

物理教育の立場から考察した 数学教育との関係と問題提起

森 幸雄* 石原 敏秀**

物理教育の立場から、数学教育と物理教育の関係を掘り下げ、それに基づいて数学教育に対する問題提起を行った。次いでその各具体的な問題提起の根底について検討した。物理教育においても物理学を定量的、図式的、論理的に記述する方法が数学教育で与えられる数学的手法であり、演繹論理と帰納論理とを共に用いる以上、使用する数には、いわゆる厳密な数（極限的な数も含める）の外に、概数的な数、近似的な数、確率的な数という性格の違った数種類の数の性格をどれも十分学習させて欲しいことを述べた。電卓の使用、具体例の多用、描像の重視も強調した。

キーワード 物理教育、数学教育、教科関連、カリキュラム、学習計画

1. はじめに

物理教育の立場から、数学教育に対して問題提起したいという目的で、どういうことを要望したいかについて、その各項目の詳細と根拠となる実証データ、及びこのような要望は決して不合理ではないことを示す物理教育と数学教育の関係の検討という形で研究を行った。本小論ではその最後の両教科教育の間の関係について述べ、その他は別の機会に述べることにする。

“物理教育と数学教育との関係”

物理教育の立場からの数学教育と、数学教育自体からみた数学教育とは当然ながらかなりの相違があると思われる。しかしここで問題にしたいのは、物理教育に対する数学教育の重要性や関連は極めて大きい¹⁾のに対して、その逆の関係は、本来は後に述べるように深いものがあると思われるにもかかわらず、かなり不明確であるのが現状であるということである。

“数学が他教科に対して持つ大きな役割”

数学そのものは、自然を記述する用語とか、文法とかいわれるが、旧くから自然に関する諸学の記述手段、証明方法であったし、近代に入っても天文学、物理学等の定量的、法則的関係の確立のための武器であったし、このような役

目を担って自然科学の統一的基盤となってきた。さらに現在に到っては、社会科学、人文科学、教育科学等のあらゆる学分野がその一部の記述や説明、又は証明に数学を用いるようになってきている。

“数学の持つ強力な機能”

数学がそれ程大きな役割を他の学分野に対して担っているのは、その強力な機能にある。量的扱い、図形的扱い、論理的扱い、確率論的扱い、という他教科の記述に必要な機能を取りそろえて持っており、それらを必要とする場合は極めて多い。したがって、数学教育が及ぼす影響は大変大きいものがあるといえよう。

“数学と物理学との補完的関係と教育面”

数学教育の物理教育への影響は前にも述べたように極めて大きい²⁾が、その逆は一体どうなのだろうか問題である。過去の長い歴史をふり返って見れば、数学と物理学の関係は補完的であって、物理現象の説明方法、証明手法としての技法が数学自体の内容を豊富にし、多彩にしていたといえる。

教育の段階、特に小・中・高校の教育の段階ではまだこの過去のこの補完的関係は生きているのではなかろうか。又、その関係は数学的素養の狭く浅い児童生徒にとって、算数・数学教

* 岐阜大学教育学部

** 岐阜教育大学

育でも大切な関係ではなかろうか。

2. 物理教育の立場からの要望

次に、上記のような密接な関係が教育の場で生きているか、生かされているか、又、もしそうでなければ何が問題提起される必要があるかについて考察する。

“物理現象記述の数学の特徴”

例えば、ある1つの物理現象について授業で説明をし始めた場合のことを考察してみる。座標系をはじめ、関係のある物理法則を表現する諸方程式を選び出し、諸装置の空間配列を表現する図形を描く。装置群の相互間に作用する力や運動を記述するため、三角関数、幾何学、解析幾何学、解析学の定理など必要な関係式を持ち出してくる。それらを雑多な状態で集めてきているので、推論し易い順序や形式に整理してゆくという作業が続く。このような数学を使用しながら、しかも数学教育におけるのとは違った特徴をもった数学的操作によって学生はよく混乱状態に陥るのである。

“数学の総合的处理と数学教育”

過去に学習してきた算数・数学の全分野——代数学、幾何学、解析学、場合によっては確率統計も——が総合的に動員され、それでも不足なので特別な数学の学習が加えられる。学生はこの総合的な取扱いを実践することが大変困難である。学生の頭の中では、比や分数は小学校で、1次式は中学校で、三角関数や微分の計算は高校の何年で、と学習した時のまま、それぞれ別の記憶場所に格納されている。

端的に言えば、体系としての数学、演繹体系としての数学なら何とかなるが、1つの自然現象のもつ構造と機能、それらが持つ規則性等に必要なかつ適合する数学内容を全分野から総合的に、かつある手順に従って動員してきたり、その現象のもつ数量的条件に対応した数値計算や近似計算を行ったり、となると実践困難となるのが実状である。

“物理教育と数学教育の分担”

高校までの物理教育では、意識的にその数学的側面を軽減してある。自然現象としての物理現象の記述と、物理の専門用語の定義に関連した事項等が重視されている。これに反して、大学教養課程以降は、抑えられていた分だけ一度にその数学的側面が前面に出てきて、物理教育として物理現象のメカニズムを追求するよりもそこに動員される数学的な要素について追求するのに急で、そのため本来の物理的なものが中断されたり、薄められているのが現状である。学生からしばしば物理の時間が数学の時間か分からないという不満の声として出されているのは旧制・新制を問わない。

物理教育での苦勞のかなりがこの数学的な問題点に存在しており、それが理解できないために物理現象の理解、納得が得られないことは枚挙に暇がない。以下に述べるように、数学教育の中で学習するようにしてほしい事、数学内容をもう少し総合的に扱う能力をつけてほしい事等、数学教育が分担して扱ってゆくことが、数学を用いて記述する必要性のある多くの教科のためにも望ましいことと考える。

“数学教育への要望の柱”

上記のような理由から、次のような意味の諸事項を数学教育に対して要望したい。

- (1) 問題解決のための思考を容易にするために、処理し易いモデル化したものの取扱いを重視すると共に、興味関心の喚起といった学習意欲を高め持続させるので具体的な自然現象と深く結びついた、しかも有用な教材内容を積極的に開発すること。
- (2) 科学教育の推進のためにも、数学教育の現代化の考え方に関して、他教科の意見も反映させ、数学のための数学教育に陥ることのないよう努力すること。

ということであり、次に述べる具体的事項の詳細と共に、冒頭で書いた通り他の機会に述べることにしたい。⁴⁾したがってここでは項目のみ列記するに止める。

- (A) 現指導要領においても取扱い改善が可能と

考えられる事項の代表例の1つとして、具体的な場合で計算を気軽に行えるための電卓の使用を推進できないか。

(B) 旧指導要領では取り扱われながら、現指導要領では削除された事項で、その復活を期待したいものの代表的事例として、測定値や近似値の扱いに関することの再登場はできないか。

(C) 指導法、指導力に大きく依存し、内容的には指導要領の指示の範囲かどうか不明確なものの代表的なものとして、関数概念、関数グラフの扱い方について、具体的な事象との関連を強めて扱うことで親近感、切実感、必要性、重要度等も含めて強い興味関心を引き起こすようにすることを要望できないか。

ということである。

“相互努力の原理”

要は、物理教育も含めて、その記述表現において数学的手法を用いる場合は、自然科学に止まらず社会科学、人文科学の領域まで広がっているが、そこで扱われる数学と当該教科教育の間のギャップを埋めるのに、その学科も当然努力をするが、数学教育もその使命からも他教科のことを無視することなく、それらの教科との関連が円滑であるための必要な手だては取って欲しいということである。

必要な方程式、三角関数、確率統計等も十分扱っているという主張もあるかもしれないが、例えば1次式、2次式で、独立変数は x 、従属変数は y ではなく、どう変更しても良く、 t と h としても、 I と V としても良く、落体やオームの法則として役立っているという考え方を身につけさせて欲しい。⁵⁾係数の具体的な役目への理解が可能であるという転移性を重視して欲しい。

“4種類の性格の数について”

数学で扱う数は、どちらかというと“厳密な数”が扱われているとあって良からうが、他教科では、大まかで見積り的な“概算的な数”とか、ある現象を示すのにほぼそれで良い“近似的な数”とか、あるいは確率的な不確かさを持

つ“確率的な数”もまた同等なウエイトで扱われている。後の3種類の数ではないいわゆる厳密な数（極限的な数も含める）の扱いや観点は、論理的思考力をつけるための重要な手法であるが、現実に対応して問題解決し、目的を達成したりするためには、概算的な数の扱いや観点、近似的な数の扱いや観点、及び確率的な数の扱いや観点もまた同時に十分身につけてこそ問題解決的な思考力のための重要な手法でありうると思う。

3. 物理教育と数学教育の考察

“数学の役割”

物理教育と数学教育の関係について論を進める前に、もう少し数学の役割を掘り下げておくことにする。旧くから諸学の記述手段であったことについては、1.の他教科に対して持つ大きな役割の項で述べた。ここでは、他の例との比較を行ってみたい。

前世紀以来、エネルギー論が広範な学分野に対して同様に統一的、基盤的な役を持つようになったし、今世紀では、量子力学が、化学、生物学、生理学、医学、電子工学等に対して横断的で基盤的役割を担うようになったし、情報科学もまた上記の学以外に言語学、心理学、教育学等の人文科学の分野にまで横断的に有用な学として認められるようになった。

これに対して数学は一体どうなっているのだろうか。1.で述べたようにあらゆる学分野の横断的、基盤的な位置を占めているはずである。ただ、上記エネルギー論、量子力学、情報科学が何故同様の役目を持つようになったかという点と共通のものがあるといことは考えられることである。

“物理学と数学との関係”

にもかかわらず、何処に問題があるのか、さらに追求することにする。⁶⁾池部晃生氏が“Courantの警告”という題で、クーラン・ヒルベルトの“数理解物理学の方法”第1巻(1924)の序文に関連して次のようなことを述べている。⁷⁾「序文で

述べられている数学と物理学の後記のような関連の弱まりについての記述は、1953年の同書の英語版で、事態は少しも変わっていないと R. クーラン自身が述べているが、それどころか、1980年の今日でも無用の物と化してしまったといい切れるだろうか?」と強調している。その序文には次のようなことが書かれている。⁸⁾

「解析学の問題や方法と、物理学の直観的表象との間の密接な関係は、昔から数学にとって強い刺激であった。最近10年間、数学の研究が、その直観的な出発点から解放され、特に解析学において方法の精密化と概念の尖鋭化とにもっぱらその努力が向けられるようになって以来、この関係は弱まった。その結果、解析学者の多くが、彼等の学問が物理学やその他の部門と一体のものであるという意識を失い、一方物理学者の方でも数学者の問題や方法のみならず、その研究領域や用語に対する理解さえもなくなりつつある。この傾向は疑いもなく科学全般に対する脅威である。このような運命を避けるためには、統一的な観点の下に種々雑多な科学的事実の内的な関連を明らかにすることによって、離ればなれになったものを再び1つにすることに我々の力を向けなければならない」とある。

このことは、単に解析学との間ではなく、数学全般と物理学との間にもいえる傾向であろう。現代数学の体系は全体的に大変整備され、戦前とはかなり違ってしまい、事態はクーランの言う以上に物理学等から遠く離れていって、独自の世界を確立しつつあるのではなからうか。この事態を直ちに最近での物理教育と数学教育の関係に持ち込むわけにはいかないが、やはり数学教育自体はその時の数学のもつ特性の影響下にあることは、日本の数学教育でのカリキュラムのここ30年の変化を見れば分かるであろう。

なお、逆に集合論等の新しい方法が論理学、情報科学、デジタルなエレクトロニクス等の新しい強力な関連を作り出し、新しい文明を進展させつつあることは事実であり、本小論でもその面を重視せざるを得ない。しかし、それだけ

に、ある種の抽象性を持っており影響力が大きいと同時に通常の素朴な事象との関連はかえって不明確になったと考えられる。

“科学と技術学の関係”

機械工学と物理学、工業化学と化学というように、工学と理学とは切っても切れない密接な関係にあり、臨床医学と基礎医学の関係と同じである。両者の関係は、技術学と科学との関係であって、両者の本質は全く相異なっている。と同時に、技術学がより高度化するためには科学を最大限に取り込む必要がある。その逆もいえるのであって、科学と技術学とは正しく補完的關係にある。例えば物理学での最近の実験装置はエレクトロニクス等最新の技術を抜きにしてはあり得ない。そのような補完的關係にありながら、科学は真実追求を本質とし、技術学は目標達成のための設計と実践とを本質とし、水と油の関係であって、全く世界観が違う。

何故この事を取り上げたかという、物理教育における数学と、数学教育での数学との間にもこれに似た複雑な関係があるからである。数学における普通の数学と応用数学の関係は、この関係ではない。これはむしろ物理学と応用物理学の関係と同類であろう。

物理学では、数学は自然現象を的確に記述、説明するための手段・道具である点で数学的教材を使用する技術学といえる。つまり物理学としては科学であるが、数学的技術学である。これに反し、数学教育は、科学としての数学を扱うことと一応体系的に学習させることは当然であって、しかも演繹的に公理や基礎的な定理、基本的な演算から一定の順序で学習される。

他方、物理学においては、あくまで自然現象の本質を見出すこと、科学として真理を追求し、真実を探究することの学であるが、数学的側面に関しては4種類の数を必要に応じて使い分けるのは必要に迫られるからであって、自然現象との対応が決めることになる。特に実証的側面では、観測事実から出発し一般論を見い出

そうとする以上、帰納的思考、がい然的論理が主であって、それに必要な数学、概数、近似値、近似関数、誤差論、確率統計論、統計力学等が重要な役目を持つ。又、理論的側面でも自然現象を説明する仮説、モデル、原理から出発し、具体的な条件下にそれを適用する場合、必要な数学が総合的に利用される。したがって数学はここでは技術学的な性格を持つことになる。

しかし、数学もまた本来、科学的側面と技術学的側面を持っているのであって、技術学的側面は物理学等の他教科にまかせるのではなく、数学教育自身がその応用問題の扱いの中でその技術学的側面の特性や機能を明確にし、教材設計を試み、授業で実現すべきではなかろうか。前にも述べたように、それは応用数学で教えられれば良いということではなく、一般も応用も含めて、その総合的構成法、展開法のカリキュラムが必要であろう。

4. 問題提起した具体例の提起理由

学問というものは本来人類のためのものであり、真実追求という科学と、何らかの人間の活動での目標達成のためという技術学とがあるのは当然である。

例えば、確率統計学は、他教科ではあらゆる分野で重要であるが、この確率的な数という性格は今一つ理解し難い点と、大学入試の対象外ということで軽視される傾向がある。しかしこの分野などは、科学として数学の中の研究分野になったのも旧く、しかも現在技術学としてそれこそ一般社会ははじめ広く他教科で活用されている。その点で科学、技術学の両側面の関係を理解させ易い分野であるが、上記のような理由で特別な余り重要でない領域のように思われている点は反省すべきであろう。

又、比、割合、率なども物理学のみならず一般的な学分野でも重要である。グラフも各教科の実例を豊富にし、新傾向の形式の表現も工夫させれば、興味、関心も高まるのではなかろうか。あるいは、単位面積当たり、単位体積当たり、

単位時間当たり等の考え方は中学校でも抵抗があるが事情は高校、大学でも同様である。本来は率であり、もっと分かり易い10万人当たり発病率といった他教科の実例を豊富にし、その本来の意味を分かり易くしておいてから、それが1人当たり0.00…何人という単位当たりの率と同等ということを含めさせるため、多数の事例を学習させる必要があると考える。このような具体例の多用は本小論の強く主張する点である。

なお、応用問題についても述べることにする。先の技術学の立場と関連して、計算までの解析と立式の手順を十分学習させて欲しい。方程式が出来てから解く間は応用問題としては意味がなく、方程式を作るまでと、解に対して現実的な諸条件を適用して特例を見出す吟味の部分が大切であって、これらが横断的、基盤的な数学が他教科で重要であることに対応している。応用問題をその意味でよく吟味し、学習計画を確実にすることで興味関心も高まると共に他教科との連結も増大すると考える。

(a) 電卓の利用について

この問題はかなり限定的なことのようであって、その実は根の深いものである。江戸時代までさかのぼらなくてもかつてはソロバンは小学校で広く扱われたし、現在も5年以降や中学校で扱っても良いとされている。対数表を用いる計算は旧制中学教育では普通であったし、特別の場合、計算尺も利用された。現在でも中学校で利用しても良いとされている。より計算に便利なものは過去にも活用されているわけであって、電卓もその例外ではない。扱って良いことは指導要領にも示されている通りである。

ただ問題は次のような点にある。車を持っていると、すぐ近くの買物にも歩いて行くことをしなくなってしまうのと一緒にである。不便な遠方へ短時間で荷物を持って行くことができ、人・物の交流のスケールが大規模に拡大できた現在の状況が本来の目的のはずであった。電卓も繁雑で多大の計算時間や労力が必要で、しかも

誤りが入り易い計算処理が大幅に改善できるメリットがその目的であって、小学校・中学校の児童生徒の四則計算の能力を消失させるような安易な使用が目的ではない。又、高校での三角関数や指数関数、対数関数の扱いも電卓では一瞬に出来てしまっていて、それらの関数の意味を忘れ、単なる記号とみなすようになっては困るのである。^{9), 10), 11)}

美島文子氏が、物理の授業での電卓使用の功罪について、測定値の整理が速くなり、再実験も出来るし、グラフ化も容易で興味も増大し、誤差計算も容易になった点の功があるのに対して、表示窓一ぱいの数字を記入し有効数字を忘れてしまったり、意味も分からず関数の計算を行うような罪もあり、功罪半ばすることを述べている。筆者らも理科系の物理学概論において、最後の15分間を必ず数値計算か、方程式や関数に関する展開・演算かを伴う問題を1問解かせてその講義のまとめとしているが、数値計算の場合、電卓の使用を認めている。ただし、自由に使わせるのではなく、有効数字の桁数の吟味、有効数字が0.5から5の間にくるよう指数部の調整、及び指数部計算の独立と計算とをやらせてから最後に電卓を使用させている。功罪半ばすることはあろうが、アンケートによればこの最後の15分間のトレーニングは大変好評であり、ほぼ全員熱心に計算している。このように限定して使用するよう注意すれば、欠陥を抑えつつ、本質的な部分に注意を集中した学習効果があると考ええる。小・中・高校における電卓の使用も、どう限定して使用するかを十分計画することなく使用させるのは良くないので、電卓使用の学習計画の研究の進むことが望まれる。

「ブラックボックス問題」

美島氏は、1つの問題として、計算用具としての電卓はブラックボックス的であるが、実験書自身、実験器具自身がブラックボックス的になり、プログラム通り実行すれば、最終結果まで達し得たり、簡単な操作ですんだりする傾向が強まっていると述べている。つまりブラック

ボックス的機構は全面的な傾向だというわけである。事実、日常生活上利用する多数の器具・装置がそうになっており、社会生活上の諸機関や職場での仕事のみならず、専門的作業や研究の場での諸装置もまた同じ傾向にある。

算数・数学教育への電卓使用の要望は、これらの事態全体をふまえており、虫めがねの使用と顕微鏡の使用が共存するように、手計算と電卓使用の計算が並用されてもおかしくはない。桁数の少ない四則計算や概数の計算（四則計算自体のトレーニングの場合は桁数の多い計算も含む）等には手計算が必要で、電卓は禁ずべきである。他方実例を扱う応用問題、数値計算、統計計算等では適宜使用法を制限しつつ電卓を利用させ、将来の上級校での高級な計算や、職場でのオートメ化への対応の基盤を作るのは決して悪いことではない。なお、上記ブラックボックス問題（電卓も含めて）は、歴史の重大な転換期に対応しているということもいわれており、これに対する正しい対応についての意見は後記する。

(b) 近似値等の計算の必要性

物理教育は近代科学としての帰納的側面が少なくともその半分を占めている物理学の特性を当然反映していると考ええる。物理学では同時に、基本的な法則や仮説、モデルから展開される演繹的側面もその半分を占めているわけであるが、物理教育面に限ると大学の教養課程での概論にはこの側面がかなり卓越している。他方、小・中・高校の物理関係の教材の扱いでは、前者の帰納的側面が強調されている。この特性によって興味関心を高め、物理が好きになった生徒が大学に入って物理の講義でとまどい、時に不満をもらすのは前記教養の特性とのギャップが原因であって、彼等の批判は、数学の授業のようだということである。

「小・中・高校での数学教育と物理教材とのギャップ」

小・中・高校を通して、算数・数学教育は演繹的手法で系統的に教材が展開されている場合

が多い。三角関数のように応用数学的な場合も同様である。原理・原則・公理・基礎等から出発し、最後に応用に入り具体例が1つ2つ試みられる。この点で物理教育と隣り合わせでありながら、より年齢の低い校種、学年ほど教育的には反対の性格・特長を持っている。ここにも数学と物理の間の隔絶が存在している。大学で概論を学ぶに当たり、突如として物理の持つ巨大な数学的側面を知り、かつ高校までの数学が直ちに役立たないことを知る。物理学の講義は、物理数学ともいわれる多量の数学の教授に追われることになる。

“物理の面白さ”

小・中・高校であっても物理教育での面白さ、楽しさは、実験観察から出発した帰納的思考の側面がその頂点で条件の極限でもある考えてもみななかった理想状態へジャンプしたり、或は新しい規則・公式・モデルの形の仮説にまとめ、そこを出発点として一転して演繹的思考の側面に切り換えるところにもある。又、楽しさ、スリルは、この演繹的努力の最後で具体的な場合を設計し、実験計画を考案し、その存在意義をかけて（小・中・高校では、複数の仮説や予想の形で展開し競争の形式にすることが多いが）検証を試みるところにある。このような両側面の切り換えの場面は、児童生徒の興味関心を高め、物理が好きになる源である。

“数学の面白さ”

算数・数学教育では、以前に学習した定理や計算法を用いて、一分の隙もなく論証して行く形式の演繹的な解法、計算の苦心・努力・工夫や、手がかりの発見の予想外であることの面白さ、証明・計算の手順のスマートさ、といったような楽しさ、面白さ、感動があるようである。

物理教育のように演繹・帰納の両過程が交錯するゴタゴタした状態とか、実験と理論という異質なものの混合とか、の面が数学教育には存在していないので、よく女子学生が数学はスッキリした性格で均一であるし、解けばきっちり厳密に正しい解答となって返ってくるので好き

だという原因もそこにある。彼女等は物理教育に対しては、計算したかと思うと、実験の話になったり、測定したりし、そうかと思うとやたらと術語の定義が出てきたりして、ゴタゴタした性格で、数学と違ってスッキリと納得し難いという不満をよく持つのである。又、実験や自然現象の面白さで好きになった学生が、大学教養で数学的計算ばかりで不満を持つと先に述べた理由も逆の向きであるが同じく2教科間の特性のギャップに基づいている。（ただし、高校での現実の物理教育が、小・中学校と違って受験用の教育で、公式の暗記や問題への適用という授業も多く、物理の楽しさも、数学の面白さもないもので自然科学への興味関心を失わせている。）

“物理の二面性への対応の要望”

以上詳論したのは、物理教育のもつ二面性こそ自然科学の面白さを示す顕著な例であって、厳密な数を扱う計算法・証明法としての明確で厳密な手法が望まれると同時に、帰納的側面での法則化に必要な近似値計算や、実験観測に対応する複雑な条件下に対する近似解の計算という近似的な数という荒っぽいようでそれなりの規則にのっとった手法も望まれる。また見透しを立て、予想を立てるのに必要な概数計算や確率統計の計算も要望されるのである。

“他教科も含めた要望”

上記のような要望は、物理教育だけでなく現実の現象を解明する使命を持つ、多くの帰納的側面を持つ他の教科、自然の事物を利用して目的物を生産しようとする技術的な教科でも同様であって、数学自体がこの横断的・基盤的役割をよく吟味しつつ、近似値、概数、統計処理等の近似的な数、概数的な数、確率的な数という性格の数にも十分親しみを持たせ、面白味を持ち切実さを理解するように重要な実例に基づく展開を行うことが望まれる。

(c) イメージの扱い・直観的表象の扱いの拡大

江沢洋氏は、朝永振一郎氏について、“物理的な核心をえぐり出し——えぐり出したものをち

密に再構成して物理的対象の描像を、それこそ細密画のように丹念に叙述して……”とも書き、又、“描像の大切なことと、数学的操作の節ぶしで数式から描像の世界に立ちもどり、式の意味を思い出さなければならない”と述べているともいっている。¹³⁾数学者もまた抽象的な論文には仕上げるが、考えている間はかなり具体的なイメージを伴って展開させることも多いともいわれている。

教材というものは、物理教育の場合、本来論理的・概念的・抽象的な学体系的叙述の部分だけでなく、自然現象そのものや、実験観測装置とその操作、その結果発生する現象等についての具体的な事実で雑多な知識の記述も欠くことが出来ない。さらに仮説やモデルや、現象の分かり易い図形的・図式的表現のように、イメージの知識、思考実験型のち密な描像といった知識もまた欠かせない。¹⁴⁾

したがって、3種類の異なった性格の知識をどれも欠落しないようにバランスよく保持しなければならない。更に重要なのは、朝永氏の指摘するように、これら3つの側面を丹念に行ったり来たりしてつなぎ合わせる思考手続きを持つことである。これは決して単なる論理的、概念的、系統的思考では得られないものである。

“描像と認知”

2.(c)で、関数概念、グラフの扱いで、具体的な事象との関連で扱うことを要望した。しかし今まで繰り返し具体的な事象と関連して教材を構成することを述べてきた。したがって、ここではその点については触れない。問題の真の在り場所は、3種類の知識のうち、描像とか図式・イメージという表現で示される知識を用いて考えられることが大切だということである。

具体的な事象・現象・操作の知識と、論理的・系統的な科学的知識とはその知識系の秩序が大きく違っており、両者の媒介者的なイメージ的・描像的な直観的表象という前記両者の性格をある意味で合わせ持つ知識を介して全体として結合するものとする。このことは、認知という

考え方に対応しており、創造的思考の可能な源とされている。重要なことは、媒介者的な図式的知識を重視し、その機能を前面に出すよう検討することである。¹⁵⁾

以上の記述は多少大ざっぱと思うが、認知地図を重視する立場といえる。物理教育においても、日本では、大学教育でこのような点が十分実行されていないということが内外から指摘されている。図式的・イメージ的・描像的な知識は、小・中・高校ではかなり重視され、又、一般的に現在さらに発達しつつある。視聴覚教育的な配慮がそれである。

しかし、ここで強調したいことは、このような描像的教材の扱いと、他の2つの側面、具体的事物教材と抽象的な科学用語的知識との連結についての検討が望まれるということである。そして、物理教育に対応する数学教育についても、同様な事情が内在することを明確にして欲しいと思うのである。

“ブラックボックス問題”

ここまで考察すると、ブラックボックス問題についてもその解答を与えることができる。肯えてこういいたい。ブラックボックスについて豊かな、ち密な描像を描くことこそ必要な事柄である、という仮説の主張である。

ブラックボックス内についての詳細な事実や機構・機能でもなく、大まかな原理的・概念的説明でもなく、適度なメカニズムで生き生きしたモデルとその機能として描ければそれが最も適切でブラックボックス化したことの効果があるといえる。

電卓についてもそうであって、その構造について詳細に知る必要もないが、概念的に小型の電子計算器でこれこれの機能を持つものとし知らずにただ便利がって使用することは望ましいことではない。それが計算用具として使用される限り、ソロバンや計算尺の原理を知って利用したように、電卓の機能やメカニズムについてモデル的に知識を持って使用すべきである。

“物理の学習での2段階と数学教育”

物理教育においては、自然現象、実験観測装置といった事実から出発して、これを適切な座標、モデル、構造として図式化する活動の能力とが第1段階として要求されることになる。次いで、このモデルから数理解釈によって方程式化する作業の能力が第2段階として要求される。思考過程としては、以上の2段階からなる過程の逆に、科学的概念から媒介者である図式的モデルへ、次にそこから実験装置やその配列への2段階過程も当然存在する。

代数的計算、幾何学、解析学、特に解析学を学んでいるから、その教材で図形と計算との結合という目的は十分果たされているという人が居るかもしれない。確かに高校での解析学教材は物理教育にとって大切で有力である。

しかし、数学教育における図式・描像の重要さは、昔からいわれている数学の問題を解く時には、その問題を一たん図式化し、図形の上で考え、又一覧表などの表にして並べて検討するとよく分かるという主張からも分かる。数学においても認知地図的扱いが有効なのだと考える。

重ねていえば、具体的実例を重視してそれを取り上げ、それを事実・事態とし、そこから図式的描像化するところを第1段階として扱い、次にこのモデルから数式化、方程式化するところを第2段階として扱うという学習が加わってはじめて物理教育はじめ他教科との横断的・基盤的な関連が深まるものと考ええる。

5. おわりに

もう一度繰り返すが、物理教育の場で、1つの物理現象を扱うとき、教師側では先ずその現象の本質を表わすモデルを想定していることを忘れてはならない。その上でその各部分を適合した座標系の中に空間的・時間的に配置し、それらの相対的関係を表現するいくつかの方程式を導き、さらにそれらを整理し、上記のモデルのより詳細な構成・肉付けを図る、というような具体的手順をふむことになる。

教える側は、目標とするものをモデルとして

持って、順に枠組みから、つまり座標系の選定（あまりあらわでないこともあるが、暗に選定している）とか、主たる装置、又はその簡略化した図形とかから話し始めるのに対して、学習者の方は、目標とするモデル（その現象・事態の本質を表わすもの）は全く分かっていないまままで出発することになる。学習者が数学的知識や理解が、この物理現象の時空的構造、法則、定量的特性の理解を可能にするような柔軟性を持てば、はじめは目標モデルを知らなくても、学習の中でこの現象の本質的構造・機能を、次第に、あるいは瞬間に洞察的に了解し、同時に数学的諸要素なスッキリした手順で次つぎと統合され、目標モデルも、又それが実現されるまでの過程も納得される、というのが普通の学習過程である。

物理教育の研究で、今最も知りたいことの1つは、どんなプロセスをたどれば、順次上記の総合的過程が実行されるのか、あるいはどうすれば目標モデルの確実な把握まで、はじめの興味関心を持続させられるのか、時間的経過の中でそれを妨害する要因は何であるか、スキナーのいうようにそのステップの困難度が高すぎるからなのか、ということである。

すでに数多くの物理教材のデータベースは用意されていると仮定しよう。今ここで問題にしていることは、教材の方にも問題は残っているであろうが、特に問題としたいのは、そこから何を必要とし、どんな順序によって選択するか、また選択されたものをどういう原理で配列し、推論構成力や展開能力をどう使って解決へ到るかということである。

もちろん、教材の方も、多数の具体的事象や装置の姿、そのバリエーションを、図形的なものなら方向やサイズや詳細・簡略のバリエーションや構造の特性、科学概念なら上位・下位・関係、法則なら対応した各種の段階のモデルの対応とか、それなりの準備がされているものと考ええる。もし未だなら教材の方も研究が必要である。

ところで、前記の解決への過程には、定量的・図形的な構成が重要であり、特に数学教育との密接な協力関係を築き上げる必要性を感じ、それを期待しているのである。しかも、実際は教師の立場だけでなく、それぞれの学習者の構成力や目標モデル把握までのプロセスは千差万別であるし、その所要時間にもかなり差があるので、そのような多様なプロセスを再現できるシミュレーションを考えなければならないからこのことはそんなに簡単なことではない。それだけに数学教育の立場からの強力な示唆と協力を期待したいものである。

なお、本小論作成に当たり、岐阜大学教授後藤忠彦氏より多大の御教示を得た。ここに厚く感謝の意を表する次第である。

文 献

- 1) 大塚明郎、他：物理と数学との関連について（研究討論会）、物理教育学会誌、Vol. 24, 1976, P. 220
- 2) 中島健三：算数・数学教育と数学的な考え方—その進展のための考察、金子書房、1981, P. 132, P. 159
- 3) 石原敏秀：物理教育の立場からの数学教育への提言、日本科学教育学会第6回年会論文集、1982, P. 33
- 4) 石原敏秀、森幸雄：物理教育の立場からの数学教育への問題提起、科学教育学会誌 Vol. 7, 1983, p. 23.
- 5) 三輪辰郎：高校における物理と数学の関連のために、物理教育学会誌、Vol. 24, 1976, P. 234
- 6) 北村静一：高校物理教育と数学との関連、物理教育学会誌、Vol. 25, 1977, P. 33
- 7) 池部晃生：Courant の警告、科学、Vol. 50, No. 10（特集：数学と物理学の接近）、1980, P. 605
- 8) R. クーラン、D. ヒルベルト著、齊藤利弥、丸山滋弥訳：数理物理学の方法 1. 東京図書、1962, P. 1
- 9) 広田敬一：指導内容の統一と教材の精選——電卓を用いた指導を通しての考察——、数学教育学会誌、Vol. 58, 1976, P. 18
- 10) 坂元健一：電卓を利用した学習指導の一考察、数学教育学会誌、Vol. 58, 1976, P. 15
- 11) 徳峯良昭：電卓によるシミュレーション、数学教育学会誌、Vol. 57, 1975, P. 19
- 12) 美島文子：物理の授業とポケット電卓使用の功罪——ボタン戦争、物理教育学会誌、Vol. 27, 1979, P. 6
- 13) 江沢 洋：失われた物理的感受性、科学、Vol. 49, No. 9, 1979, P. 537
- 14) 依田 新（監修）：新・教育心理学事典、金子書房、1979, PP. 34～36, PP. 49～50, PP. 169～170, PP. 308～311, PP. 557～559（他の文献は略した）
- 15) 同 上、PP. 522～523, PP. 627～630（同 上）