

四角形の作図に関する一考察

岩田恵司*, 中馬悟朗*, 大崎匡子*, 中西善裕*

本研究は小学校6年生に対する合同な四角形の作図調査を通して児童が作図に際して着目する視点と作図方法, 作図用具について考察を加えたものである。児童は合同な図形の作図に際して, ほとんどの児童がまず, 対応する辺の長さに着目して, 次に, 対応する角の大きさに着目していることがわかった。対応する辺の長さや角の大きさに着目することからは, 合同な図形の意味の理解が定着していることが指摘できる。また, 作図方法からみると四角形を対角線をひいて2つの三角形と見る見方が児童にとって困難であることがわかった。用具の使用と正確さについてからは, 線分を引く際の定規の使用の正確さと, 角をとる際の分度器の使用の正確さが先ず指摘できた。次に, 長さの移動に際しては「ものさし」の使用が一般的であることが指摘できる。コンパスの使用に関しては方法の不備と不慣れなことが指摘できた。

〈キーワード〉 小学校, 図形, 作図, 作図方法, 四角形, 合同

1. 研究のねらい

「作図をする学習」は, 図形の性質を学ぶため・具体的操作の学習として用いられるが, 既に理解した図形の性質を活用し図形的な問題解決の能力を高めることをねらって指導されている。「数と計算」, 「量と測定」, 「数量関係」等の分野では, 応用力の進展を図って多量の問題を練習するが, 「図形」, 特に, 作図においては一般に少ない。作図題の練習なしに図形の知識や技能が身に付くとは思えないし, これらの経験を通すことにより学習の遅れた児童でも忘れる度合いが少なく, 場合によっては, 先生を驚かせるほどの能力を発揮することもある。図形概念の理解を深め活用力を伸ばし図形的な問題解決の能力を高めるための作図題を学ぶ時の問題点を考察する。作図題の解答過程で具体的操作・念頭操作を行い, やがて数学的論証を学ぶ時に役立つ態度ができていく

ものと思われる。そこで, 今回は, 小学生の作図能力について調査した。同時に三角定規, ものさし, コンパス, 分度器などの道具が正しく使えているどうかをも調べた。

2. 小学校における作図の学習過程

- (1) 与えられた作図題が何を要求しているのか題意を把握する。
- (2) 解決への見通しを立てる。(作図題完全解における「解析」に相当)
- (3) 具体的な操作を行う。(作図題完全解における「作図」に相当)
- (4) 確かめを行う。(作図題完全解における「証明」に相当)
- (5) これより他には解がないかどうかをチェックする。(作図題完全解における「吟味」に相当)

* 岐阜大学教育学部

(6) 拡張・応用を考える。

3. 調査・研究の内容

(1) 児童の実態

調査は、6年生141名を対象に平成4年12月に行った。小学校では、この時期、図形の内容をすべて学習している。合同については5年生において学習している。6年生においては対称性について学習しているが、これにより図形についての理解が深まっているはずである。

(2) 調査学級・日時

岐阜大学実習協力校の2校、計141名

①岐阜市立D小学校 6年1組(33名)

6年2組(31名)

平成4年12月11日(金)第1校時、第2校時

②岐阜市立E小学校 6年2組(40名)

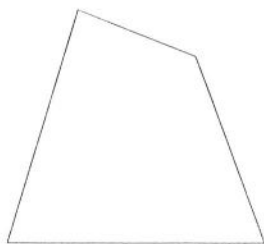
6年3組(37名)

平成4年12月14日(月)第2校時、第3校時

(3) 調査問題

問題3問、調査時間10分、調査用紙には学年、組、出席番号を明記させる。

問題Ⅰ 下の図形と合同な四角形を作図しましょう。



問題Ⅱ 一辺が5cmの正方形を作図しましょう。

問題Ⅲ 下の図形と合同な長方形を作図しましょう。



(4) 作図道具とその使用方法

作図道具のものさし、三角定規、コンパス、分度器を1セットずつ配布する。これらの道具は自由に使って良いものとする。ただし、観察者は道具を正確に用いているかどうかを、注意して観察する。

①ものさし……直線を引く、線分の長さを測る。

②三角定規……直線を引く、線分の長さを測る、直角を作る。

③コンパス……円を描く、線分の長さを移す。

④分度器……角度を測る、(直線を引くこともできる)。

(5) 観察者の観点

問題別・個人別・全体的に観察する。

①図形の辺、角、対角線、頂点等のどこに着目しているか。

②どの道具を使用したか。

③作図方法および道具の使い方は適切か。

④児童の様子。

4. 解答の問題別考察

問題Ⅰ

この問題で正確に作図できた児童の割合は全体

の35.5%、正確には作図できなかった児童の割合は59.6%、作図できなかった児童の割合は5.0%であった。この合同な四角形の作図は、調査した3つの問題のうち、作図できた割合がもっとも低かった。正確には作図できなかった児童について作図の誤りの原因を割合でみると、1位は辺の長さが正しく取れなかったことで全体の60.7%を占め、次に底辺（第1辺）の長さが正しく取れなかったことが26.2%となっている。この上位2つはいずれも等しい辺の長さをとることであるので合わせて考えると、実に87.0%が、等しい辺の長さを正しくとること（：辺の長さを移す）ができなかったためであることが分かる。また、作図できなかった児童のうち、85.0%は、途中までは作図してあった。

次に、どこに着目して作図したかをみてる。この問題は辺の長さの着目のみで作図可能な問題であるが、実際には、辺の長さだけに着目して作図した児童の方は全体の20.6%で、辺の長さや角の大きさの両方に着目して作図した児童のほうが同73.0%とかなり多くなっていた。対応する等しい辺の長さだけをとっても作図できるにもかかわらず、このような結果になったのは小学校における図形の合同の定義が「ぴったり重なる2つの図形」であり、したがって「対応する辺の長さ、角の大きさがすべて等しい」ものであるととらえているためだと考えられる。

さて辺の長さだけに着目して作図した場合、コンパスのみの使用での作図（2点が決まれば直線は引くことができると考えて）が可能である。実際、辺の長さだけに着目して作図した児童の内、93.0%がコンパスのみで作図をしていた。残りの7.0%はものさしを用いた作図ですべてが不正確な作図であった。

辺の長さや角の大きさの両方に着目して作図し

表1 作図のタイプ

	A	B 1	B 2	B 3	その他
I	2 6	6	8 9	2	1 1
III	6	2	9 7	1 1	1 1

A …対応する辺の長さだけをとって作図するタイプ

B 1 …対応する辺を4つと対応する角を1つとって作図するタイプ

B 2 …対応する辺を3つとその間にある角を2つとって作図するタイプ

B 3 …対応する辺を2つと対応する角を3つとって作図するタイプ

た場合、作図のタイプを着目した角の数に分けてみると、角の2つを測って作図した児童がそのうちの86.4%を占め、角を1つないしは3つ測って作図した児童の数を大きく上回っていた（表1参照）。

合同な四角形の作図の教科書での取扱いを考えると、合同な三角形の描き方を基にして描くこと、つまり、四角形を一本の対角線で切ることができる2つの三角形に分けて作図する方法が取り上げられているだけである。

このことから、児童は多角形を描く時、三角形に分けて作図する方法は殆どとらないと思われる。しかし、基本は、三角形に分けるものであることを学習させておくべきであろう。児童の作図の中でもっとも多かったのは、3つの辺の長さとその間にある2つの角の大きさに着目して作図したものだった。このことは、児童が作図するときに既習の知識をそのまま用いたのではなく、持っている知識の中から適当な方法を見出だして作図することができたと考えて良いだろう。

問題Ⅱ

この問題において正確に作図できた児童の割合は全体の53.9%、正確には作図できなかった児童

の割合は全体の44.0%，作図できなかった児童は全体の2.0%であった。まず，問題Ⅰでの考察と同じように，正確には作図できなかった児童についてみる。誤りの原因の第1位は，問題Ⅰと同じく，辺の長さだけが正しくとれなかったものでそのうちの69.4%を占め，次に辺の長さや角の大きさが正しく取れなかったものが全体の19.4%，角の大きさだけが正しく取れなかったものが全体の9.7%となっている。

次に，どこに着目して作図したかをみる。この問題は，実際に自分で辺の長さや角の大きさも測って作図しなければならない問題だが，作図できなかった児童を除く全員が，辺の長さや角の大きさの両方に着目して作図することができていた。このことは，「正方形は辺の長さや角の大きさも定義されている形であること」が，きちんと理解できているためだと思われる。

更に，作図に用いた道具をみると，辺の長さの取り方について，作図できた児童のうち93.5%が，ものさし・三角定規を使用していた。これは，この問題が少なくとも1つの辺はものさし・三角定規で長さを測って作図する必要があったことと関係していると思われる。実際，問題Ⅰで等しい辺の長さをコンパスでとって作図した児童のうち88.5%が，この問題ではものさしだけを使って辺の長さを取っていた。

角の大きさの取り方，すなわち，直角の取り方について，分度器で90度をとる方法と三角定規の直角を利用した方法とがあるが，作図できた児童のうち，前者は47.8%，後者は42.8%であった。（両方を用いた児童も同1.4%を含む）一方，三角定規の目盛りを利用するという児童が同10.9%いた。

問題Ⅲ

この問題において正確に作図できた児童の割合は全体の56.0%，正確には作図できなかった児童の割合は同34.0%，作図できなかった児童は同10.0%であった。3つの問題のうち，正確に作図できている割合がもっとも高かった。正確には作図できなかった児童については，誤りの原因は，辺の長さだけが正しく取れなかったものがそのうちの39.6%，角の大きさだけが正しくとれなかったものが同33.3%，辺の長さや角の大きさの両方が正しく取れなかったものが同22.9%，となっている。作図できなかった児童について，問題Ⅰと問題Ⅱよりかなり多くなっているが，これは時間が足りなかった為ではないかと思われる。なぜなら，このうちの28.6%が途中まで作図できており，同50.0%が問題Ⅰと問題Ⅱの作図は完了していたからだ。

次に，どこに着目して作図したかということをもてみる。この問題は辺の長さに着目のみで作図可能な問題であるが，実際には，辺の長さだけに着目して作図した児童は作図できた児童のうち11.8%で，辺の長さや角の大きさの両方に着目して作図した児童の方が同88.2%とかなり多くなっていた。この傾向は同じ合同な図形の作図である問題Ⅰよりも強くなっている。それは，問題Ⅰと同じく，図形の合同を「対応する辺の長さ，角の大きさがすべて等しい」ものであるという考え方が「長方形」という言葉によってより強まったためではないかと思われる。一方，角の大きさだけに着目して作図した児童は一人もいなかった。このことは，合同な図形の作図は角の大きさが等しいだけではないことをきちんと把握できている証拠だと思われる。

さて，辺の長さだけに着目して作図した場合，辺の長さの移動はコンパスのみで可能である。し

かし、実際に辺の長さだけに着目して作図した児童のうちコンパスのみを用いて作図したのは、そのうちの13.3%であった。同33.3%は問題図の向かい合う2つの辺を延長して作図したというものの、残りの55.3%は角に着目することなくものさし・三角定規のみの使用での作図を試みたものである。

辺の長さと角の大きさの両方に着目して作図した場合、問題Ⅰと同様、作図のタイプを着目した角の数に分けてみると、角を2つ測って作図した児童がそのうちの86.6%を占め、角を1つないしは3つ測って作図した児童の数を大きく上回っていた。

更に、作図に用いた用具をみると、辺の長さの取り方について、作図できた児童のうち89.8%が、ものさしだけを使用していた。コンパスのみを用いていたのはわずか6.3%であった。このことは、

「合同な長方形の作図」では、作図するときの子供の意識が、「合同」という意識よりも「長方形」という意識が強く働いたことによると思われる。これは、問題Ⅰで辺の長さだけに着目して作図した児童のうち86.2%が、この問題では辺の長さと角の大きさの両方に着目して作図していることによっても示されている。

角の大きさの取り方、すなわち、直角の取り方について、分度器で90度を取る方法と三角定規の直角を利用する方法とがあるが、角の大きさに着目して作図した児童のうち、前者は52.7%、後者は43.8%であった。（両方を用いた児童も同3.6%を含む）一方、定規の目盛りを利用するという児童が同7.1%いた。

5. 児童個人の分析・考察

(1) 作図の正確さについて

すべての問題に対して図が描けた児童は全体の

85.8%、2つの問題に対して図が描けた児童は同11.3%、1問題についてだけ描けた児童は同2.8%であった。1つも図が描けなかった児童はいなかった。ⅠからⅢのすべてに解答できた児童についてみる。3つとも正確に作図できた児童は15.7%、2つ正確に作図できた児童は38.0%、1つ正確に作図できた児童は32.2%、1つも正確に作図できなかった児童は14.0%である。

そこで、1つないしは2つ正確に作図できた児童について、どの問題が正確に作図できなかったのか、多いものから順に見てみると、問題Ⅰ、問題Ⅱ、問題Ⅲの順で、×○○の児童が34.1%、××○の児童が31.2%、×○×の児童が16.5%となっている。ミスしている児童は、いずれも問題Ⅰが正確に作図できなかったことが分かる。

(2) 着眼点と用具の使用について～辺の長さの取り方～（表2、表3参照）

四角形の作図すべてにわたって、辺の長さに着目した児童は全体の85.1%であった。その内すべてものさし（三角定規を含む）を用いた児童が51.7%であった。

表2 作図における着眼点

問題番号	①	②	③
辺の長さと角の大きさ	45 58	76 62	68 42
	103	138	112
辺の長さのみ	5 24	0 0	10 5
	29	0	15
角の大きさのみ	0 2	0 0	0 0
	2	0	0

（単位：人）



上段左は正確に作図できた人数

上段右（網かけ部分）は正確に作図できなかった人数

下段はその欄に該当する合計の人数を表わす。

表3 用具の使用について
～辺の長さのとり方～

使った用具	ものさし	コンパス	ものさしとコンパス
辺の長さに着目して 作図した子ども、延べ 397人について	212 103	38 26	10 8
	315	64	18

(単位:人)

問題Ⅰではコンパスを用い、問題Ⅱ、問題Ⅲではものさしを用いた児童が30.0%であった。(他の組み合わせはいずれも5%未満であった。)

(3) 着目点と道具の使用について～角の大きさの取り方～(表2,表4参照)

すべて正しい作図ができ、しかも、そのすべてについて、角の大きさに着目した児童、全体の57.4%について考えてみる。まず、角の大きさを取る際の用具についてみる。問題Ⅰについては角の大きさは必ず分度器を用いなければならないので省くこととして、問題Ⅱ、問題Ⅲについて直角のとり方をみていく。

両方とも分度器を用いた児童は39.5%、両方とも三角定規を用いた児童は30.9%であった。(他の組み合わせはいずれも10%未満であった)

表4 用具の使用について
～角の大きさのとり方～

①直角以外の角の大きさのとり方

使った用具	分度器
角の大きさに着目して 作図した子ども全員 105人について	91 14
	105

(単位:人)

②直角のとり方

使った用具	分度器	三角定規	分度器と三角定規	定規の目盛り
角の大きさに着目して 作図した子ども、延べ 250人について	103 16	81 21	5 1	16 7
	119	102	6	23

(単位:人)

その他の児童42.6%について、そのうちの28.3%が問題Ⅱ、問題Ⅲでは三角定規を用い、16.7%が分度器を用いた。

6. 全体についての考察・分析

(1) 作図の正確性について

問題Ⅰの正答率は35.5%、問題Ⅱは53.9%、問題Ⅲ56.9%となっている。このことから、問題Ⅰの図形が、問題Ⅱ、問題Ⅲの図形よりもかなり難しかったと思われる。

(2) 作図においての着目点について(表5参照)

合同の作図問題Ⅰ、問題Ⅲにおいて、辺の長さだけでなく角の大きさにも着目して作図している児童は、全体の76.2%いた。このうち、74.4%は問題Ⅰ、問題Ⅲともに辺と角に着目して作図していた。

一方、辺の長さだけに着目して作図した児童は、全体の15.6%いた。このうち、問題Ⅰ、問題Ⅲともに辺だけに着目して作図した児童は9.1%であった。このことから、合同な作図をする時には、辺と角の両方に着目して作図する傾向が強いと思われる。

表5 Ⅰ・Ⅲの作図における着眼点について

III I	辺の長さ 15人	角の大きさ 0人	辺の長さ と角の大きさ 112人	作図できなかった 14人
辺の長さ 29人	2	0	25	2
角の大きさ 2人	0	0	1	1
辺の長さ と角の大きさ 103人	13	0	80	10
作図できなかった 7人	0	0	6	1

～141人中～

(3) 道具の使用について

辺の長さを測るときにどの道具を用いて作図したかみてみると、ものさしは79.3%, コンパスは16.1%, 両方用いた児童は4.5%であった。このうち、ものさしを用いて正しく作図できたのは67.3%, コンパスを用いて正しく作図できたのは59.4%であった。

このことから、辺の長さを測るときは、ものさしを用いる傾向が強いことが分かる。また、ものさしを使うことの方が、コンパスを使うことよりも若干やさしいようである。

一方、角の大きさを測るときにどの用具を用いて作図したかみてみる。まず、直角を測るときには、分度器は47.6%, 三角定規は40.8%, 両方用いたものは3.5%, 定規の目盛りを用いた者は9.2%であった。このうち、分度器を用いて正しく作図できたのは86.6%, 三角定規を用いて正しく作図できたのは79.4%であった。直角以外の角については、分度器を用いて正しく、作図できたのは86.7%であった。

このことから、直角を測るときに、分度器か三角定規を用いるかは、辺の長さを測る時に用いたものさしとコンパスのような差はなく、正確に使用できる割合も比較的高くなっている。しかも、分度器を用いる時は、どんな大きさの角を測る時にも、かなり正しく使えることができると考えられる。

7. まとめ

(1) 児童は、多角形を作図するとき、図形を辺と角の両方に着目して作図するのではないかとと思われる。それは、合同な四角形の作図において、かなりの児童が、辺の長さや角の大きさの両方に着目して作図し、しかも、教科書にあるような四

角形を2つの三角形に分割して作図する方法で作図するのではなく、四角形を全体からまとめて作図していたからである。

(2) 作図道具の正しい使い方の指導をする必要性を感じた。目盛りを読んで使う必要のあるものさしと分度器について、ものさしよりも分度器を正しく使えた児童の方が多かった。このことは、ものさしは普段から使う機会が多いために、丁寧に欠けたのではないかと考えられる。

参考文献

- 1) 文部省：「小学校指導書・算数編」,(1989)
- 2) 後藤光治ほか7名：「平面図形の指導－小学校と中学校の関連を生かした三角形の決定条件の指導を通して－」日本数学教育学会誌, pp.13-16, 第72巻, 第2号, (1990).
- 3) 原修, 澤井康郎ほか28名：「論理的な思考力を育てる図形指導の研究－具体的操作から, 念頭操作へ－」日本数学教育学会誌, pp.102-106, 第73巻, 第4号, (1991).
- 4) 田淵喜之：「直感力を生かし, 論理的な思考力を育てる図形指導－指導方法のポイントを求めて－」日本数学教育学会誌, pp.107-112, 第73巻, 第4号, (1991).
- 5) 松本健吉：「図形概念を身につけさせる算数指導－具体的な操作活動および思考実験を生かして－」日本数学教育学会誌, pp.255-261, 第73巻, 第8号, (1991).
- 6) 茂呂美恵子：「論理的な思考力を育てる図形指導の一考察－思考実験の活動性を生かして－」日本数学教育学会誌, pp.283-287, 第74巻, 第10号, (1992).
- 7) 岩田恵司ほか4名：「小学生の図形概念に関する調査研究－図形の弁別と作図を通して－」岐阜大学教育学部研究報告＝自然科学＝, 第17巻, (1993)に掲載予定。