標系で分系 A 単体のコンプライアンスを求める. 式 (3.7) ~ (3.10) を勘案すれば, その重心で主系側の結合点に点結合されるという上記の仮定の下, 剛体モードが支配的な帯域における, 慣性主軸の座標系で求めた微小分系 A のコンプライアンス行列  $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^A(\omega)$  は, その質量行列  $\mathbf{M}$  を用いて次式で近似できる.

$$\bar{\mathbf{G}}_{cc}^A(\omega) \cong -\frac{1}{\omega^2} \mathbf{M}^{-1} = \text{diag} \left\{ -\frac{1}{m\omega^2}, -\frac{1}{m\omega^2}, -\frac{1}{m\omega^2}, -\frac{1}{I_x\omega^2}, -\frac{1}{I_y\omega^2}, -\frac{1}{I_z\omega^2} \right\} \quad (3.11)$$

ここに  $\text{diag}\{\cdot\}$  は,  $\{\cdot\}$  内のベクトルの成分を対角成分とする対角行列を表す.

慣性主軸で周波数応答関数を表す場合, 式 (3.1) の伝達関数合成法がどのように変化するかを示す. 式 (3.10) に定義した行列  $\mathbf{Q}$  は直交行列であるので, 式 (3.1) は次式のように変形できる.

$$\ddot{\mathbf{U}}_0 = \mathbf{L}_{oc}^B \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T (\mathbf{G}_{cc}^A + \mathbf{G}_{cc}^B)^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{Q}^T \mathbf{G}_{ci}^A \mathbf{F} = \mathbf{L}_{oc}^B \mathbf{Q} (\mathbf{Q}^T (\mathbf{G}_{cc}^A + \mathbf{G}_{cc}^B) \mathbf{Q})^{-1} \mathbf{Q}^T \mathbf{G}_{ci}^A \mathbf{F} \quad (3.12)$$

本式より, 式 (3.2) と同様に, 慣性主軸の座標系で表す場合の *kernel* コンプライアンス行列は, 次式となる.

$$\bar{\mathbf{G}}_{ker} = \mathbf{Q}^T \mathbf{G}_{cc}^A \mathbf{Q} + \mathbf{Q}^T \mathbf{G}_{cc}^B \mathbf{Q} \stackrel{\text{def}}{=} \bar{\mathbf{G}}_{cc}^A + \bar{\mathbf{G}}_{cc}^B \quad (3.13)$$

ここに,  $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^A$  と  $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$  はそれぞれ, 慣性主軸の座標系で求めた分系 A, 分系 B 単体の結合領域での自己コンプライアンス行列である. また, 式 (3.13) の  $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$  を用いると, 式 (3.12) の伝達関数合成法は次のように表現できる.

$$\ddot{\mathbf{U}}_0 = \bar{\mathbf{L}}_{oc}^B \bar{\mathbf{G}}_{ker}^{-1} \bar{\mathbf{G}}_{ci}^A \mathbf{F} \quad (3.14)$$

ここに,  $\bar{\mathbf{L}}_{oc}^B \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{L}_{oc}^B \mathbf{Q}$ ,  $\bar{\mathbf{G}}_{ci}^A \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{Q}^T \mathbf{G}_{ci}^A$  と表した.

### 3.3 Gershgorin の定理に基づく可視化を利用した共振周波数の簡易設計法

可視化を通じた共振周波数の簡易設計法を導く。まず、城戸らの方法では、*kernel* コンプライアンス行列の零固有値が、共振周波数の制御に重要な役割を果たすことが示された。また、前章では、剛な微小分系単体の振動が剛体モードに支配される帯域において、そのコンプライアンス行列は慣性主軸の座標系で対角行列となることを示した。そこで、これらを勘案し、*kernel* コンプライアンス行列の固有値が 0 となることで共振を発生するのに必要な条件を、Gershgorin の定理を利用して可視化し、この図に基づいて微小分系を設計する方法を開発する。

#### 3.3.1 主系の周波数応答関数が複素数である場合への城戸らの方法の適用

共振周波数の設計に城戸らの方法を応用する際の残存課題の一つは、減衰系の設計に使えるように拡張する点にある。第 3.2.1 項に述べたとおり、城戸らの方法は、減衰系にそのまま適用できない。本章では分系 A が不減衰系であることを仮定しているが、分系 B の周波数応答関数が主系のメーカーから与えられる場合や、実機から実験で取得するしかないような場合、減衰の影響によって分系 B の周波数応答関数は複素数となる。

著者らの経験上、城戸らの方法も、構造減衰で 0.01 以下程度の小減衰の場合には、 $\mathbf{G}_{ker}$  の固有値の実部が 0 に近づくかどうかで、共振周波数を判断できることが多い。また、Gershgorin の定理自体は複素行列でも成り立つ。そこで、本章で提案する設計法の適用範囲を厳密には不減衰系に限定するが、第 3.4 節に示す数値例では、あえて構造減衰 0.02 を主系に与え、分系 B の周波数応答関数が複素数である場合への適用の可能性を示すこととする。

#### 3.3.2 微小分系の質量が共振周波数に与える影響

慣性主軸の座標系で表した *kernel* コンプライアンス行列  $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$  において微小分系の質量行列の寄与を明確化し、共振周波数の簡易設計と結ぶ準備をする。式 (3.11) と (3.13) より、微小分系 A 側で剛体モードが支配的な帯域において、慣性主軸の座標系における *kernel* コンプライアンス行列は、次式のように近似できる。



$$\bar{\mathbf{G}}_{ker} \cong -\frac{1}{\omega^2} \mathbf{M}^{-1} + \bar{\mathbf{G}}_{cc}^B \quad (3.15)$$

右辺第1項は式(3.13)に示したように $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^A(\omega)$ であり、式(3.11)の対角行列で表される。本式より、*kernel* コンプライアンス行列 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ の固有値は、実対角行列である分系A単体の質量行列と、分系B単体の結合領域での自己コンプライアンス行列 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ から構成される行列の固有値として表現できることがわかる。また、城戸らの方法で、固有値の制御により共振周波数を制御していたことを思い返せば、微小分系の質量行列の変更で、直接的に連成共振周波数を制御することも理解できる。

### 3.3.3 Gershgorin の定理に基づく可視化を利用して所望の共振周波数を達成する方法

複素正方行列の固有値の存在範囲を簡便に予測するために Gershgorin の定理を導入し、所望の共振周波数を実現するのに必要な分系Aの質量行列を簡易設計する方法を導く。慣性主軸の座標系で解析する場合、剛で微小な分系Aを分系Bに付加することの影響が、*kernel* コンプライアンス行列 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ の対角項の実部を変化させるだけであることに加え、Gershgorin の定理を併用することで、構造変更に伴う複素固有値の移動先を簡単に予測できる。まず、式(3.15)より、 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ と $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ の差は、分系Aの質量行列 $\mathbf{M}$ の対角成分が支配する。このとき、Gershgorin の定理によれば、行列 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ の Gershgorin 円の中心は、式(3.5)に記載のとおり、 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ の対角項が担うが、この項は行列 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^A$ と行列 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ の対角項の和で表せる。従って、 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ と $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ の Gershgorin 円の半径は同じで、円の中心位置だけが実軸方向に互いにシフトした関係にある。以下、この知見に基づき、分系Aの質量行列 $\mathbf{M}$ が全系の共振周波数に与える影響を理解しつつ連成共振周波数を設計する方法を提案する。

#### 3.3.3.1 Gershgorin 円の可視化に基づく微小分系の設計法

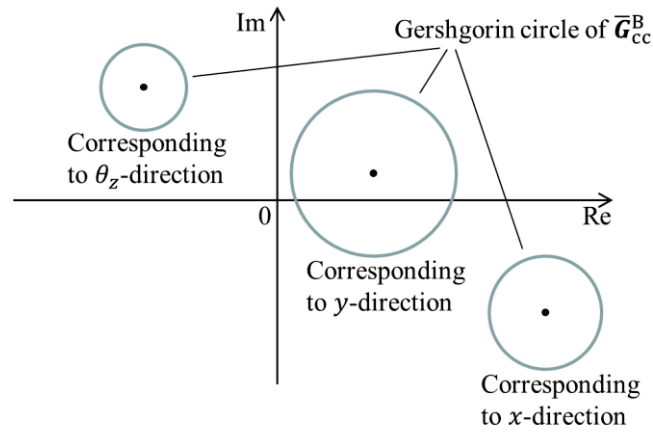
剛で微小な分系Aを分系Bに付加することの影響を可視化により明らかにする方法を示す。このためには、慣性主軸の座標系で表した分系Bの結合領域自己コンプライアンス行列 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ に関し、連成共振周波数を配置したい周波数 $f_T$ における Gershgorin 円を、図3.3(a)のように複素平面に描けばよい。上述のとおり

り、円の中心は、 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ の対角成分の値であり、その半径は式(4)から求まる。 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ のサイズは $6 \times 6$ であり、一般には左上の対角成分から順に自由度 $x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ に対応する。なお、この図3.3(a)では、見やすさを重視して、結合領域の6自由度の中から、 $x, y, \theta_z$ 方向の3自由度に関する Gershgorin 円のみを選択して模式的に描いたとしている。

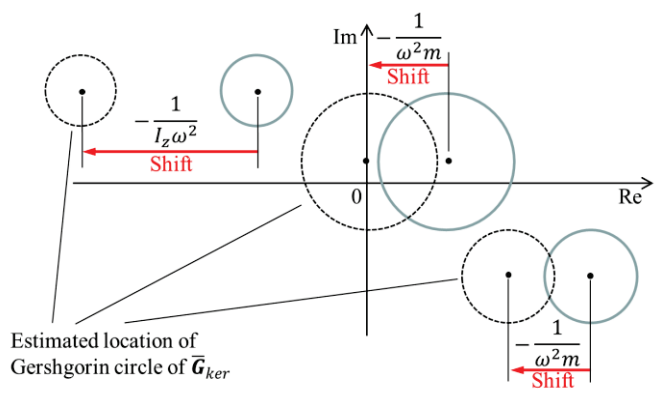
行列 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ の Gershgorin 円の複数の候補から、その円の中心が実軸の正の領域にあるものを一つ選べば、連成共振周波数を配置したい周波数 $f_T$ において *kernel* コンプライアンス行列 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ が零固有値を有するのに必要な微小分系の質量行列を概算できる。式(3.15)に示したとおり、分系 B に分系 A を付加すると、Gershgorin 円の中心は必ず実軸の負方向に移動する。まず、質量の効果を明らかにする。微小分系 A の質量が全系の振動に与える効果は、 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ の Gershgorin 円を実軸の負方向に $-1/(m\omega^2)$ だけ移動させる作用として表れ、図3.3(b)に示すようにして、 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ の Gershgorin 円の中心位置は手計算レベルで簡単に予想できる。次に、慣性モーメントの効果を明らかにする。回転自由度でも同様に、例えば、 $\theta_z$ 方向では、 $-1/(I_z\omega^2)$ だけ $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ の Gershgorin 円は実軸上を負方向に移動し、 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ の Gershgorin 円となる。この移動により、Gershgorin 円の一つが複素平面の実部 0 を領域内に含めば、その周波数で零固有値が発生する可能性が生まれる。所望の周波数で零固有値を生み出し、連成共振が発生させる場合、 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ の Gershgorin 円の中から一つを選択し、その円が複素平面の実部 0 を含むのに必要な質量行列を求めればよい。本手法によれば、可視化と手計算レベルの簡易計算で連成共振周波数を設計でき、詳細設計に入る前の段階で微小分系の影響を簡単に見積もるには有用な設計法であると考えられる。

分系 B の結合領域自己コンプライアンス行列 $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ の Gershgorin 円を描画した後、*kernel* コンプライアンス行列 $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$ において、いずれの Gershgorin 円の中心の実部を 0 に近づけるかを選択する考え方をまとめる。分系 A の付加により中心の実部を 0 にするには、図3.3(a)のように連成共振周波数を配置したい周波数 $f_T$ で $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ の Gershgorin 円を描いた時点で、その中心が実軸の正の領域になければならない。そこで、周波数 $f_T$ における $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$ の複数の Gershgorin 円の中から、実部が正という条件を満たす円を選択することになる。そして、選択された Gershgorin 円の中心の実部を 0 に近づけるのに必要な微小分系の質量、慣性モーメントなどを計算し、これが微小分系のサイズや質量に関する制約条件を満足するかを

確認する。また、この条件を満足しない場合は、別の円を選択しなおすか、連成共振周波数を配置したい周波数 $f_T$ を見直すこととなる。なお、以上は、慣性主軸が固定の状況での設計であり、このような状況が成立するのは、慣性主軸を変更しないように質量付加する場合に限られる。主軸が変化する構造変更では、式(3.13)によって、慣性主軸ごとに $\bar{G}_{cc}^B$ を再計算する必要がある。



(a) Gershgorin circles of  $\bar{G}_{cc}^B$



(b) Gershgorin circles of  $\bar{G}_{ker} = \bar{G}_{cc}^A + \bar{G}_{cc}^B$

Fig. 3.3 Visualized Gershgorin circles for the  $x$ ,  $y$  and  $\theta_z$  direction only on a complex plane. The centers of Gershgorin circles corresponding to  $\bar{G}_{cc}^B$  are shifted by adding a rigid and small subsystem A onto the subsystem B. Then, the Gershgorin circles corresponding to  $\bar{G}_{ker}$  are circles of the same radius whose centers have just moved in the real axis direction. The shift distances are dominated by the mass and moment of inertia of the subsystem A as described in the equation (3.15).

### 3.3.3.2 Gershgorin 円の可視化の際に必要な工夫

前目で提案した方法で描かれる Gershgorin 円は，周波数応答関数の計算に採用する単位系に応じて変化することに注意して利用する必要がある．周波数応答関数をビーム要素やシェル要素など，1 節点 6 自由度で求める場合，結合領域の自己コンプライアンス行列には，並進自由度と回転自由度の成分が混在する．そのため，自己コンプライアンス行列の成分間で，値のオーダー差が大きくなりやすい．周波数応答関数の計算に採用する単位系によっては，Gershgorin 円が重なっていたり，Gershgorin 円の半径に比して，質量行列の変更に伴う円の中心の移動量が少なかったりして，零固有値が存在する周波数を予測しにくい場合がある．そこで本章では，可能な限り複数の単位系でそれぞれ Gershgorin 円を描き，その中から可視化に適切な単位系を選択した上で，前項で示した設計法を適用することを提案する．

結合領域の自己コンプライアンス行列と採用する単位系の関係を整理する．いま，分系 B の結合領域自己コンプライアンス行列  $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$  は，微小で剛な分系 A が分系 B に点結合されるという仮定の下で  $6 \times 6$  行列であり，次式のように， $3 \times 3$  のブロック行列 4 つで表現できる．

$$\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

本式の左上と右下のブロック行列  $\mathbf{G}_{11}$ ， $\mathbf{G}_{22}$  は並進—並進自由度，回転—回転自由度の周波数応答関数であり，それぞれのブロック行列内の各成分の値は，単位系に依らず，同程度のオーダーとなる．一方，右上と左下のブロック行列  $\mathbf{G}_{12}$ ， $\mathbf{G}_{21}$  は，並進—回転自由度間の周波数応答関数である．従って，その成分の値は，左上と右下のブロック行列  $\mathbf{G}_{11}$ ， $\mathbf{G}_{22}$  とは大きく異なるオーダーの値となることが多く，その大小は単位系に応じて変わる．Gershgorin 円の中心は，左上と右下のブロック行列  $\mathbf{G}_{11}$ ， $\mathbf{G}_{22}$  の対角項であるので，右上と左下のブロック行列  $\mathbf{G}_{12}$ ， $\mathbf{G}_{21}$  の影響を受けて定まる半径との間には，値のオーダーに差が生じやすく，分系 A の付加に応じた円の中心の移動量に比して，半径が大きすぎる場合が発生する．例えば，MMKS 単位と CGS 単位系で式 (3.16) のブロック行列を求めると，MKS 単位系と比較して図 3.4 の関係を得る．値のオーダーが大きく異なることがわかる．そこで，半径に比して円の中心を大きく動かし，微小分系 A の質量行列の

影響を見極めるには、複数の単位系で Gershorin 円を描き、設計対象の構造に適切な単位系を選択してから設計することが有用である。

$$\begin{bmatrix} \frac{\text{mm}}{\text{mN}} & \frac{\text{mm}}{\text{mN} \cdot \text{mm}} \\ \frac{\text{rad}}{\text{mN}} & \frac{\text{rad}}{\text{mN} \cdot \text{mm}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\text{m}}{\text{N}} & 1000 \frac{\text{m}}{\text{N} \cdot \text{m}} \\ 1000 \frac{\text{rad}}{\text{N}} & 1000000 \frac{\text{rad}}{\text{N} \cdot \text{m}} \end{bmatrix}$$

(a) MMKS system of units

$$\begin{bmatrix} \frac{\text{cm}}{\text{dyn}} & \frac{\text{cm}}{\text{dyn} \cdot \text{cm}} \\ \frac{\text{rad}}{\text{dyn}} & \frac{\text{rad}}{\text{dyn} \cdot \text{cm}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1000 \frac{\text{m}}{\text{N}} & 100000 \frac{\text{m}}{\text{N} \cdot \text{m}} \\ 100000 \frac{\text{rad}}{\text{N}} & 10000000 \frac{\text{rad}}{\text{N} \cdot \text{m}} \end{bmatrix}$$

(b) CGS system of units

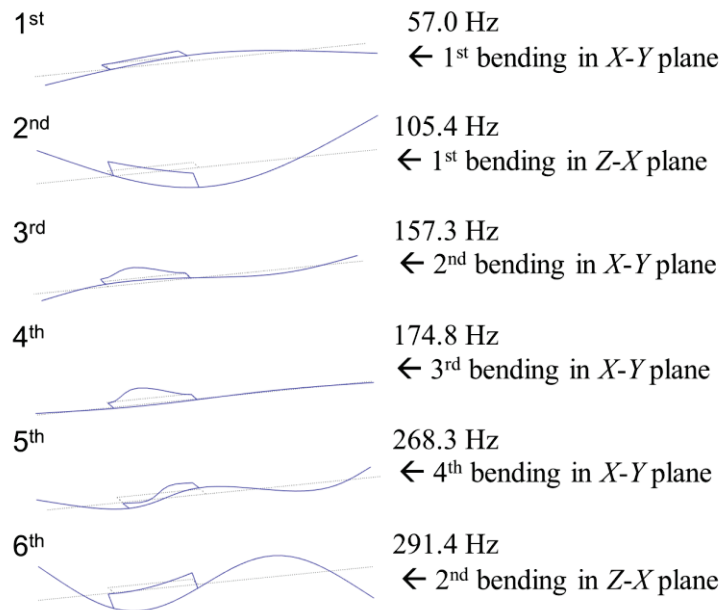
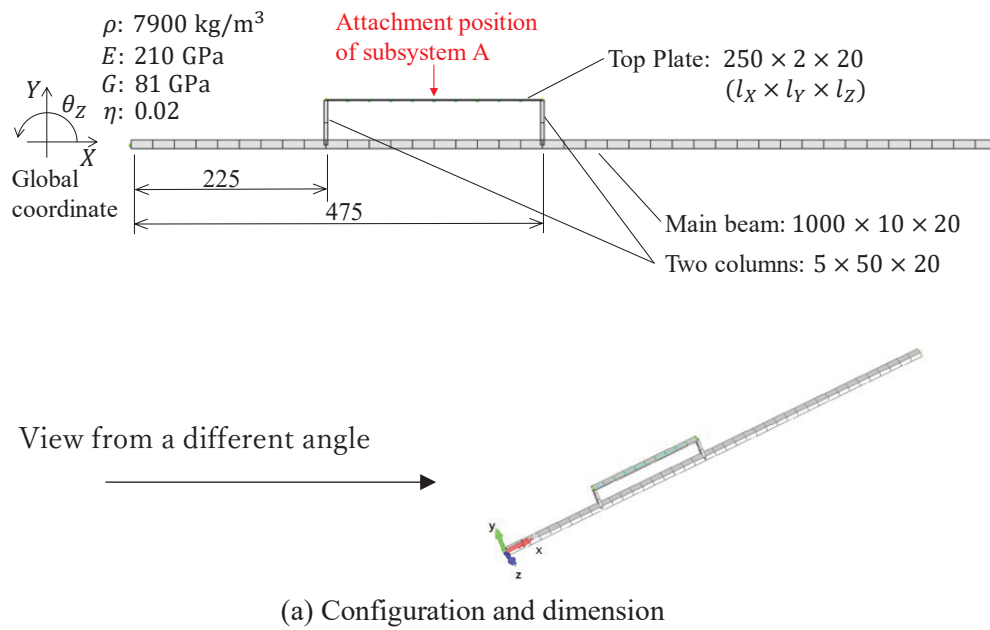
Fig. 3.4 Order differences among block matrices of a *kernel* compliance matrix  $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$  computed by two different system of units. Generally, Gershorin circles corresponding to a *kernel* compliance matrix  $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$  are much affected by the svstem of units to calculate the frequency response function matrix.

### 3.4 数値例

提案法の使い方の例示と，設計理論の検証を兼ねて数値例を示す．この数値例では，全系に作用する起振力の周波数と，全系の共振周波数が合致することで固体音が発生し，騒音問題となる場合を想定した．

#### 3.4.1 設計の対象とする主系

主系 B は，図 3.5(a)に示す鉄鋼製（縦弾性係数 210 GPa，横弾性係数 81 GPa，密度 7900 kg/m<sup>3</sup>）の均質なラーメン構造とした． $x$  方向に横たわる長さ 1000 mm，幅 20 mm，厚さ 10 mm の均質一様な中実はりの上に，高さ 50 mm，幅 20 mm，厚さ 5 mm の均質一様な中実はりの支柱 2 本が剛結合され，さらにその上に，長さ 250 mm，幅 20 mm，厚さ 2 mm の均質一様な中実はりの天板が剛結合された構造である．第 3.3.1 項に記載のとおり，提案する設計法が，小減衰の場合の周波数応答関数でも使える可能性を併せて確認するために，数値例では構造減衰 0.02 を与えた．上部のコの字構造の支柱は，下部のはりの左端から 225 mm および 475 mm の位置で剛結合されている．この構造の天板に微小分系 A の取付点がある．取付点は，天板の中央である．右手系のグローバル座標  $X, Y, Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z$  の方向は，図中に示すとおりに定義される．以下の分析では，主系 B のすべての構造をビーム要素で長さ 25 mm にメッシュ分割した有限要素モデルから得た特性行列やモード特性，周波数応答関数を用いた．数値例の考察の参考のため，主系 B の帯域 0 ~ 300 Hz にあるモードの不減衰固有振動数とモード形を図 3.5(b)に示す．2, 6 次モード以外は  $X - Y$  面内の曲げモード形，2, 6 次モードは  $Z - X$  面内の曲げモード形である．



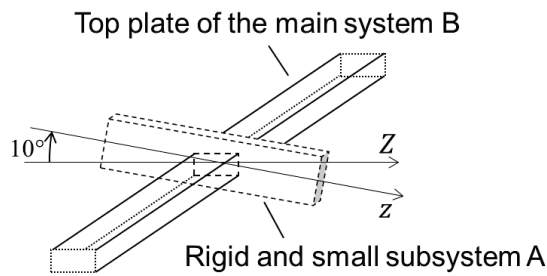
(b) Modal characteristics

Fig. 3.5 Configuration and its modal characteristics of the main system B for verifying our proposed design method. The main system is composed of four beams. Attachment positions of subsystem A are indicated in the left side figure.

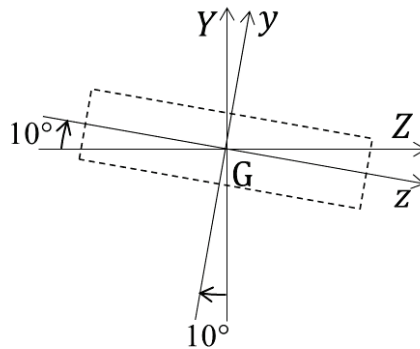


### 3.4.2 微小分系 A の取付け方と慣性主軸の座標系

微小分系 A を主系 B に取り付ける方法を示す。微小分系 A は設計対象であるので、形状や寸法は提案法により定めていくが、この数値例での取付け角には、図 3.6(a)に示すように、グローバル座標の Z 軸から Y-Z 面内で  $10^\circ$  だけ  $\theta_x$  の正方向に回転させた方向が、慣性主軸の座標系  $x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$  の z 軸になるという制約を設けた。グローバル座標と、慣性主軸の座標系の関係は、図 3.6(b)に示すように Y, Z 軸だけが回転する関係として得られる。



(a) Attachment angle of subsystem A



(b) Coordinate transformation

Fig. 3.6 Attachment angle of a rigid and small subsystem A onto the main system B. The z-axis of the principal axis of inertia corresponds to an axis obtained by inclining the Z-axis of the global coordinates by 10 degrees around the X-axis.

### 3.4.3 加振スペクトルのピークである 155 Hz から連成共振周波数を 5 Hz 程度遠ざける設計

加振スペクトルのピークが 155 Hz 付近に存在するため、この周波数から連成共振周波数を少なくとも 5 Hz 程度は離調させるように微小分系 A を設計する例を示す。この例では、微小分系 A が密度  $8000 \text{ kg / m}^3$  の材料で作られた中実の物体で、その質量は  $0.010 \text{ kg}$  以下、寸法は各方向に最大  $20 \text{ mm}$  であり、図 3.5(a) に Case 1 と記された天板中央の節点に設置されるという制約の下、その質量を設計する。

#### 3.4.3.1 主系 B の結合領域自己コンプライアンス行列の Gershgorin 円の分析

はじめに、分系 B の結合領域自己コンプライアンス行列  $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$  の Gershgorin 円を描き、設計方針を立てる。離調させたいのは 5 Hz 程度であるので、150 Hz と 160 Hz で Gershgorin 円を描いた。それぞれの周波数における、MMKS 単位系の Gershgorin 円は図 3.7 に示すとおりである。行列  $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$  の対角成分の上から順に、 $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{z}$ ,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  の自由度に対応し、凡例の色分けに従って円を描いた。図 3.7 より、MMKS 単位系の Gershgorin 円は、半径が比較的小さく、この単位系の下、提案法で質量行列を設計できると考えられる。

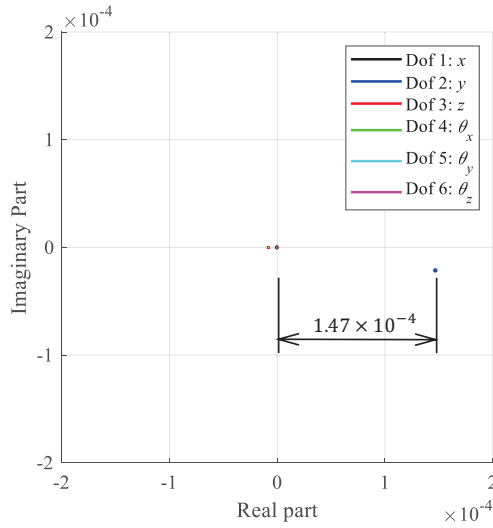
複数の Gershgorin 円から、共振発生に用いる円を選択する方法を示す。この円は、第 3.3.3.1 目に記したとおり、その中心が実軸の正の領域になければならない。また、図 3.3 からわかるとおり、実部の絶対値が大きく、その半径が小さいほど、より小さい質量や慣性モーメントの微小分系で Gershgorin 円を実軸の 0 を含む位置に、確実に移動させやすく、共振周波数の配置を設計しやすい。以下の設計では、3.4.3 項第 1 段落に記した微小分系 A への制約条件に従いつつも、実軸の 0 から遠い位置に円の中心があり、その半径が小さい円を最初に選択して質量行列を設計することとする。

上記の方針に従い、設計に用いる Gershgorin 円を選択する。まず、図 3.8(a) より、160 Hz の Gershgorin 円の実部はすべて負であり、この周波数に共振周波数を配置することが難しいとわかる。一方、図 3.7(a) に示した 150 Hz の円を見ると、自由度  $\mathbf{y}$  に関する Gershgorin 円の中心が実軸の正の範囲にあり、その半径も小さいことがわかる。この円に関し、図中に記した実軸の 0 と円の中心の距離

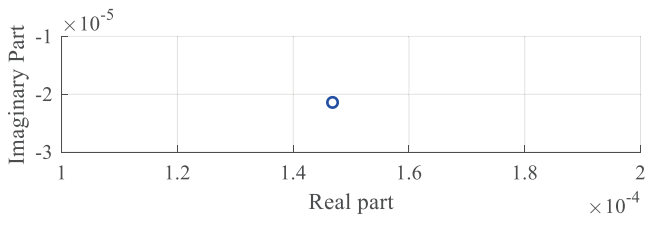
に基づき，円の中心を実軸の 0 に一致させるのに必要な微小分系 A の質量  $m$  を求めると，次のとおりとなる．

$$\frac{1}{m \times (2\pi \times 150)^2} = 1.47 \times 10^{-4} \quad \therefore m = 7.66 \times 10^{-3} \text{ kg} \quad (3.17)$$

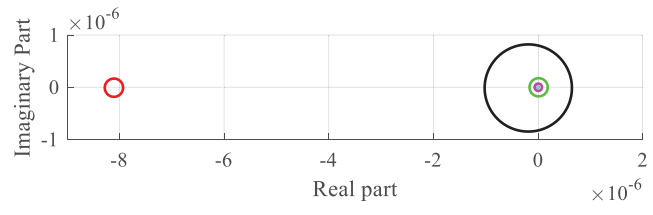
この結果は，質量 0.010 kg 以下という制約条件を満たす．狙いの 150 Hz あたりへの共振配置は，この程度の小さい質量の分系 A で実現可能であることがわかった．



(a) 150 Hz

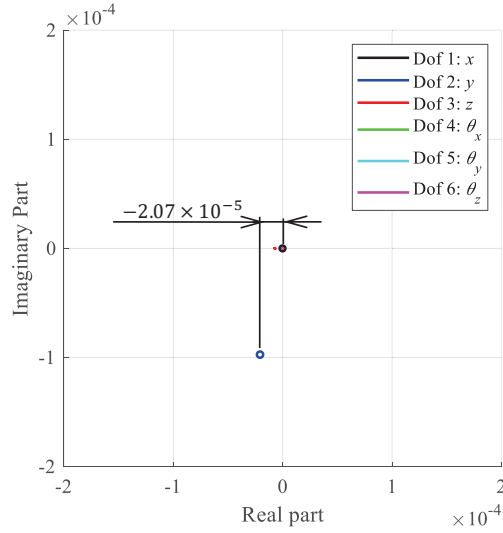


(b) Enlarged view of y-direction circle at 150 Hz

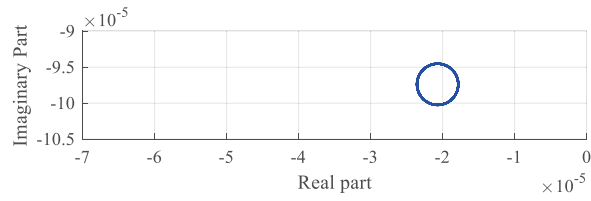


(c) Enlarged view of other circles at 150 Hz

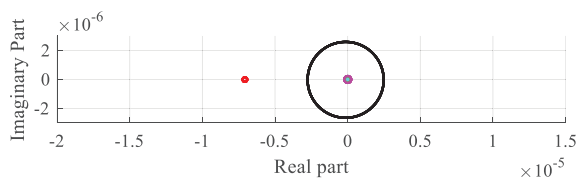
Fig. 3.7 Gershgorin circles of the matrix  $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$  at 150 Hz. Gershgorin circles of a FRF matrix depend on the system of units used in their calculation. In the numerical examples in this paper, a circle far from zero on the positive real axis is the first candidate to approach zero. Therefore, at 150 Hz, y-directional blue circle is the first candidate.



(a) 160 Hz



(b) Enlarged view of  $y$ -direction circle at 160 Hz



(c) Enlarged view of other circles at 160 Hz

Fig. 3.8 Gershgorin circles of the matrix  $\bar{\mathbf{G}}_{cc}^B$  at 160 Hz. Gershgorin circles of a FRF matrix depend on the system of units used in their calculation. In the numerical examples in this paper, a circle far from zero on the positive real axis is the first candidate to approach zero. At 160 Hz, there is no candidate, because all the circles are located in the negative region of the real axis.

次に、その他の共振がこの帯域に存在してしまう可能性を排除するため、もう少し詳細に検討する。周波数 148 Hz～168 Hz までの帯域において、すべての Gershgorin 円を周波数刻み 1 Hz で描いて確認したところ、自由度  $y$  に関する Gershgorin 円以外には、その中心が実軸の正の領域に存在するものがなかった。そこで、周波数刻み 1 Hz で自由度  $y$  に関する Gershgorin 円の中心を求め、その周波数に連成共振周波数を発生させるのに必要な微小分系 A の質量  $m$  を求めた結果を図 3.9 の棒グラフに示す。図 3.9 に赤破線で示したように、式 (3.17) の計算結果に基づき、微小分系 A の質量を 0.008 kg 程度にするなら、149 Hz と 165 Hz あたりで連成共振が発生することがわかる。当初の方針である、加振周波数 155 Hz から連成共振周波数を少なくとも 5 Hz 程度離調させたいという条件からすると、微小分系 A の質量を 0.008 kg 程度とすることがよさそうである。また、自由度  $y$  に関する Gershgorin 円を周波数刻み 1 Hz で描いたものを図 3.10 に示す。図 3.9 と比較してみると、図 3.3 (b) に記したとおり、実軸の正の領域に円の中心があれば、正の質量を付加することで共振を引き起こせる可能性があり、負の領域に円の中心がある限り、負の質量を付加しないと共振は起こらない。また、円の中心が虚軸から遠いほど、小さい質量でも共振を引き起こせ、虚軸に近いほど、大きな質量が必要になることがわかる。

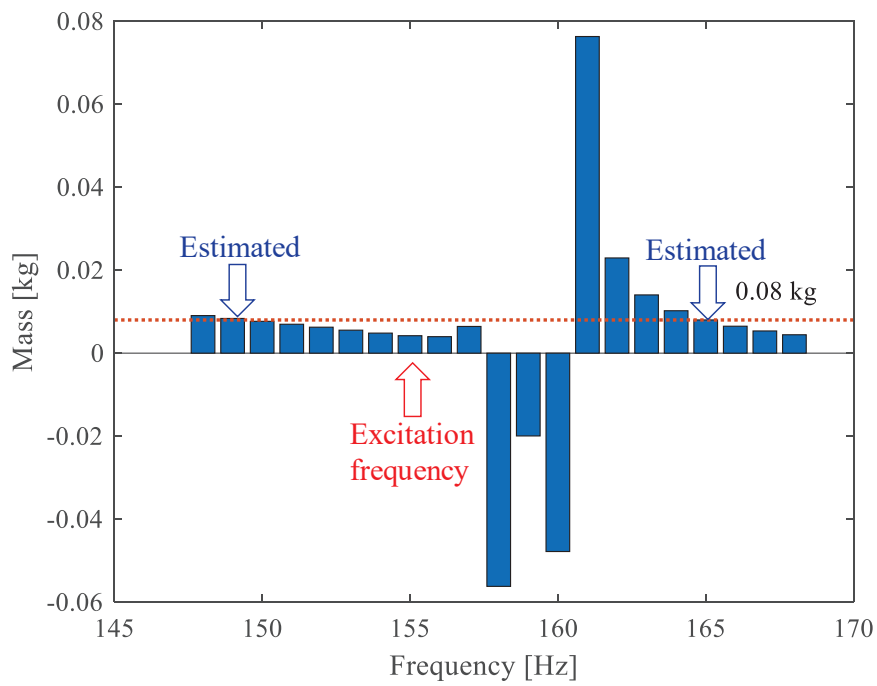


Fig. 3.9 Required mass to approach zero of the eigenvalue of the *kernel* compliance matrix at 150 Hz. For a subsystem A with a mass of 0.08 kg, it is expected that resonances will be caused at 149 Hz and 165 Hz in the frequency region.

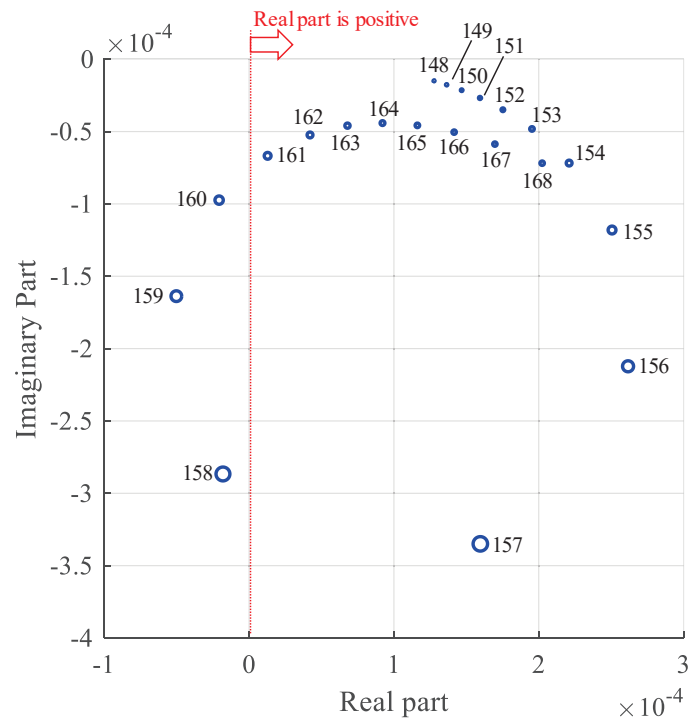


Fig. 3.10 Trajectory of each Gershgorin circle of the matrix  $\bar{G}_{CC}^B$  in the 148 Hz to 168 Hz band. The numbers in the vicinity of each Gershgorin circle correspond to the frequency for which the circle was calculated. The circles in the positive range of the real axis can form resonance at that frequency by adjusting the mass matrix of the subsystem A. On the contrary, at 158 Hz, 159 Hz and 160 Hz, since the circle is in the negative region of the real axis, it can be seen that the resonance cannot be observed even if the translational mass of the system A is adjusted and added. In addition, the frequencies for which resonance cannot be generated by the addition of translational mass correspond to the frequencies for which negative mass must be added in the Fig. 3.9.



### 3.4.3.2 微小分系の質量行列の設計

前項の分析に基づき、質量が 0.008 kg 程度の微小分系 A として図 3.11 の構造を考案した。この微小分系 A の慣性主軸の座標系における質量行列  $\mathbf{M}$  は、MMKS 単位系で以下のとおりとなる。

$$\mathbf{M} = \text{diag}\{0.00819, 0.00819, 0.00819, 0.186, 0.350, 0.186\} \text{ kg} \quad (3.18)$$

質量はほぼ狙いどおりの 0.00819 kg であることがわかる。

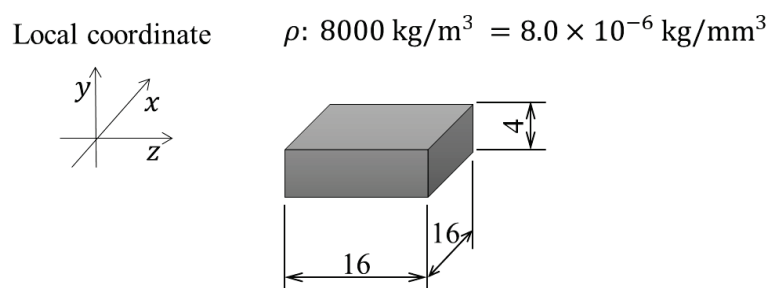
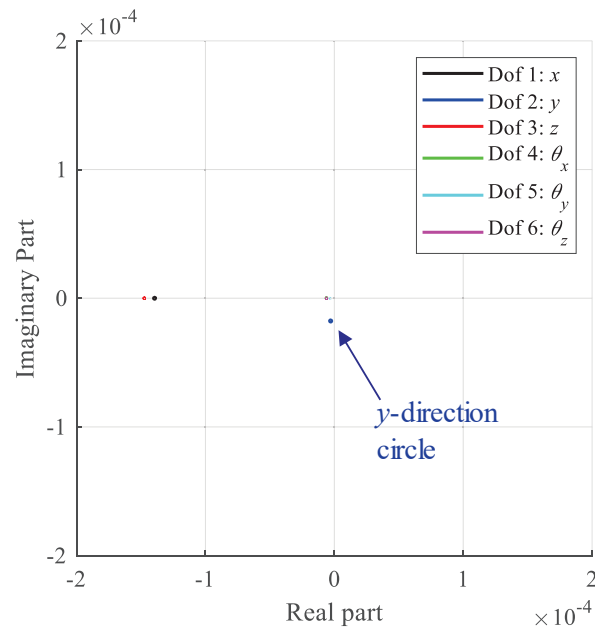


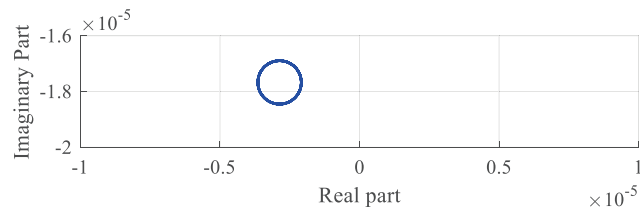
Fig. 3.11 Purpose-designed rigid and small subsystem A for the first numerical case study.

### 3.4.3.3 全系の *kernel* コンプライアンス行列の Gershgorin 円の確認

図 3.11 の微小分系 A を主系 B に剛結合した全系の *kernel* コンプライアンス行列に関し、図 3.9 から予想される共振点 149 Hz と 165 Hz で MMKS 単位系の Gershgorin 円を求めた結果を図 3.12, 図 3.13 に示す。図 3.12 に青丸で描かれた自由度  $y$  に関する 149 Hz での全系の Gershgorin 円は、実軸の 0 の近傍に位置しており、149 Hz 付近で連成共振が発生すると予想される。実軸の 0 を円の内部に包含していない理由としては、第 3.3.1 項に記載のとおり、この数値例では構造減衰 0.02 を付与したため、提案法が近似的にしか成り立たないこと、そして式 (3.18) に示したとおり、考案された分系 A の質量が、図 3.10 を用いた推定値からわずかにずれていることが考え得る。ただし、これらの誤差が存在するとしても、Gershgorin 円と実軸の 0 の間の距離は、図 3.10 における 149 Hz 近傍の Gershgorin 円同士の間との距離と比して大きくなく、149 Hz 付近に連成共振が発生すると予想できる。また、図 3.13 に青丸で描かれた自由度  $y$  に関する円も、実軸の 0 の近傍に位置しており、165 Hz 付近で共振が発生すると予想される。

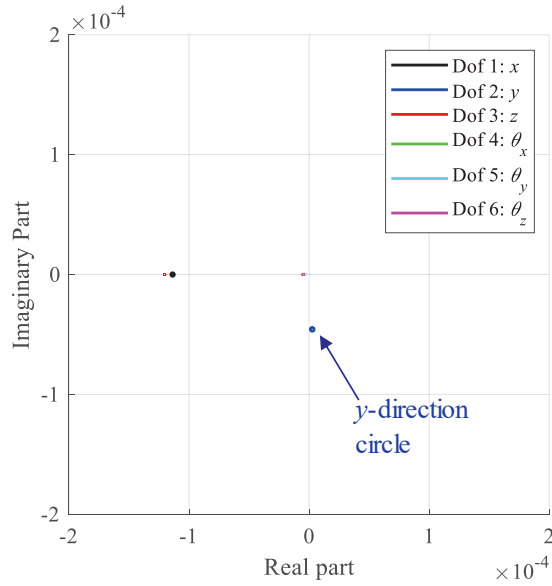


(a) 149 Hz

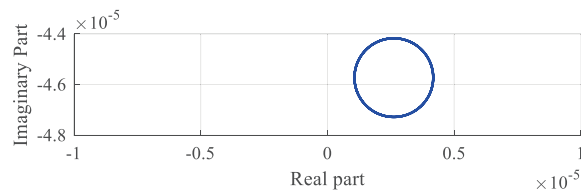


(b) Enlarged view of  $y$ -direction circle at 149 Hz

Fig. 3.12 Gershgorin circles of  $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$  by the MMKS system of units. In this figure, it can be seen that the circle related to the degree of freedom in the  $y$ -direction moves largely in the negative direction of the real axis, and that the circle includes or immediately before the zero of the real axis.



(a) 165 Hz



(b) Enlarged view of y-direction circle at 165 Hz

Fig. 3.13 Gershgorin circles of  $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$  by the MMKS system of units. In both figures, it can be seen that the circle related to the degree of freedom in the  $y$ -direction moves largely in the negative direction of the real axis, and that the circle includes or immediately before the zero of the real axis.

### 3.4.3.4 検証

設計された図 3.11 の微小分系 A を主系 B に剛結合した系の固有振動数を確認し、提案する理論に基づく設計が妥当であることを確認する。有限要素解析ソルバー Nastran を用い、微小分系 A の位置に、集中質量要素として質量行列を付加した際の固有値解析の結果と比較する。図 3.14(a)には、主系 B 単体の不減衰固有振動数とモード形を、図 3.14(b)には、微小分系 A を付加して全系とした系の不減衰固有振動数とモード形を示す。図 3.14(a), (b)を比較すると、質量付加の効果により、モードの順序が入れ替わらずに固有振動数が低下していることがわかる。また、図 3.14(b)に示された不減衰固有振動数は、前項において *kernel* コンプライアンス行列  $\bar{\mathbf{G}}_{ker}$  の Gershgorin 円から推定されたとおり、149 Hz 付近と 165 Hz 付近にあることが確認できた。

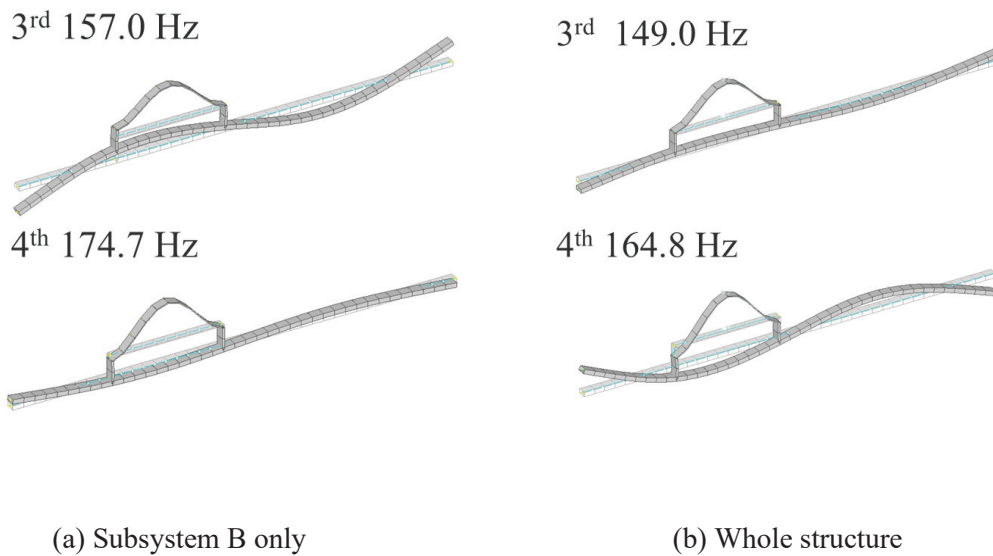


Fig. 3.14 Verification of the accuracy of our proposed method using the results of eigenvalue analysis of a finite element model. It is shown that the eigenfrequencies of third and fourth modes of the undamped whole structure are mostly the same as the frequencies estimated by our proposed method.

### 3.5 本章のまとめ

本章では、部品メーカーの立場に立ち、自社の部品を含む全系の共振周波数の制御に必要な部品の質量特性を、設計の初期段階で把握するための可視化ツールを開発した。以下に示す(1)~(3)の工夫を紡いだ設計法により、簡単な計算で、所望の周波数での共振発生に必要な微小分系の質量特性を求め得る設計法を導いた。

- (1) 主系に比して剛で微小な分系が全系の低次の共振周波数に与える影響は、微小分系の質量特性だけに代表させ得ることを示した。
- (2) Gershgorin 円の可視化をとおして、*kernel* コンプライアンス行列に零固有値を発生させるための簡便な方法を導いた。慣性主軸の座標系では、微小分系の質量行列が実対角行列となる。従って、Gershgorin の定理を用いて *kernel* コンプライアンス行列に零固有値を発生させる設計は、主系単体の結合領域での自己コンプライアンス行列の Gershgorin 円の中心を、微小分系のコンプライアンス行列の対角項の分だけ実軸の負方向に移動させ、近似的な零固有値を発生させることに等しいことを示した。
- (3) Gershgorin 円の図は、周波数応答関数を計算する際の単位系によって変化するため、複数の単位系で計算した周波数応答関数で Gershgorin 円を図示し、適切な単位系を選択することが有用であることを示した。

## 第4章 結論

本研究では、部品に対してのみ変更を行うことができる、部品メーカーの立場から、部品が有する加振力が完成品に伝搬し、完成品から発する騒音を低減する方法について、検討を行った。城戸らが提案する *kCA* (*kernel Compliance Analysis*) 法を利用し、部品を含む完成品全体の共振に寄与するパラメータを制御することにより、部品が有する加振力の完成品への伝達を低減できることを示した。

1章において述べたように、完成品のメーカーより、完成品の構造についての情報が部品メーカーに対して供給されない中で、部品メーカーは、部品の仕様変更のみで、完成品が発する騒音に対する対策を求められる。その要求は、部品メーカーにとっては顧客にあたる完成品メーカーからのものであるため、事実上強制力を持ち、仮に完成品における対策の方が効果的である場合においても、部品メーカーは従わざるを得ないのが現状である。

このような要求を完成品メーカーより受けた部品メーカーは、加振力を下げる努力をするが、基本的な仕様が決まった後に可能な仕様変更では有意な改善を実現することは難しい。現状では、完成品メーカーが妥協して、騒音スペックが未達の製品を世に出すか、複数社購買の場合は偶発的に完成品とのマッチングが良かったものが採用される、ということになる。

本稿ではこの問題に対して、二つの解決策を提案した。

(1) *Neutralizer* による波動伝搬のパッシブ制御を利用した振動低減

(2) 部品の質量特性を概念設計段階で最適化することによる振動低減

(1)においては、*Neutralizer* が縦波とねじり波に対する仮想的な固定端となることを示した。さらに、減衰が大きいパッシブパートと、減衰がより小さいアクティブパートが強連成する際、*kCA* 法を利用して、アクティブパートの加振自由度と結合自由度の間の出来るだけ結合自由度に近い位置に *Neutralizer* を設置する事により、意図した狭い周波数帯域において、パッシブパートの評価自由度におけるコンプライアンスを 0 にできることを示した。

(2)においては、一つの分系と一つの微小分系が、微小分系の重心位置において剛結合している際、微小分系が弾性振動モードの影響を受けない低周波数帯域において、所与の分系の *kernel* コンプライアンス行列に対して微小分系の *kernel* コンプライアンスを、微小分系の質量、または慣性モーメントを増減させ

ることにより変化させることにより，連成共振の周波数を意図した周波数に移動できることを示した．その際，全系の *kernel* コンプライアンスの対角項と，分系の *kernel* コンプライアンス行列の対角項のそれぞれを，連成共振の周波数を移動したい周波数における，複素平面上の Gershgorin 円として描き，Gershgorin 円の中心間の実軸に投影された距離を計算し，その値より，連成共振の周波数を所望の周波数に移動するための微小分系の質量，または慣性モーメントを，手計算で求めることができる．

この 2 つの提案手法の利点は，部品に必要な部材を付加するだけ効果を発揮できることであり，実用性は極めて高いと考えられる．また DC モータを例にとり，(1)と(2)の使い分けを検討する．(1)は，リニア方式の DC モータの加振力の周波数成分がモータの通電相のスイッチング周波数が支配的であるように，加振力の成分が少ない場合に非常に有効である．最も加振力が大きい周波数に，Neutralizer が有効な周波数を調整することにより，その周波数の振動伝達が 0 となるため，大きな振動低減効果を得ることができる．この具体例を，付録 A に示す．また(2)は，DC モータが PWM 方式で，加振力の周波数が比較的広い周波数範囲に分布している場合の双方に有効である．PWM 方式の場合，加振力の周波数範囲は幅広いものではあるが，モータの駆動波形を作り出す電子デバイスの特徴により，加振力スペクトルの大小が周波数領域において生ずるからであり，共振周波数を加振力の小さい周波数に移動することにより，大きな振動低減効果を生み出すことができる．

提案手法を実際の製品開発に適用する上で，留意すべき点について考える．近年の機械構造物，特に商用のものは，内部に部品，配線がほとんど隙間なく配置されており，2 つの提案手法においては(1)においては Neutralizer を，(2)においては微小分系を，それぞれ部品に付加することとなるが，そのためのスペースを確保することが必要となる．具体的には，完成品メーカーが部品メーカーに，新機種のための部品仕様の提示があった際に，直ちに部品メーカーから完成品メーカーに，振動対策のためにはスペースが必要である由を伝える必要があると考えられる．特に Neutralizer を部品に装着するためには，ばねに支持された質量が占める立体的な空間を確保する必要があるため，完成品メーカーに知らせることは必須である．通常の機械構造物の開発においては，機械設計担当と電気部品の設計担当が，設計初期において，構造物のスペース確保のための交渉の場が持たれる



のが通常であり，その交渉の場が持たれる前までに，(1)，(2)の振動対策のためのスペースを完成品メーカー側に知らせることが必要である．加えて振動低減効果についての詳細な説明が必要になることもあると考えられる．

部品メーカーにとって，部品起因の振動・騒音は，機能部品が有する本来の機能を完成品に供給する際，副次的に生じてしまうものである．これまで部品メーカーは制御による工夫，構造変更，または構造変更による対策を，部品単体に対して行っていた．しかし，部品単体に対する制御により振動的な加振力を低減する対策には，消費電流が大きくなる等のデメリットを伴うことが多いし，構造変更による対策は，完成品全体を考えると，かえって改悪になる場合もあると考えられ，真に効果的な対策となるとは限らない．

本稿による提案手法は，完成品全体を考慮した構造的な対策を立案できるので，部品単体に対する対策と異なり，確定的な対策効果を保証できるし，部品そのものの機能には影響を与えることはない．部品設計により実現される本来の機能と，低振動という性能には全く相関がないため，高性能と低振動を，設計する部品に両立することができる．

## 参考文献

- (1) 藤田肇, 騒音とは, ターボ機械第 26 巻第 1 号(1998), pp.2-4
- (2) 安藤啓, トピックス 50 固体音の建物内伝搬予測, 日本音響学会誌 57 巻 1 号(2000), pp.95
- (3) 水野正彦, 機械メーカーと部品サプライヤーの取引関係とその変化, 人文地理第 49 巻第 6 号(1997), pp.525-545
- (4) 名和隆央, 製品開発におけるサプライヤーの役割, 立教経済学研究, 第 57 巻第 4 号(2004), pp.1-28
- (5) 中澤真司, 加振力の測定方法, 騒音制御 Vol.27No.3(2003), pp.164-169
- (6) 渋谷義行, 生産財の購買において関係性がサプライヤー選択基準に及ぼす影響, 流通研究 22 巻 2 号(2019), pp.1-14
- (7) 城戸一郎, 末岡淳男, 2つの分系が強く連成する振動系の解析法 (第 1 報, 自動車サスペンションへの適用), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 71, No. 712 (2005), pp. 3335-3342.
- (8) 城戸一郎, 上山さぎり, 末岡淳男, 2つの分系が強く連成する振動系の解析法 (第 2 報, 自動車のタイヤとホイールへの適用), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 71, No. 715 (2006), pp. 735-742.
- (9) 杉本明男, 宇津野秀夫, 田中俊光, 制振鋼板を用いた動吸振器に関する研究: 第 1 報, RKU モデルを用いた動吸振器設計手法, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 57, No. 544 (1991), pp. 3777-3781.
- (10) 山口秀谷, 三層合せばりを用いた動吸振器に関する研究, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 56, No. 524 (1990), pp. 915-920.
- (11) 背戸一登, 動吸振器による多自由度系の制振 (第 2 報, 伝達マトリックス法による動吸振器の設計), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 50, No. 458 (1984), pp. 1970-1977.
- (12) 松岡太一, 高橋哲也, 芥尾二郎, 若林信弘, 大亦絢一郎, モーメント型動吸振器によるはりの振動制御, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 78, No. 792 (2012), pp. 2733-2745.
- (13) El-Khatib, H. M., Mace, B. R. and Brennan, M. J., Suppression of bending waves in a beam using a tuned vibration absorber, Journal of Sound and Vibration, Vol. 288 (2005), pp. 1157-1175.
- (14) Golub, G. H. and Van Loan, C. F., Matrix computations - Third Edition, The John Hopkins University Press (1996), pp.320.IATF 16949: 2016 (2016).
- (15) 安達瑛二, 谷永真司, 自動車用直流モータの高周波騒音の解析と低減, 日本機械学会論文集(C 編), Vol.59, No.567(1993), pp.3469-3473
- (16) 新政憲, 高橋則雄, 望月資康, 荒木貴志, 花井隆, スキュー位相の最適化によるねじり共振に起因する騒音の低減, 電気学会論文誌 D, 133 巻 10 号 (2013), pp.1003-1008
- (17) 白橋良宏, 渡辺隆一, 自動車騒音の発生源と低減対策, 騒音制御, 19 巻 3 号 (1995), pp.106-109
- (18) 古林学, ディーゼルエンジンの騒音とその対策, 騒音制御, 6 巻 2 号(1982), pp.64-69
- (19) Lyon,R.H and Maidanik,G., Power flow between linearly coupled oscillators, Journal of Acoustic Society of America, Vol. 34, No. 5 (1962).
- (20) Lyon,R.H. and DeJong,R.G., Theory and application of statistical energy analysis second edition (1995), Butterworth-Heinemann.

- (21) Fahy, F., Statistical energy analysis: a critical overview, *Philosophical Transactions of Royal Society of London A*, Vol. 346 (1994), pp.431-447.
- (22) Lyon, R.H., Statistical energy analysis and structural fuzzy, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 97, No. 5 (1995), pp.2878-2881.
- (23) Lyon, R.H., and Eichler, E., Random vibration of connected structures, *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 36, No. 7 (1964), pp.1344-1354.
- (24) M.P.Norton and D.G.Karczub, *Statistical energy analysis of noise and vibration, Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers second edition, CAMBRIDGE*, pp.383-440.
- (25) 山崎徹, 黒田勝彦, 鎌田実, 部分構造を対象とした FEM による SEA パラメータの評価, *日本機械学会論文集(C編)*, Vol.74, No.747(2008), pp.2655-2661.
- (26) 黒田勝彦, 山崎徹, 鞍谷文保, 所望の SEA パラメータを実現する要素形状の適正化, *日本機械学会論文集(C編)*, Vol.79, No.800(2013), pp.1012-1023.
- (27) Van der Auweraer, H., Wyckaert, K., Hendricx, W. and Van der Linden, P., *Noise and vibration transfer path analysis, Lecture series – van Kareman Institute for fluid dynamics, van Kareman Institute, Rhode-Saint-Genese, Belgium (1979)*.
- (28) Seijs, M. V., Klerk, D. and Rixen, D. J., General framework for transfer path analysis: History, theory and classification of techniques, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 68-69 (2016), pp. 217-244, DOI: 10.1016/j.ymsp.2015.08.004.
- (29) 安田仁彦, 改訂 振動工学 基礎編, コロナ社, (2012), pp. 105-108.
- (30) 駒田匡史, 松村雄一, 城戸一郎, 中津川英治, 尾崎広典, 結合ばねを介して連成する振動系の共振周波数の制御法, *日本機械学会論文集*, Vol. 85, No. 871 (2019), DOI: 10.1299/transjsme.18-00260.
- (31) Wittrick, W.H., Rates of change of eigenvalues with reference to buckling and vibration problems, *Journal of the Royal Aeronautical Society*, Vol.66(1962), 590-591
- (32) Zarghamee, M. S., Optimum frequency of structures, *AIAA Journal*, Vol.6(1968), pp749-750
- (33) Fox, R. L. and Kapoor, M. P., Rates of change of eigenvalues and eigenvectors , *AIAA Journal*, Vol.6(1968), pp2426-2427
- (34) 山川宏, 奥村敦史, 振動を考慮した構造物の最適設計について (第1報, 最適設計の一般的な方法), *日本機械学会論文集*, vol.42, No.356(1976), pp1109-1118
- (35) 山川宏, 奥村敦史, 振動を考慮した構造物の最適設計について (第2報, 断面自由度が1と2の構造単位系における形式-1の問題) *日本機械学会論文集*, vol.42, No.359(1976), pp2050-2059
- (36) 山川宏, 奥村敦史, 振動を考慮した構造物の最適設計について (第3報, つり棒と片持ばりの形式-2の問題と二つの形式の基本問題間の相反性の関係) *日本機械学会論文集*, vol.42, No.359(1976), pp2060-2068

## 付録 A Neutralizer の具体例

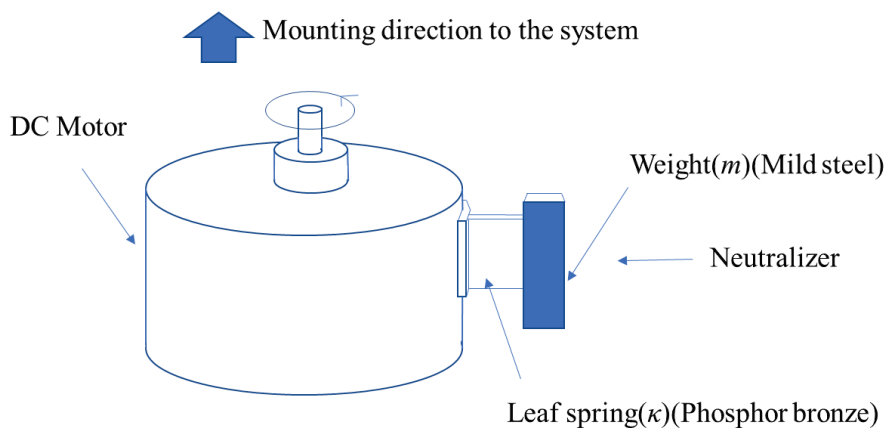


Fig. A.1 Example of mounting a Neutralizer on a DC motor. A neutralizer is installed to reduce vibration in the direction of rotation of a DC motor.

Neutralizer の使用法について、具体例と効果を説明する。図 A.1 は DC モータの回転方向の振動の、一定の狭帯域の周波数の加振力を低減するために、Neutralizer を装着した例である。重りの材質は軟鋼であり、りん青銅の板ばねにより、モータの回転方向に一次振動モードが生ずる様に支持されている。固有角振動数 $\omega_N$ は、次式で計算できる。

$$\omega_N = \sqrt{\kappa/m} \quad (\text{A.1})$$

ここで、ばね定数を $\kappa$ 、重りの質量を $m$ とした。

図 A.1 の DC モータを駆動方式をリニア方式とすると、システム側の評価自由度におけるコンプライアンスの周波数特性は、図 A.2 のように、狭帯域に比較的大きな成分が分布している。最も成分が大きい周波数が $\omega_N$ となるように、 $m$ と $\kappa$ を決定する。また、Neutralizer の取り付け位置は、モータの周方向のどこに取り付けても良いが、長手方向の位置は、出来るだけ取り付けるシステムに近くすることが必要である。これは、DC モータ内の加振源の位置を明確に特定するのが困難であることが理由である。

Neutralizer がない場合と、Neutralizer を装着した場合の、評価自由度におけるコンプライアンスをそれぞれ図 A.2 と図 A.3 に示す。Neutralizer のターゲット

周波数におけるコンプライアンスは，Neutralizer のターゲット周波数において 0 となる．これは評価自由度にコンプライアンスに対し，モータの回転方向の加振力が支配的である場合であり，他の自由度の加振力の寄与が大きい場合は，その自由度と，Neutralizer の一次振動モードの自由度を同一にすることが必要となる．

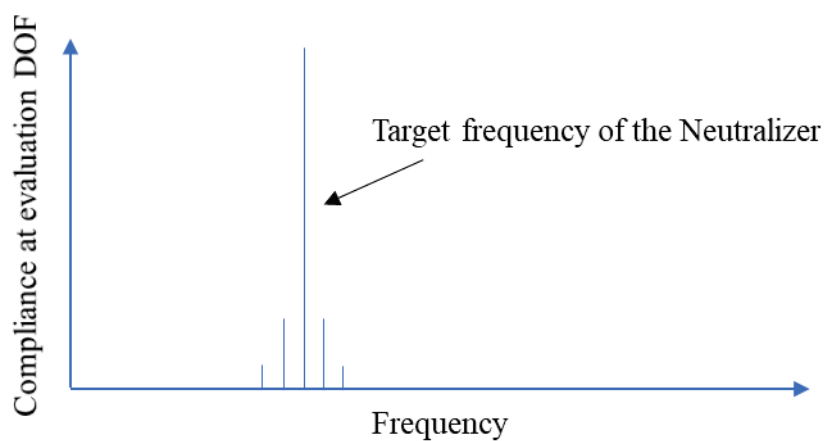


Fig. A.2 Frequency characteristic of compliance at the evaluation DOF, in case that a liner DC motor is mounted on the system. The frequency components are distributed in a very narrow range. In this case, the Neutralizer target frequency is set to the most dominant frequency component.

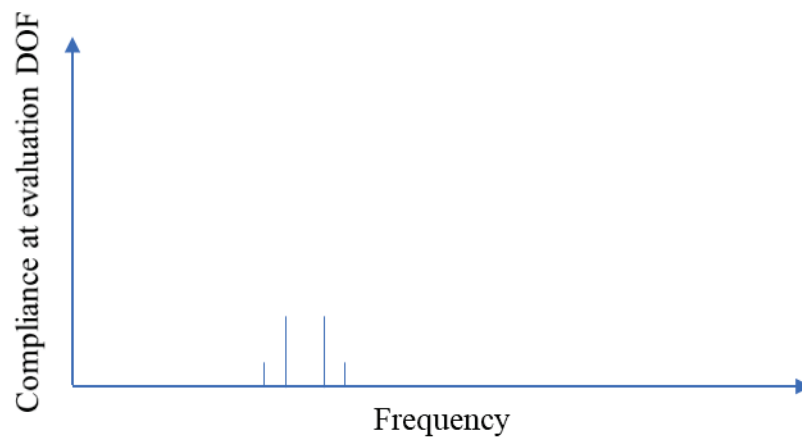


Fig. A.3 Frequency characteristic of compliance at the evaluation DOF, in case that a liner DC motor is mounted on the system, and the Neutralizer is installed on the DC motor. The compliance of the neutralizer target frequency is 0.

## 謝辞

研究活動を終えるにあたり，終始熱心なご指導をいただいた，岐阜大学工学部機械工学科松村雄一教授に深く感謝の意を表します．また，本博士課程にご推薦いただいた，日本電産株式会社執行役員片岡央様に，心からの感謝を表します．