

確かな論理を創り出す生徒を育成するための数学的ライティング指導の在り方

加藤由香*1・加藤直樹*2・岩田恵司*3

数学教育において今日的課題となっている「論理的に物事をとらえ、筋道立てて考え、とらえた仕組みを表現する力を育てる」ために、どのような指導の在り方が必要なのかを検証した。筆者は数学教育において育成すべき中核的能力を「確かな論理を創りあげる力」ととらえた。結果としての論理を理解するのではなく、過程としての論理の形成に焦点をあて、生徒に論理的思考プロセスを意識化させ、そのプロセスを省察することで、矛盾や飛躍、順序等の内在を確認し、これを「確かな論理」へと修正する能力が「確かな論理を創りあげる力」である。教科の本質をとらえた上で、さらに効率的にこの力を育てるために、最も中核的で重要な活動として“ノート記述（かくこと）”に焦点をあて、数学的ライティング指導の在り方について検証した。

〈キーワード〉 数学教育、数学的ライティング、論理的思考

1 はじめに

論理的に物事をとらえ、筋道立てて考え、とらえた仕組みを表現する力を育てることが今日的課題となっているが、筆者の勤務する岐阜大学教育学部附属中学校では、この力を育てるために、平成17年～平成20年に「確かな論理を創り出していく生徒の育成」という研究主題を掲げ、日々の授業実践に取り組んできた。筆者は数学において育成すべき中核的能力を「確かな論理を創りあげる力」と考えている。数学における論理を「数・量・形の仕組みを導き出すまでの考えや考えの進め方」と定義すると、「確かな論理を創りあげる力」とは、結果としての論理を理解するのではなく、過程としての論理の形成に焦点をあて、生徒に論理的思考プロセスを意識化させ、そのプロセスを省察することで矛盾や飛躍、順序等の内在を確認し、これを「確かな論理」へと修正する能力であると考える。

今日的課題に対し、充実した数学教育を行う際に、最も重要なことは、教材の本質を見抜き、正しく教材をとらえた上で、授業に取り組むことである。学習形態や学習環境が変化しても、数学の本質に関わる不変の内容を正確にとらえることが、数学教育の大前提である。

筆者は、この教科の本質をとらえた上で、さらに効果的に「論理的に物事をとらえ、筋道立てて考え、とらえ

た仕組みを表現する力」を育てたいと願った。そこで、その本質である考えをどのように進めていくのかという“考えの進め方”に焦点をあてた。そしてそのために、これまでの指導や取り組みの成果を明らかにすることによって、今日的課題に対する指導の在り方に関する知見を提供することが必要であると考えた。

そして筆者は、中でも“ノート記述（かくこと）”に焦点をあてて指導成果についての研究を進めた。「論理的に物事をとらえ、筋道立てて考え、とらえた仕組みを表現する力」をつけるために、“ノート記述（かくこと）”が最も中核的で重要な活動だととらえるからである。

一般に、ノート記述に対する生徒の認識の多くは「キレイにまとめること」に価値を認める傾向にある。これは後からノートを見直す際に、そこまでの学習が振り返りやすいという利点がある。しかし、実際に授業で利用したノートが反復練習の効果的な材料になっているかといえば、疑問が残る。そこで「論理的に物事をとらえ、筋道立てて考え、とらえた仕組みを表現する」学習活動プロセスをノート記述において可視化することでこそ、学習を振り返り、学習者相互で思考プロセスを共有した交流を実現し、繰り返し学習する基本的な場として位置付けることができるものと考え、ノート記述における指導と成果を明らかにすることに焦点を当てた。

*1 岐阜大学附属中学校

*2 岐阜大学総合情報メディアセンター

*3 岐阜大学教育学部

2 研究の目的と方法

論理的思考プロセスを獲得させるための指導では、「根拠を明らかにして順序よく考え、より簡単に、より明確に、いつでもいえるように洗練された考えや考えの進め方を創り出すこと」を生徒に意識化させる必要がある。「より簡潔に」「より明確に」「いつでもいえるように」という3つの観点は、数学における教科の本質に係るものとなる。

中島(1982)は、数学は「抽象性」「論理性」「形式性」を主要な特性としてもっている学問であり、この特性は、数学が一定の価値に基づいて長い時代にわたって追究されてきた結果として必然的に備わったものであるとし、この3つの特性の基盤になる価値観として、「簡潔」「明確」「統合」の3つがその原動力として関わりを持っているとしている。すなわち、「より簡潔に」「より明確に」「いつでもいえるように」という論理的思考プロセスを省察する3観点は、「簡潔」「明確」「統合」という価値観に対応するものとなる。筆者の勤務校でも、この一定の価値観が、「簡潔」「明確」「統合」の3点となると考えてきた(研究紀要2006,2007,2008,2009)。この3つの価値観に対応して、自らの論理的思考プロセスを省察する3観点の指導を継続することで、数学において育成すべき中核的能力を獲得させられると考えるからである。

本研究では、これらの教科の特性もふまえ、数学的ライティングを「数・量・形のしくみを導き出すまでの考えをノートに記す学習活動およびそれによって表現されたもの」と定義し、確かな論理を創り出す生徒を育成するためにどのような数学的ライティングの指導をすべきなのかを検証することにした。これまでの指導を“数学的ライティング”の視点から見直すことで、今日的課題とされている「論理的に物事をとらえ、筋道立てて考え、とらえた仕組みを表現する力を育てること」に対する指導の在り方を明らかにすることが、本研究の目的である。

そこで第1に、確かな論理について再考し、問題意識の中にある、論理的に物事をとらえ、筋道立てて考え、とらえた仕組みを表現することとどのように関わりをもっているのかを導き出すことで、ノート記述における“かく”活動の数学的ライティングとの関係を明らかにした。そして第2に、これまでの授業実践から数学的ライティ

ングが変容する学年段階を、ノートを検証して明らかにするとともに、その変容の様相を授業実践におけるノート記述を分析して明らかにした。これらの変容分析により、指導による成果の検証を試みた。さらに第3に、ノート指導を3カ年継続指導した時点における生徒の意思調査を実施し、数学的ライティングの指導が生徒の意識にどのように定着し、持続性をもつものかについて検証した。この際、学力状況調査等の結果を加味して論理的思考の指導成果についても分析を試みた。

3 論理的な記述指導の方法に関わる検証

論理的思考を紙面に形で残すとき、その表現方法は、多様に存在する。しかし、その傾向を長期的に観察していくと、文章記述による表記(図1)と図式化した表記(図2)の2通りに分けられるととらえる。図1は、中学校第1学年「文字と式」の学習におけるノートの具体である。

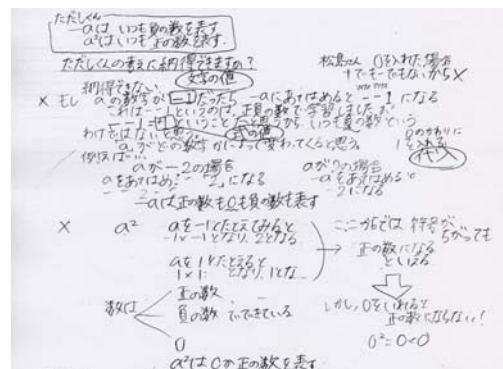


図1：文章による表記

自分の思考展開を文章を中心として表現している「文章記述形式」の生徒のノートである。文章で筋道立てて説明するため、「もし」「例えば」などといったキーワードが自然に生まれ、それらを活用しかかっている。自分の思考の順序のみが記述の形態を決めているため、論理形態は一方向であるにとらえられる。また、仲間との交流を通して、深まった内容は、後から書き込まれているが、一通り順序だてて文章でかいた記述には、加えるスペースがうまくとれないため、空いている場所にメモしている。自分の論理と仲間の論理のつながりを記述しきれない様子がある。

それに対して、自分の思考展開を、矢線などを用いて、構造的に表現している生徒のノートが図2である。

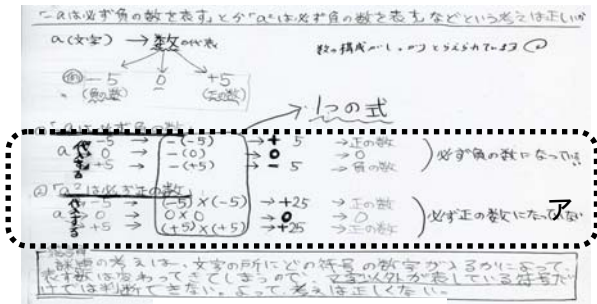


図2：図式化した表記

例えば、図中アの部分に着目すると、横軸は、 a に何を（正の数、0、負の数）代入するのかが示され、その代入の過程から結果までが表現されている。それに対し、縦軸は、代入の過程の段階をいくつかに分け、同じ段階でどのような違いが生まれるのかが比較できるようになっている。このように構造的に表現することで、縦軸と横軸が生まれ、論理形態を2次元とすることもできる。また、仲間との交流を通して、深まった内容は、文章記述形式同様、後から書き込まれている。そして、新たに加わった考えと、そこまでの自分の考えのどこどこが繋がっているのかを、線や矢線でつなぎ加えている。そうすることで最終的にはこれまでの思考が図式化してまとめてられ、一つの論理が確立している。これらの記述方法の特徴を表1のように整理した。

表1：記述方法の違い

	文章記述形式	グラフィティカルライティング
論理形態	一次元（線形で思考）	二次元（平面で思考） ⇒関係性の整理を伴う記述
記述に要する時間	長時間に思考の順序通りにかく。	短時間で論理の要素をかく。
論理展開	キーワードを活用する。	矢線を使う。配置を工夫する。

なお、検証は「発達段階における記述方法の習得の変化」と「記述に現れる論理展開」の2つの視点から行なった。

(1) 発達段階における記述方法の習得の変化

ある一人の生徒の3年間のノート記述（図4～図7）の変容を追う中で、発達段階とどのように関係しあっているかを検証した。その結果、中学校第1学年の初期の段階では、キーワードの活用を重点的に行うことで、思

考の順序性が表現できるようになった。次に矢線や下線の利用の仕方を指導することで、思考の論理要素に着目したグラフィティカルライティングの記述に変容していくきっかけを与えていることが分かった。具体的にある生徒Aの3年間のノートを変容に着目して分析すると、以下の①②③④のように整理できる。

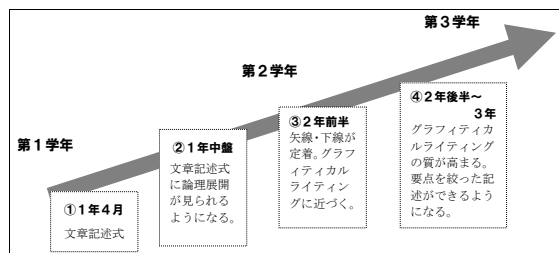


図3：発達段階における一般的な記述変容の傾向

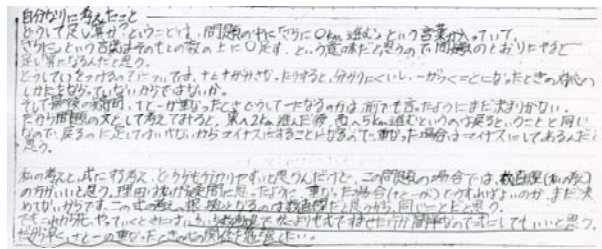


図4：第1学年前半の生徒Aのノートの一部

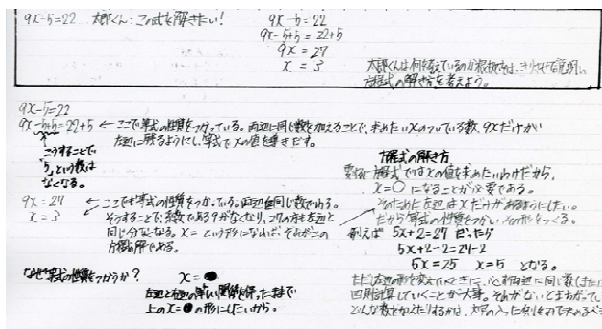


図5：第1学年後半の生徒Aのノートの一部

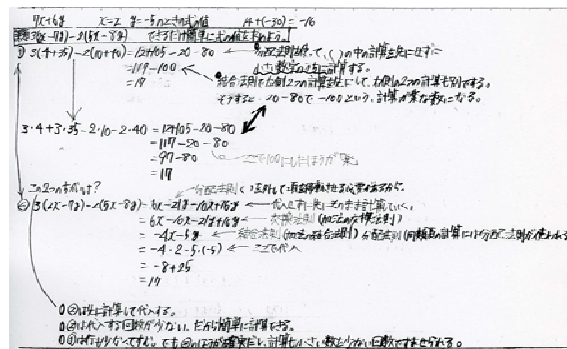


図6：第2学年前半の生徒Aのノートの一部

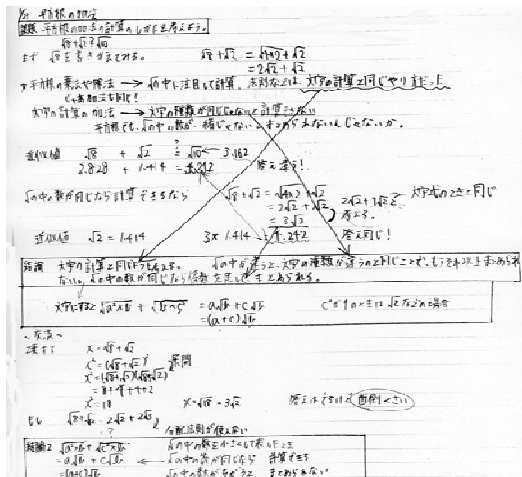


図7：第3学年の生徒Aのノートの一部

中でも一番記述の変容が大きかったのは①から②への変容である。そこで中学校第1学年のノート記述に焦点をあて、ある同一1学級の記述の変容を分析した。表2は、第1学年の4月と7月のノート記述を「文章記述形式」か「グラフィティカルライティング」か、で評価し集計した結果である。

表2：中学校第1学年 同一1学級における記述の変容

調査時期	文章記述形式	グラフィティカルライティング
平成20年4月	35/40人中	5/40人中
平成20年7月	18/40人中	22/40人中

特に中学校第1学年は、算数から数学への内容の専門性の高まりが大きくなるため、入学当初から、これらの記述指導を継続的にすることが、論理的に物事をとらえる能力を高めることにつながったと考える。

(2) 記述に現れる論理展開

ある単元のある1時間のノート进行分析し、授業展開案と照らし合わせる中で、どのように論理が確かになっているのか、手立てと表記にどのような関わりがあるのかを検証した。図8は、第2学年「平行と合同」の単元において、多角形の内角の和が $180^\circ \times (n-2)$ である根拠を明らかにする授業における生徒Bのノートである。

これを考えの変容に着目して分析すると以下のようである。

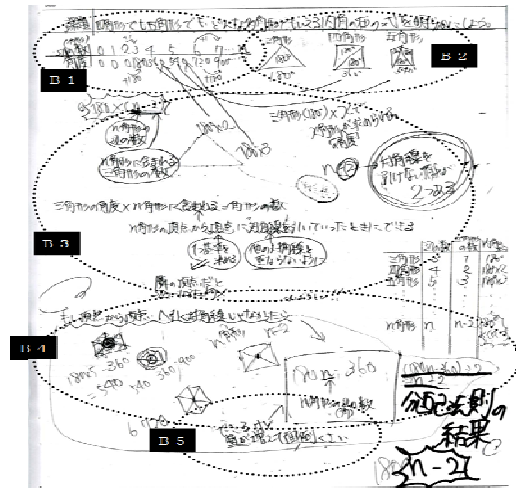


図8：「平行と合同」第4次における生徒Bのノート記述

B1→B2

関数から図形へと考え方を広げている。ノート上には、それらを線や矢線でつないでいるが、そこには「はじめに」「次に」という順序性を表すキーワードが使われていない。しかしこれは、表現を簡略化したものであり、それらの言葉の意味含まれている。そこで使われるようになったのが矢線であり、限られた時間を有効に活用できるようになってきている。

B2→B3

推論が帰納から演繹に移り変わる場所である。一般化し、その式の意味を1つ1つ解説している。「いつでもいえる」というキーワードが使われるときである。

B3→B4

「もし…だったら」このキーワードは、条件を変化させることができる。変わっても、変わらないこと。そこに数学で大切な数学的な見方や考え方が含まれている。B3までは、頂点から対角線をひく場合にのみ考えてきたが、このキーワードを用いて、補助線の条件を変えて考えを進めることで、より一般性を強調することができた。

B3・B4→B5

B3とB4の考え方を比較し、より簡潔な考えはどちらなのか、見直している。比較によって価値にせまった考えを見つけることができている。

このように論理を創る部分を見ても、B1→B5に向かい、確かなものになっていることが、具体的にわかる。

このように50分の単位時間における論理の変容を検証すると、やはりキーワードの活用や矢線・下線の活用が

確かな論理をつくる上で有効に働いていることが明らかになった。グラフィティカルライティングの表記になることで、限られた時間の中で、自分の論理の変容が複雑になっても形に残すことが可能となり、複雑な変容を構造的に整理できる。

4 話す活動とかく活動との関わりの検証

数学の学習活動は作業的分類し、筆者は、「かく」活動に焦点をあてて研究を進めたが、「かく」活動は、独立して存在しているわけではない。中でも「かく」活動は「話す」活動と密接に関係し合い、影響を与えあっていると着想した。そこで、数学的ライティングが「話す」活動に、そして「話す」活動が数学的ライティングに、どのように関係し合い、どのように高まっていくのかを具体的実践事例をもとに検証した。「かく」活動が主になる活動は、「個人追究」、「振り返り」である。また、「話す」活動が主になる活動は、「小集団交流」である。つまり、「かく」活動の途中に、「話す」活動が存在するため、「小集団交流」においてどのようなやりとりが行われたのか、自分の論理がどのように修正・強化されたのかが、記述の中に表出してくると予想される。

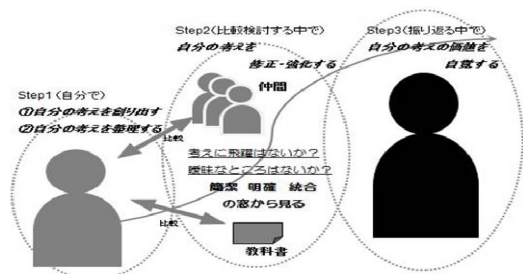


図9：交流活動のあり方

そこで具体的な一単位授業の交流でのやりとりと、そのときのノート記述とを比較することで、「話す」活動と「かく」活動の相互関係を検証していった。

交流活動の目的は、自分の考えと仲間の考えとを比較することで、自分の考えを自己評価すること。そして自分の考えを修正・強化することである。このように、生徒同士、もしくは生徒と教師が「話す」活動を通して、確かな論理を築いていくことができると考える。

このような意図のもと、交流を経て、生徒Bの論理は確かなものになっていった。また、これらの話す内容が、

ノート記述にどのように表れているのかを図8と比べながら細かく見ていくと、話した言葉のままではないが、会話の内容と、ノート記述には必ずつながりがあることが読み取れる。また、授業終末の振り返り文章とのつながりも明確となった。

表3：生徒Bを取り巻く交流の実際

時間	会話内容
小集団交流開始	① C: 僕は、四角形とか五角形とかに補助線を入れて、三角形にわけて考えて・・・えっと、こういう風に四角形は三角形が2つできて、五角形は3つできて・・・それでどんどんやっていると、いつも何角形の何に入る数より2少ないから、n角形の場合は三角形がn-2個できるから、 $180^\circ \times (n-2)$ で表せれると思います。
	② B: 僕も同じで、それをどんどんやっていると、こういう表に表せて、○角形の○に入る数が1増えると、それに対して、角度の和は、 180° ずつ増えていっていることが分かるよ。
	③ D: なんで2少なくなるの？2って何？
	④ B: 図をかいてみれば、2少ないやん。
	⑤ D: でも、 $180^\circ \times (n-2)$ の 180° は三角形の内角の和で、nはn角形の辺の数でしょ。で、2はどうやって説明すればいいの？
	⑥ C: え・・・だって・・・
	⑦ 教師: n-2は何を表しているの？
	⑧ B: 多角形に含まれる三角形の個数
	⑨ 教師: nは何やった？
	⑩ B: 多角形の辺の数
	⑪ 教師: nは頂点の数とも同じになるけど、なんで辺の数と考えるんやった？・・・(続く)

「考えること」「聞くこと」「話すこと」も、ともに形になって残らない特徴がある。しかし、これらの活動によって整理されたものはノート記述に表出していることが、分析の結果明らかになった。つまり、「考えること」「聞くこと」を外に表出した「話すこと」の充実度は、「かく」活動の充実度とつながりを持つ。そして、逆に「かく活動」に焦点を当てることで、他の活動の充実度を図ることができることも明らかとなった。また交流において活用したキーワードは、ノート記述で意識するキーワードと同様の言葉とした。そうすることで、論理を創り上げる観点から見たとき、一貫性を保つためである。そして「キーワードを用いた話し方の指導」や「意図的に仕組んだ交流活動」は、学習者間で論理的思考のルールを共有でき、数学的ライティングの質を向上させることが可能となることが検証できた。

5 授業終末の振り返り文章のあり方と数学的ライティングとの関わりの検証

自分がどのような論理を創り、何が足りないのか、確かな論理とするために、この先どうしていくべきなのか。このように自分で自分自身の論理を客観的に把握し認識することが、論理を確かにしていく上で必要である。

数学教育学においてメタ認知は、自分自身の認知的活動をモニターしコントロールする能力であるとして、今日まで活発に研究が進められてきている(加藤, 2002)。メタ認知的活動の特徴は、自分の活動を対象とする点(Flavell, 1976)と、自分の活動と同時並行的に行う活動であるという点(清水, 山田, 1997)である。したがってメタ認知は、通常の認知的活動に対してより高次な活動であり、さらに自己評価能力の一端を担うものであるといえる(加藤, 2002)。このように現代において、メタ認知能力の育成は、教育とくに学校教育において、特定の教科教育を超えた重要な課題の1つとなっている。単位時間の授業において、このメタ認知能力を最も働かせる場面が授業終末におこなう振り返り文章の記述であると考えられる。

またノートの論理展開は、思考を文章で記述していく「文章記述形式」と、思考を図式化してまとめていく「グラフィティカルライティング」とに分類したとき、筆者は、グラフィティカルライティングのできる生徒を理想とすることを述べた。グラフィティカルライティングを意識することが、論理全体から部分に焦点をあて、確かな論理を創り出すことに直結すると考えるからである。しかし、グラフィティカルライティングには、問題点もある。それは、論理をパーツにわけ関係性を整理できる力はつくが、自分の中の整理でとどまり、文章記述によって他者に論理を伝える力が弱まるということである。数学という教科の究極の姿は、数学の用語を用いながら、簡潔に誰もが納得できる論理を創り、伝えることである。つまり、グラフィティカルライティングにとどまっていたら、本来教科数学で必要とされている力をつけることができない。

そこで、この問題点を解消するために、授業終末に学びの深まりを文章で記述することとした。50分の単位時間において、自分の論理がどのように深まっていったのか、改めて書きとめることで自分を客観的に評価していくこともできる。評価は数学の価値観である“簡潔・明確・統合”の視点で行う。そうすることで、確かな論理

を自ら創り出していける生徒が育成できると予想し、ある一つの単元の中の生徒の振り返り文章を中心とした数学的ライティングの変容に焦点をあてて検証した。これは、中学校第3学年「平方根」の単元において毎時間の振り返り文章を5段階評価していき、その学級内平均評価数値を8時間にわたって追ったものである。

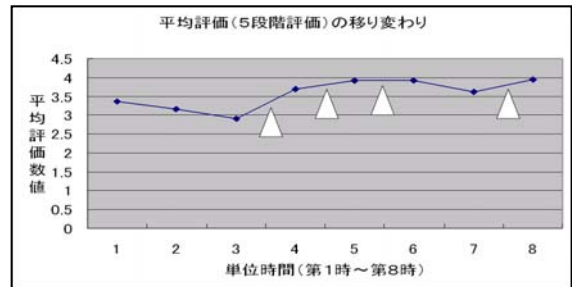


図10: 5段階平均評価の移り変わり

図10のグラフでは上昇を示す箇所には△印を付した。第4, 5, 6, 8時の評価に上昇が見られ、その原因を振り返ると、ここでは、ノートの書き方やその内容に関する数学通信を生徒に発行していた。つまり数学通信を発行することで、全体の質が高まる傾向があることが読み取れる。これは、何を、どのように進めていけばいいのか、目指す姿が明確となることが原因と考察される。数学通信は、その内容によって2つに分類される。それは、発行の目的の違いによるものである。学習内容を促す通信は、数学の本質的な内容に関わる。どんな数学的な見方や考え方が大切なのかを改めて説く通信である。(図11)

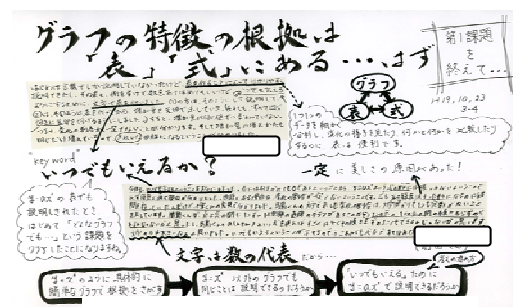


図11: 学習内容を促す数学通信

学習の進め方を促す通信とは、論理をどのように展開していけばよいか、その方向性を指し示す通信である。(図12)

数学の価値観である“簡潔・明確・統合”の視点を常に意識させる数学通信や教師の朱書きによる手立てが、



図 12：学習の進め方を促す数学通信

生徒の論理のつくり方の方向性を示すこととなった。

また、さらにある 1 時間に絞り、個々の質的な内容の変化に着目した。結論を内容によって分類したとき、1 学級の生徒の結論がどこからどこまで深まったのかを分析すると以下の図 13 のようである。(A ほど質の高い結論である。)

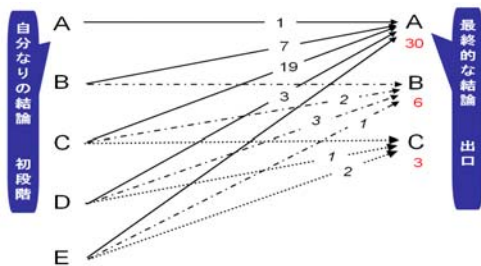


図 13：結論の移り変わり

個々の力に差があるものの、どの生徒も自分の論理が確かになっていった。そして「かく」ことでその過程が確実に形に残っていった。論理を構成する上での記述部分にももちろんその変容は現れるが、振り返り文章には、変容のきっかけやそのときの感情までもがより鮮明に残る。改めて自分の論理全体を客観的に振り返ることで、自分の論理の進化を感じることができるところに、振り返り文章をかく価値がわかり、効果的な活動であると考察できる。

6 3年間の継続指導の成果の分析と検証

筆者の勤務校では、教科指導における考え方を統一し指導していることや、ある集団を、中学校第 1 学年～中

学校第 3 学年まで継続指導できる環境から、継続的指導の成果を分析することが可能となった。

よって、3 年間の継続指導がどのような変化を生むのかを「学力状況調査」「ルーブリックの作成と評価」「アンケートによる意識調査」から分析し検証した。

(1) 学力状況調査

平成 20 年度全国学力・学習状況調査は、小学校第 6 学年及び中学校第 3 学年の原則として全児童生徒を対象に、平成 19 年 4 月 22 日に実施された。この調査は、各児童生徒の学力や学習状況を把握し、児童生徒への教育指導や学習状況の改善等に役に立てることなどを目的としており、本研究における数学的ライティングの授業の成果についての考察が可能と考えた。また、全国統一の調査であることから、客観的に成果を分析できるという利点がある。しかし、人を特定する分析ができないという制約がある。そこで、このような制約から集団としての傾向の分析にとどめることとした。

評価の観点に着目してみると、数学的な見方や考え方（全国+17.6%）、数学的な表現・処理（全国+9.5%）、数量・図形などについての知識・理解（全国+5.4%）という結果が読み取れる。数学的な見方や考え方の定着が他の観点よりもすぐれていることが分かる。数学的な見方や考え方は、数学の知識を利用し、表現・処理の能力を使って、考えを進めていく必要がある。つまり、知識の詰め込みや形式的な表現処理にとどまらず、数学の本質的な考え深める必要がある。数学的ライティングは、知識の詰め込みや形式的な表現処理だけでは成立する学習活動ではない。よって数学の本質的な考え深めることに役立っていることが考察される。

(2) ルーブリックの作成

ルーブリックとは評価基準のことである。絶対評価を行うための「ものさし」と考えると分かりやすい。誰が評価してもほとんど誤差がなく、評価が一致し、誰もが納得できる基準である。ルーブリックという具体的な評価基準を設けることで、最大の効果は、生徒が自らの論理を自覚し、より高い次元を目指そうと意欲的に学ぶことを可能とするところである。また、ルーブリックを生徒にも理解できる言葉に置き換えて、授業の際に明確に提示することで、生徒は明示された基準を受けて、論理づくりの方向性を明らかにすることができる。そして目

標に到達するために生徒は懸命に努力することが可能になると考えた。

本研究では、単元終末に行う「単元のまとめ」におけるルーブリックを作成し、それをもとに評価を進めていった。「単元のまとめ」とは、単元終末の総合評価の一つの場面である。図14は、中学校第3学年「相似」の単元を終えたときの、実際の生徒の単元のまとめである。

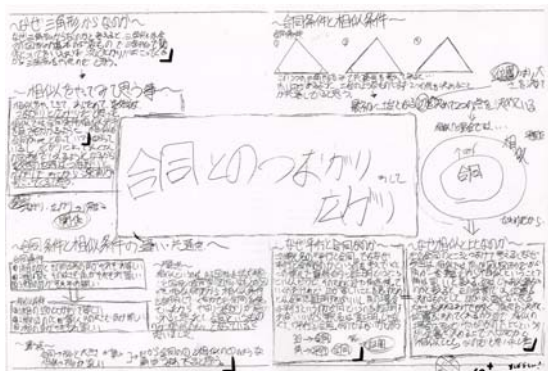


図14：単元「相似と比」における単元のまとめの一例

その単元の中での、大切な数学的な見方や考え方に焦点をあて、テーマを設定し、そのテーマにそって考えを記述していく。例えば図14の単元のまとめであれば、この単元で学習した相似と、全学年で学習した合同とを関連付け、その関係性をテーマとしている。そして、以下のような数学的な見方や考え方を正しくとらえることができている。

- ア：三角形が多角形の最小単位であり、すべての多角形が三角形をもとにしていること。
- イ：相似な図形のうち、相似比が1：1になる特殊な場合が合同な図形であること。
- ウ：図形を構成する要素は辺と角であること。
- エ：「相似と比」「平行と合同」という単元名の理由。
- オ：図形は“形”と“大きさ”によって決定し、形と大きさの両方が等しい2つの図形は合同であり、形のみが等しい2つの図形が相似であるということ。
- カ：ある特定の図形のみならず、条件を満たした一般的な図形を想定し説明していること。

このような数学的な見方や考え方がどれだけ身についているかを評価していく。この活動は、毎回の単元終了時に行っている。そしてどの視点で単元のまとめを評価するかは、単元の最初に作成した単元構造図の中の“大

切にしたい数学的な見方や考え方”に基づいている。また既習内容とのつながりから、関係しあっている内容の包含関係を捉えることを通して、系統性を実感することができるのも、単元のまとめのよさである。このように、基礎的基本的な学習内容を瞬間で捉えるだけにとどまらず、他の単元の学習内容との共通点・相違点から、つながりを明確にし、関係性を考え記述することができる。そのため、単元のまとめを作成することは、論理的思考力を高めることにつながる。

筆者は、4年間にわたり、年間19の単元のまとめを評価してきた。軸となる数学的な見方や考え方に関わる記述が、どれだけ単元のまとめの中に組み込まれているかを評価していったのが、これまでの方法である。それらの評価の中で、評価の基準は定まっていたが、誰にも正しく伝えられる評価基準となるような整理はされていなかった現状にあった。そこで、この単元のまとめにおける評価基準を改めて整理し直すことで、単元の出口となる求める生徒像をより明確にすることをねらいとし、観点を4つに分類し、表4のようなルーブリックを作成した。これまでは、ルーブリックの4つの観点の中の“要点的列挙と明確化（学習した数学的な見方や考え方）”を評価の中心においていたことになる。しかし、数学的ライティングの研究より、これまでの評価の視点を修正・整理すると、“構造的な表現（・まとまりと順序関係・矢線による関係表現・主張の明確な表記）”“論理展開（・根拠・条件・既習内容・簡潔・明確・統合の視点）”“数学的表記（・用語・式・図などの適切な使用）”が加わり、4つの視点であることが明らかになった。

またこれを使い評価をし直してみると、従来の評価と新たな評価との関係が明らかになってきた。ルーブリックを用いて、数と式領域の「方程式」に関わる単元を再評価し、従来の評価との相関を求めたところ0.93となり、高い相関が認められた。これにより、従来の評価においても数学的ライティングを評価してきたと考えることができ、ルーブリックを用いることで、生徒にも評価基準を明確に示すことが可能となると考える。

（3）アンケートによる意識調査

教師の意識は、生徒にどれだけ、どのように伝わっているのかをはかるために行った。中学校3年間の学習を終えた生徒を対象に、意識の変化やそのきっかけを問う

表4：ルーブリック（評価基準）

評価 (1 低→ →5 高)	1	2	3	4	5
構造的な表現 ・まとまりと順序関係 ・矢線による関係表現 ・主張の明確な表記	・事実が列挙のみされている。 ・関係を表す矢線はまったく用いていない。 ・単元の一部をまとめることができる。(主張は弱い)	・表記する事実の順序を考えて書かれている。 ・関係を表す言葉などを用いて関係性を示しているが、矢線は用いていない。 ・単元全体を見渡し、全体をまとめることができる。(主張は弱い)	・事実のまとまりが分かりやすく表記されている。 ・一部に矢線が用いられている。 ・事実とともに、主張が表記されている。	・事実のまとまりが分かりやすく表記され、そのまとまりどうしの関係が表記されている。 ・矢線を用いて、事実や根拠のつながりを表記している。 ・主張が明確である。	・事実のまとまりが分かりやすく表記され、そのまとまりどうしの順序関係が正しくとらえられている。 ・主張からまとめる展開し、矢線で構造の関係を示している。 ・簡潔・明確・統合の視点で、主張が明確である。
論理展開 ・根拠 ・条件 ・既習内容 ・簡潔・明確・統合の視点	・単元で分かった事実を書き出すことができる。 ・既習内容とのつながりが見えていない。 ・加えられた条件や、これまでの学習の条件との違いは分からない。	・単元で分かった事実を、順序良く書き出すことができる。 ・既習内容とのつながりを意識していることが読み取れる。	・事実と根拠に含まれる根拠に焦点をあてようとしている。 ・既習内容とのつながりを示すことができる。 ・新しく加えられた条件や、これまでの学習内容より広範囲をカバーしている。	・事実と根拠を分類して表現することができる。 ・既習内容とどこで、どのようなつながっているのか、正しくとらえられている。 ・ある具体例だけではなく、多数の例を用いて、そこにある共通点から論理的に説明することができる。	・根拠の説明の文章から、さらに根拠になる用語に焦点をあて、色や下線を用いてわけ、簡潔にとらえることができる。 ・既習内容とのつながりを簡潔・明確にまとめることができる。 ・原理・原則に関わる内容は、一般化して説明することができる。
数学的表記 ・用語・式・図などの適切な使用	・正しい言葉や式、図などを使って説明することができる。	・教科書にある用語にこだわりを持って使うことができる。	・正しい用語を使い、順序立てて表記できる。	・図・式・言葉などを、状況に応じて選択して使い、簡潔にまとめることができる。	・図・式・言葉などを、状況に応じて選択して使い、流れを意識して簡潔にまとめることができる。
要点の列挙と明確化 ・学習した数学的な見方や考え方	・単元でとらえなければならない数学的な見方や考え方にまで迫っていない。	・単元でとらえなければならない数学的な見方や考え方の一部をとらえることができる。	・単元でとらえなければならない数学的な見方や考え方のうち、軸となるものをとらえることができる。	・単元でとらえなければならない数学的な見方や考え方が正しくとらえられている。	・単元でとらえなければならない数学的な見方や考え方が正しくとらえられている。

徒の意識のつながりがあったと考察できる。

②かくことに対する意識と学力との関係

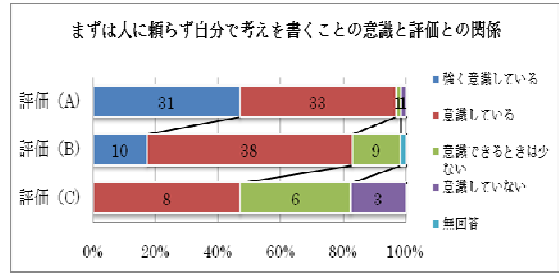


図15：人に頼らずにかくことと評価との関係

図15より、人に頼らずまず自分の考えを書くことを強く意識している生徒ほど、評価もよい(A:上位群, B:中位群, C:下位群)ことがわかる。これらの生徒は、自分の論理を構築することを目的としているため、納得のいかないことに対する妥協を許さない学習姿勢が見られる。ゆえに、教科書、ノートなどさまざまな資料を参考にしながらも、まず自分なりに課題に対する結論をつくることにこだわる。現在の指導方法は効果的な方法であると考察できる。

7 成果と課題

中学校3年間の学習過程は、義務教育最終の3年間であり、生徒の発達は心身ともに著しい。この時期に、評価の基準を明確にし、方向性を統一した指導を継続することは、生徒の論理的思考力を高める上で、効果を示し、社会での今日的課題に対する一定の知見を提供できるものであると考察できた。

筆者の勤務校における教科担任の教科指導に対する考え方が統一され、個々の個性を生かしながらも、指導のスタンスを統一できている環境がこれらの成果を生み出していることが、具体的な事実とともに明らかとなった。また、考えや考えの進め方は、必ずノート記述に表出していることから、論理を形に残すことができる“数学的ライティング”に焦点をあてた指導の有効性が明らかとなった。

しかし、教師が常に細部まで生徒の評価をしていくことには、限られた時間の中で限界もある。例え丁寧な評価ができたとしても、これらをさまざまな環境に適応していく方法にするには、さらに効果的かつ効率的な指

ものとした。また、数学的ライティングの結果と意識との関係をとらえられるような調査とした。その中で、いくつかの結果から考察していく。

①ノートの質の高まりの意識

3年間の学習を振り返り、最もノートの質が高まったと実感している時期を各学年の前期・後期の計6期に分けて回答させた結果は、表5のようである。

表5：最もノートの質が高いと実感した時期

	中1 前期	中1 後期	中2 前期	中2 後期	中3 前期	中3 後期
平均値(%)	10.6	3.5	5.7	20.6	29.8	29.8

中学校第1学年から中学校第3学年に向けて、少しずつ、そして確実にノートの質が向上しているという実感が高まっている。願う生徒像や指導方法などを担当教師が共通理解し、「確かな論理を創り出す生徒の育成」のために継続指導を行ってきたことが、生徒のノート記述の充実度にもよい効果をもたらしている。つまり教師と生

導として実現していかなければならない。そのため、生徒自身の評価基準をさらに明確にしていくことが必要ではないか。生徒が正しい基準を持つことは、自らの論理的思考力を高めるとともに、生徒自身が学びの充実感を持つことにつながると考える。このような考察のもとに、今後は、単元のまとめ以外の学習場面においてもルーブリックの作成、実践、検証を行っていきたいと考える。

8 参考文献

- 岐阜大学教育学部附属中学校数学科 (2005, 2006, 2007, 2008, 2009), 「研究紀要」
- 堀公俊, 加藤彰 (200) 日本経済新聞出版社, 「ファシリテーション・グラフィック 議論を「見える化」する技法」
- 加藤久恵 (2002) 「数学学習におけるポートフォリオ評価法を用いたメタ認知能力の育成に関する研究 — 数学学習におけるルーブリックの検討—」, 全国数学教育学会 第 16 回研究発表会 発表資料 (於: 広島大学)
- 国立教育政策研究所編 (2007) 「生きるための知識と技能 OECD 生徒の学習到達度調査 (PISA) 2006 年調査国際結果報告」, ぎょうせい
- 松田恵里 (2004) 「数学的ライティングを通してみる算数学習における学習者の思考の変容—小数・分数の乗除における「計算のさまりの活用」「意味の拡張」に焦点をあてて—」, 日本数学教育学会誌 第 86 巻 第 12 号, pp. 2-12
- 中島健三 (1982), 「算数・数学教育と数学的な考え方」
- 西岡加名恵 (2005) 「教科と総合に活かす ポートフォリオ評価法 新たな評価基準の創出に向けて」, 図書文化
- 小田勝己 (2001) 「子どもの成長を促すポートフォリオで学力形成」, 学事出版
- 岡本光司 (1990) 「数学の授業における言語行動—課題とその考察—」, 日本数学教育学会誌 第 72 巻 第 9 号, pp. 9-26