ショートノート

サブゴールの生成に基づくマイクロプログラム合成手続きの拡張

正員 木下 貴史† 正員 直井 徹†† 非会員 恩田 雅隆†† 正員 今井 正治†

An Extension of Subgoaling Procedure for Microprogram Synthesis

Takafumi KINOSHITA†, Tohru NAOI††, *Members*, Masataka ONDA††, *Nonmember and* Masaharu IMAI†, *Member*

† 豊橋技術科学大学情報工学系，豊橋市
Faculty of Engineering, Toyohashi University of Technology, Toyohashi-shi, 441 Japan
†† 岐阜大学工学部，岐阜市
Faculty of Engineering, Gifu University, Gifu-shi, 501-11 Japan

あらまし Zhu, Johnson によるマイクロプログラム合成問題に対して筆者らが以前に提案した，サブゴール生成式手続きの適用範囲を拡張する．これにより，最汎 E 単一化子が存在する場合にのみ適用可能であった手続きが，この条件が成り立たない場合にも適用できる．

キーワード 抽象データ型，等式理論，E 単一化，E 単一化子の完全集合，逐次化問題

1. まえがき

Zhu, Johnson は抽象データ型に基づいたアーキテクチャ仕様記述法を提案し，その上でマイクロプログラムの自動合成に関する問題を定式化した(1)．これに対し筆者らは，E 単一化手続きを用いて枝刈りを行う準手続きを提案し(2)，更に，E 単一化処理の効率化を図るため，最汎 E 単一化子を用いてサブゴールを生成する方式の準手続きを示した(3)．しかし，後者の手続きが適用できるのは仕様の等式理論 E がユニタリ単一化理論の場合，すなわち最汎 E 単一化子が常に存在する場合に限られていた．本論文では，この制限をなくし，最汎 E 単一化子が存在するとは限らない場合でも利用可能なサブゴール生成式の準手続きを示す．

2. 準 備

2.1 アーキテクチャ仕様記述法と逐次化問題

Zhu, Johnson の仕様記述法を以下に示す（文献(2)も参照)．$\mathcal{S}$ をソートの集合，$\mathcal{F}$ を関数記号集合，$\mathcal{X}$ を変数記号集合とする．$\mathcal{F}$ のすべての要素には，ランクと呼ばれるソートの列が対応する．$\mathcal{F},\mathcal{X}$ による項の集合を $\mathcal{T}(\mathcal{F},\mathcal{X})$ と表す．$t\in\mathcal{T}(\mathcal{F},\mathcal{X})$ に含まれる変数記号の集合を $\mathcal{V}(t)$ と表す．等式は項の対 $t=s$ である．E を等式の集合とする．4項組 $\langle\mathcal{S},\mathcal{F},\mathcal{X},E\rangle$ を抽象データ型仕様と言う．$\mathcal{X}$ と素な変数記号の有限集合 $\mathcal{R}=\{r_1,r_2,\cdots,r_N\}$ をレジスタ変数記号集合と呼ぶ．代入 $\delta:\mathcal{R}\rightarrow(\mathcal{F},\mathcal{R})$ をデータパス代入と呼ぶ．データパス代入の任意の有限集合を制約集合と呼ぶ．$\mathcal{R},\varDelta$ をそれぞれレジスタ変数記号集合および制約集合とする．6項組 $\langle\mathcal{S},\mathcal{F},\mathcal{X},E,\mathcal{R},\varDelta\rangle$ を，アーキテクチャ仕様と言う．

二つの項 $t,s\in\mathcal{T}(\mathcal{F},\mathcal{X})$ が等式集合 E に対する等式理論を法として同値であることを $t=_E s$ と表す．また，二つの代入 σ,ρ が変数記号集合 V の任意の要素 v に対し，$\sigma(v)=_E\rho(v)$ となるとき，$\sigma=_E\rho[V]$ と表す．代入の合成を $\sigma\circ\rho$ のように表す．$\mathcal{D}(\sigma)=\{x\mid\sigma(x)\neq x\}$，$\mathcal{I}(\sigma)=\bigcup_{x\in\mathcal{D}(\sigma)}\mathcal{V}(\sigma(x))$ とする．$\mathcal{D}(\sigma)=\{x_1,\cdots,x_n\}$ で $\sigma(x_i)=t_i$ である σ を $\langle x_1\leftarrow t_1,\cdots,x_n\leftarrow t_n\rangle$ と表す．σ の変数記号集合 V への制限を $\sigma|_V$ と表す．アーキテクチャ仕様 $\langle\mathcal{S},\mathcal{F},\mathcal{X},E,\mathcal{R},\varDelta\rangle$ のもとで，$\mathcal{R}$ の部分集合 O とデータパス代入 $\gamma=\langle r_1\leftarrow t_1,\cdots,r_m\leftarrow t_m\rangle(r_i\in O\,;\,r_i\neq r_j(i\neq j))$ に対し，

$$\delta_1\circ\delta_2\circ\cdots\circ\delta_n=_E\gamma[O] \qquad (1)$$

を満たす制約集合の要素 $\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_n$ が存在するかどうかを決定する問題を逐次化問題と言う．この問題は一般に決定不能（準決定可能）で，E が空のとき，また仕様の基底代数がブール環のときには決定可能である(1),(4)．

2.2 E 単一化

項対 (t,s) の集合 P に対し代入 σ が存在して $\sigma(t)=_E\sigma(s)((t,s)\in P)$ となるとき，σ を P の E 単一化子と呼び，P は E 単一化可能であると言う．二つの代入 σ,ρ と変数記号集合 V について代入 λ が存在し，$\rho=_E\lambda\circ\sigma[V]$ となることを $\sigma\leqq_E\rho[V]$ と表す．$\mathcal{V}(P)=\bigcup_{(t,s)\in P}(\mathcal{V}(t)\cup\mathcal{V}(s))$ とすると，P の E 単一化子の集合 Σ は，P の任意の E 単一化子 ρ に対し，代入 $\sigma\in\Sigma$ が存在して $\sigma\leqq_E\rho[\mathcal{V}(P)]$ となるとき，P の E 単一化子の完全集合と言われる．また，E 単一化子の完全集合のうち，$\sigma\leqq_E\rho[V]$ ならば $\sigma=\rho(\sigma,\rho\in\Sigma)$ を満たすものを E 単一化子の最小集合と呼ぶ．最小集合がただ一つの要素からなるとき，その要素を最汎 E 単一化子と呼ぶ．E 単一化可能な項対集合に対して，空でない E 単一化子の完全集合が必ず存在するが，最小集合が常に存在するとは限らない（文献(5)などを参照)．

3. サブゴール生成式逐次化手続きの拡張

まず，サブゴール生成式手続きの基本操作である，代入の導出を定める．任意の $r\in\mathcal{R}$ に対して $\mathcal{V}(\sigma(r))\cap\mathcal{R}=\phi$ である代入 σ を，$\mathcal{R}$ と交わらない代入と呼ぶ†．二つの代入 σ,ρ と変数記号集合 V に，項対集合 $\{(\sigma(v),\rho(v))\mid v\in V\}$ の，$\mathcal{R}$ と交わらない E 単一化子

の完全集合を一意に対応づける写像を χ と表す[††].

ρ を $\mathcal{R}$ と交わらない代入，$\mathcal{P}$ を $\mathcal{R}$ の部分集合とし，δ を制約集合の要素とする．項対集合 $P=\{(\rho(p),\delta(p))\mid p\in\mathcal{P}\}$ が E 単一化可能で，σ が $\chi(\rho,\delta,\mathcal{P})$ の任意の要素であるとき

$$\rho \overset{\chi}{\Rightarrow}_{\mathcal{P},\delta}\sigma \tag{2}$$

と表し，δ による $\mathcal{P}$ 上の導出と呼ぶ．

次に，導出操作と逐次化問題の関係を示す．各レジスタ変数記号 $r_i\in\mathcal{R}$ に一意に対応する自由定数記号 c_i を用意し，代入 $\langle r_1\leftarrow c_1, r_2\leftarrow c_2,\cdots, r_N\leftarrow c_N\rangle$ を reg と表す[†††].

[定理 1] 仕様 $\langle\mathcal{S},\mathcal{F},\mathcal{X},E,\mathcal{R},\Delta\rangle$ のもとで，$\mathcal{O},\gamma$ が式(1)を満たすとする．このとき，任意の χ に対し，導出列

$$reg\circ\gamma \overset{\chi}{\Rightarrow}_{Q_0,\delta_n}\xi_1 \overset{\chi}{\Rightarrow}_{Q_1,\delta_{n-1}}\cdots \overset{\chi}{\Rightarrow}_{Q_{n-1},\delta_1}\xi_n$$

$$Q_0=\mathcal{O} \tag{3}$$

$$Q_i=\bigcup_{q\in\mathcal{O}}\mathcal{V}(\delta_{n-(i-1)}(\delta_{n-(i-2)}(\cdots\delta_n(q)\cdots)))\quad(i>0)$$

が存在する．

(証明) 付録を参照． □

定理 1 より，次のような手続きが得られる．すなわち，導出列を非決定的に生成し，各導出ステップ i で $\delta_i(\delta_{i-1}(\cdots\delta_1(\bar{r})\cdots))$ と $\bar{w}$ が E 同値かどうかを検査する手続きである．このとき，導出列が生成できなければ探索は打ち切られるので，探索空間の枝刈りが可能である．この手続きでは，すべてのデータパス代入および χ で定まる E 単一化子の完全集合のすべての要素について非決定的な探索が行われることに注意されたい．

最後に，E 単一化可能な項対集合に対して E 単一化子の最小集合が存在する場合には，導出される E 単一化子を $\mathcal{R}$ と交わらない E 単一化子の最小集合の要素へ限定できることを示す．この導出を $\overset{\mu}{\Rightarrow}$ と表すと，定理 1 の系として次の性質が得られる．

[系 1] 等式理論 E に対し，E 単一化子の最小集合が存在するとき，仕様 $\langle\mathcal{S},\mathcal{F},\chi,E,\mathcal{R},\Delta\rangle$ のもとで，$\mathcal{O},\gamma$ が式(1)を満たすならば，導出列

$$reg\circ\gamma \overset{\mu}{\Rightarrow}_{Q_0,\delta_n}\zeta_1 \overset{\mu}{\Rightarrow}_{Q_1,\delta_{n-1}}\cdots \overset{\mu}{\Rightarrow}_{Q_{n-1},\delta_1}\zeta_n \tag{4}$$

が存在する． □

筆者らが文献(3)で示した手続きは，最汎 E 単一化子を導出する操作を用いて探索を行うものであった．従って，文献(3)のサブゴール生成式手続きは系 1 を用いて枝刈りを行う手続きの特殊な例である．この意味で，導出操作 $\overset{\chi}{\Rightarrow}$ を用いた手続きは，導出される E 単一化子が最汎性をもつという条件を取り除き，筆者らの以前の手続きを一般化したものとなっている．

4. むすび

Zhu，Johnson により与えられたマイクロプログラム合成問題に対して筆者らが既に提案した，サブゴール生成式手続きの適用範囲を拡張した．これにより，仕様の等式理論がユニタリ単一化である場合にのみ利用可能であったサブゴール生成式手続きが，最汎 E 単一化子が存在するとは限らない場合でも利用可能になる．

文献

(1) Zhu Z. and Johnson S. D. : “An Algebraic Characterization of Structural Synthesis for Hardware”, Proc. of the IFIP Int. Workshop on Applied Formal Method for Correct VLSI Design, pp. 261-269, North-Holland (1989).

(2) 木下貴史，直井 徹，今井正治：“E 同一化を用いたマイクロプログラム自動合成手続き”，信学論(D-I)，**J76-D-I**, 11, pp. 566-574 (1993-11).

(3) 木下貴史，直井 徹，今井正治：“意味単一化子を利用したマイクロプログラム自動合成手続き”，情報処理学会 DA シンポジウム’93 (1993).

(4) 木下貴史，直井 徹，今井正治：“ブール代数上の逐次化問題の決定可能性”，信学’93 春大，A-105.

(5) Hullot J.-M. : “Canonical Forms and Unification”, Proc. of the 5th Conf. on Automated deduction, pp. 318-334 (1980).

(6) Middeldorp A. and Hamoen E. : “Counter Examples to Completeness Results for Basic Narrowing”, CWI report, CS-R9154 (1991).

付　録

定理 1 の証明

はじめに次の補題を示す．

[補題 1] 定理 1 の条件が成り立つ場合，$k=1,\cdots,n$

† P の E 単一化子を σ とし，すべてのレジスタ変数記号 r_i を $\mathcal{I}(\sigma)\cup\mathcal{R}\cup\mathcal{V}(P)$ に含まれない変数記号 v_i に一意的に付け替える代入を $rename_\sigma$ とすると，$rename_\sigma\circ\sigma$ は P の $\mathcal{R}$ と交わらない E 単一化子であることが示せる．また，$rename_\sigma\circ\sigma\leq_E\sigma[\mathcal{V}(P)]$ かつ $\sigma\leq_E rename_\sigma\circ\sigma[\mathcal{V}(P)]$ であることも示されるので，P に対する $\mathcal{R}$ と交わらない E 単一化子の完全集合や最小集合の存在が証明される．

†† 等式理論 E に対応する完備な項書換え系が存在する場合には，基底ナローイングを用いて E 単一化子の完全集合の要素を枚挙する手続きにより，χ を実現できる(文献(5)，(6)などを参照)．

††† すべての等式 $l=r\in E$ のいずれの辺にも現れない定数記号を自由定数記号と呼ぶ．$t=_E s$ であるとき，かつそのときに限り $reg(t)=_E reg(s)$ $(t,s\in\mathcal{T}(\mathcal{F},\mathcal{R}\cup\mathcal{X}))$ であることが示せるため，これらの定数により仕様の商項代数の構造を変えることなくレジスタ変数を定数として扱える．

について $\sigma_k = reg \circ \delta_1 \circ \delta_2 \circ \cdots \circ \delta_{n-k}$ である導出列

$$reg \circ \gamma \overset{\chi}{\Rightarrow}_{Q_0, \delta_n} \sigma_1 \overset{\chi}{\Rightarrow}_{Q_1, \delta_{n-1}} \cdots \overset{\chi}{\Rightarrow}_{Q_{n-1}, \delta_1} \sigma_n \qquad (\mathrm{A} \cdot 1)$$

が存在する．

(略証)　reg は定数記号の代入であるから，任意のデータパス代入 δ に対し，$\delta \circ \sigma_k = \sigma_k$ である．従って，第 k 導出ステップの制約集合の要素 $\delta_{n-(k-1)}$ に対し，$\sigma_k \circ \delta_{n-(k-1)} = \sigma_{k-1} =_E \sigma_k \circ \sigma_{k-1}[Q_{k-1}]$である．これより明らか．　□

次に，任意の χ について，各導出ステップで $\xi_i \leqq_E \sigma_i[Q_i]$であるような導出列(3)が存在することを示す．導出ステップ数 $k=1, \cdots, n$ に関する帰納法を用いる．

〈$k=1$ の場合〉　導出の定義および完全集合の定義より，任意の χ により定まる E 単一化子の完全集合には $\xi_1 \leqq_E \sigma_1[Q_1]$を満たす E 単一化子 ξ_1 が含まれる．

〈$1<k \leqq n$ の場合〉　式(A・1)の導出ステップ $i=1, \cdots, k-1$ までに対し，$\xi_i \leqq_E \sigma_i[Q_i]$なる導出列(3)が存在するとする．このとき，ある代入 η が存在して $\eta \circ \xi_{k-1} =_E \sigma_{k-1} = reg \circ \delta_1 \circ \cdots \circ \delta_{n-k} \circ \delta_{n-(k-1)}[Q_{k-1}]$となり，$\xi_{k-1}$ は $\mathcal{R}$ と交わらない代入だから $(reg \circ \delta_1 \circ \cdots \circ \delta_{n-k}) \circ \eta \mid_{\mathcal{D}(\eta)}$ により，項対集合$\{(\xi_{k-1}(r), \delta_{n-(k-1)}(r)) \mid r \in Q_{k-1}\}$は E 単一化可能である．$\leqq_E[V]$の定義より，任意の σ, ρ および V に対し，$\sigma \leqq_E \rho[V]$ならば $W \subseteq V$ について $\sigma \leqq_E \rho[W]$だから，上記の項対集合の E 単一化子の任意の完全集合には

$$\xi_k \leqq_E (reg \circ \delta_1 \circ \cdots \circ \delta_{n-k}) = \sigma_k[Q_k]$$

なる E 単一化子 ξ_k が含まれる．これより，任意の χ に対し，導出列 $\xi_{k-1} \overset{\chi}{\Rightarrow}_{Q_{k-1}, \delta_{n-(k-1)}} \xi_k$ が存在する．　□

(平成5年11月8日受付)