

数式処理による閉リンクマニピュレータの 最小動力学パラメータの解析法

川崎 晴久*¹ 村田 敦*² 神崎 一男*³

A Symbolic Analysis of the Minimum Dynamic Parameters for the Closed-Link Manipulator using Computer Algebra Software

Haruhisa Kawasaki*¹, Atushi Murata*² and Kazuo Kanzaki*³

This paper presents a symbolic analysis method of the minimum set of dynamic parameters for general closed-link manipulator by means of the computer algebra software. This method allows us to obtain all the minimum dynamic parameters (MDP) explicitly and systematically in most cases. A key step is to determine fundamental functions that are necessary and sufficient to express the coefficient matrix of dynamic parameters. The linear independence of column vectors of the coefficient matrix is tested by using fundamental functions and the dynamic parameters are regrouped based on the linear independency. The paper also discusses a sufficient condition in which the dynamics of the closed-link mechanism can be considered to be equivalent to that of the serial-link mechanism. To illustrate the merits of the new method, the authors also examined the MDP of some closed-link mechanisms, using the computer algebra software called "Maple V."

Key Words: Manipulator, Dynamics, Computer Algebra, Closed-Link Mechanism

1. 緒 言

マニピュレータの最小動力学パラメータ (MDP) はマニピュレータの動力学モデルの計算に必要な定数パラメータとして定義されている[1]~[3]. MDPの決定により, 動力学モデルの計算効率が向上し[4]~[6], パラメータ同定では同定計算の効率化のみならず, 真のパラメータ値の同定を可能とし同定プロセスがロバストとなる. またモデルベース適応制御の実現にも寄与する[7][8].

Mayedaら[2]はLagrange法を基に一般的なシリアルリンク機構のMDPの閉形式を示した. 川崎ら[5]はNewton-Euler法を基にMDPの再帰式を導き, MDPを用いた逆動力学モデルの効率的計算法を示した. さらに, 木構造マニピュレータへ拡張した[9].

一般的な閉リンクマニピュレータのMDPに関しては, Ghodoussiら[10]が数値解析法を示した. しかし, 得られる数値解は, 機構設計や動力学計算に対して見通しのよいものではない. また, Bennisら[11]は数式処理により一般的な閉リンクマニ

ピュレータのMDPの解析法を示した. しかし, その方法は機構ごとに深い考察が必要であり, MDPを求める系統的な方法は示されていない.

本論文は, 一般的な閉リンク機構を含むマニピュレータを対象として, 数式処理によりMDPを系統的に導出する解析法を示す. 本方法により, ほとんどのマニピュレータのMDPが自動的に求められる. なお, 数式処理ソフトウェアとして"Maple V"[12]を用いた.

2. 閉リンクマニピュレータの動力学モデル

閉リンクマニピュレータの動力学は, 以下の3つのステップで計算できる[13]~[15].

- 1) 閉リンクマニピュレータを適当な関節で仮想的に切断し, 仮想木構造開リンク機構をつくる. この機構の非駆動関節に仮想的アクチュエータを仮定する.
- 2) 仮想木構造開リンク機構の関節トルクは, この機構が閉リンクマニピュレータと全く同じ運動をするものとして計算する.
- 3) 閉リンクマニピュレータの駆動関節トルクは, 拘束条件を考慮して仮想木構造開リンク機構の関節トルクから計算する.

一般に, n 自由度の閉リンクマニピュレータと, 適当な関節を切断して求められる n_0 自由度の仮想木構造開リンク機構の運動方程式はそれぞれ次式で表せる.

原稿受付 1994年6月20日

*¹岐阜大学

*²三菱エンジニアリング(株)

*³金沢工業大学

*¹Gifu University

*²Cyuryou Engineering Co.

*³Kanazawa Institute of Technology

$$M_c(q_c)\dot{q}_c + h_c(q_c, \dot{q}_c) = \tau_c \quad (1)$$

$$M_o(q_o)\dot{q}_o + h_o(q_o, \dot{q}_o) = \tau_o \quad (2)$$

ここで、添字 c, o はそれぞれ閉リンク、開リンクを示し、 $q_c, \dot{q}_c, \ddot{q}_c \in R^n$ と $q_o, \dot{q}_o, \ddot{q}_o \in R^{n_o}$ はそれぞれ関節角度、速度、加速度であり、 $M_c \in R^{n \times n}$ と $M_o \in R^{n_o \times n_o}$ は慣性行列、 $h_c \in R^n$ と $h_o \in R^{n_o}$ はバイアスペクトル、 $\tau_c \in R^n$ と $\tau_o \in R^{n_o}$ は関節トルク/力を表す。

閉リンクマニピュレータと仮想木構造開リンク機構の関節角度は、次式で与えられるとする。

$$q_c = q_c(q) \quad (3)$$

$$q_o = q_o(q) \quad (4)$$

ここで、 q は閉リンクマニピュレータの一般化座標[14]である。また機構の拘束条件と仮想仕事の原理より

$$\tau^T \delta q = \tau_c^T \delta q_c = \tau_o^T \delta q_o \quad (5)$$

が成り立つ。ここで、 τ は閉リンクマニピュレータの一般化力、 $\delta q, \delta q_c, \delta q_o$ はそれぞれ一般化力とトルクに対応する仮想変位である。これより

$$\delta q_c = S \delta q \quad (6)$$

$$\delta q_o = J \delta q \quad (7)$$

の関係を得る。ここで

$$S = \frac{\partial q_c}{\partial q} \in R^{n \times n} \quad (8)$$

$$J = \frac{\partial q_o}{\partial q} \in R^{n_o \times n} \quad (9)$$

である。式(5)(7)の関係より、一般化力は

$$\tau = J^T \tau_o \quad (10)$$

で与えられる。今、閉リンクマニピュレータは駆動冗長性がなく可制御であるとする、 S は正則行列と仮定でき、閉リンクマニピュレータの関節トルクは

$$\tau_c = (S^T)^{-1} \tau \quad (11)$$

となる。駆動冗長性のある場合、その一般解は擬似逆行列を用いて表される[14]。

一方、動力学パラメータは関節トルクに線形に寄与する。したがって、運動方程式は次式のように表せる。

$$\tau = W \sigma \quad (12)$$

$$\tau_o = W_o \sigma_o \quad (13)$$

ここで、 $\sigma \in R^{m_c}$ と $W \in R^{n \times m_c}$ はそれぞれ閉リンクマニピュレータのMDPベクトルとその係数行列で、 $\sigma_o \in R^{m_o}$ 、 $W_o \in R^{n_o \times m_o}$ はそれぞれ仮想木構造開リンク機構のMDPベクトルとその係数行列である。なお、以下の議論では σ_o を仮想木構造開リンク機構のオリジナルな動力学パラメータとしても成り立つが、数式処理の効率化を考慮してMDPベクトルとする。式(10)と式(13)の関係より

$$\tau = W^* \sigma_o \quad (14)$$

が成り立つ。ここで

$$W^* = J^T W_o \in R^{n \times m_o} \quad (15)$$

である。

式(14)は、 W^* の列ベクトルの一次独立性を調べ、一次従属となる列ベクトルを取り除くとともにパラメータを再編成することにより閉リンクマニピュレータのMDPが求められることを示している。

3. MDP の導出

W^* の列ベクトルの各要素は式(4)と以下の関係より q, \dot{q} および \ddot{q} の関数となる。

$$\dot{q}_o = J \dot{q} \quad (16)$$

$$\ddot{q}_o = J \ddot{q} + \dot{J} \dot{q} \quad (17)$$

動力学パラメータの同定の観点からは、 W^* の列ベクトルは許容される範囲内での任意の運動により恒等的に一次従属でない限り一次独立であると見なせる。したがって、本論文では関数ベクトルが一次独立とは独立変数の許容範囲において恒等的に一次従属でないときとする。 W^* のある列ベクトルが他の列ベクトルの線形和で表されるとき、その列ベクトルに対応する σ_o の要素は他のパラメータに組み込み、その列ベクトルを削除しても関節トルクは不変にできる。 W^* のすべての列ベクトルに対してこの操作を繰り返すことによりMDPが導ける。

3.1 関数ベクトルの一次独立性の判別法

前章で示した行列 W^* の各列ベクトルは、複雑な関数を多く含む関数ベクトルとなる。そこで本節では、最初に関数ベクトル $y, x_s \in R^n$ ($s=1, 2, \dots, i$) の一次独立性を判別する方法について述べる。ただし、関数ベクトルの各要素は独立変数とその時間微分によるスカラー関数で従属変数を含めないとする。また、 x_1, x_2, \dots, x_i は一次独立とする。

ベクトル y, x_1, x_2, \dots, x_i が一次従属であるとする、次式を満たす零ベクトルでない定数ベクトル $k = [k_1, k_2, \dots, k_i]^T$ が存在する。

$$y = \sum_{s=1}^i k_s x_s \quad (18)$$

したがって、この k の存在を調べることで一次独立性を判定できる。 x_s の各要素は多くの変数の合成関数なので、直接的に k の存在を調べることは極めて難しい。そこで、以下に定義するように関数ベクトル集合の基本関数 f_p ($p=1, 2, \dots, r$) を導入する。

【定義 関数ベクトル集合の基本関数】

次の条件を満たす関数を関数ベクトル集合の基本関数と呼ぶ。

- 1) 基本関数は独立変数とそれらの時間微分のスカラー関数であり従属変数を含まない。
- 2) 任意の基本関数は他の基本関数の線形結合として表せない。
- 3) 集合内の関数ベクトルの任意の要素を基本関数の線形和で表せる。

ベクトル y, x_s の各要素が基本関数の線形和で表されるとき、 y と x_s の第 j 要素 y_j, x_{sj} は

$$y_j = a_j^T f \quad (19)$$

$$x_{sj} = b_{sj}^T f \quad (20)$$

と記述できる。ここで、 $f = [f_1, f_2, \dots, f_r]^T \in R^r$ は基本関数ベクトル、 $a_j, b_{sj} \in R^r$ は定数係数ベクトルである。このように、基本関数は y と x_s を表すのに必要なだけ抽出する。式(19)~(20)を式(18)に代入すると

$$a_j^T f = \sum_{s=1}^i k_s b_{sj}^T f \quad (21)$$

となる。この関係は独立変数の許容範囲のすべての値について満足する。したがって、式(21)より f を消去して

$$\mathbf{a}_j = \sum_{s=1}^i \mathbf{b}_s k_s \quad (22)$$

が成り立つ。ここで

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_n \end{bmatrix} \in R^{(n^*r)} \quad (23)$$

$$\beta_j = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{j1} \\ \vdots \\ \mathbf{b}_{jn} \end{bmatrix} \in R^{(n^*r)} \quad (24)$$

を定義すると

$$\mathbf{B} \begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ -1 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (25)$$

を得る。ただし、

$$\mathbf{B} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_i, \mathbf{a}] \in R^{(n^*r) \times (i+1)} \quad (26)$$

式(25)を満たす \mathbf{k} が存在すれば、 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_i$ と \mathbf{y} は一次従属である。さもなければ適当な運動により一次独立となる。

\mathbf{k} の存在を調べるために、行操作のみから成る Gauss-Jordan 法を用いる。 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_i$ は一次独立であるから、Gauss-Jordan 法を式(25)に適用すると

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{a}_i^* \\ \mathbf{0} & \mathbf{a}_i^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ -1 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (27)$$

の形式に変換できる。ここで、 $\mathbf{I} \in R^{i \times i}$ は単位行列、 $\mathbf{a}_i^* \in R^i$ 、 $\mathbf{a}_i^* \in R^{n^*r-1}$ は \mathbf{a} に対応する変換後の部分ベクトルを表す。明らかに $\mathbf{a}_i^* = \mathbf{0}$ になれば \mathbf{k} は存在し、さもなければ \mathbf{k} は存在しない。すなわち、

i) $\mathbf{a}_i^* = \mathbf{0}$ のとき：

$$\mathbf{k} = \mathbf{a}_i^* \quad (28)$$

ii) $\mathbf{a}_i^* \neq \mathbf{0}$ のとき：

\mathbf{k} は存在せず、 \mathbf{y} を $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_i$ の線形和で表せない。

3.2 解析アルゴリズム

\mathbf{W}^* の i 列目までの列ベクトル $\mathbf{w}_1^*, \mathbf{w}_2^*, \dots, \mathbf{w}_i^*$ は一次独立とする。次に、3.1 節で示した方法を用いて $\mathbf{w}_1^*, \mathbf{w}_2^*, \dots, \mathbf{w}_{i+1}^*$ の一次独立性を調べる。これらのベクトルが一次独立ならば、 i を $i+1$ に置き換えて最後の列ベクトルまでこの処理を繰り返す。これらのベクトルが一次従属のとき、式(28)の関係を用

Table 1 A symbolic analysis method of the MDP

Step. 1 : Evaluate $\mathbf{q}_o, \mathbf{J}, \dot{\mathbf{q}}_o, \dot{\mathbf{J}}, \ddot{\mathbf{q}}_o, \sigma_o, \mathbf{W}_o$ and \mathbf{W}^* ($\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$) from Eqs. (4), (9) and (15)~(17).
Step. 2 : Set $\sigma^{(1)} := \sigma_o, \mathbf{W}^{(1)} := \mathbf{W}^*$ and $\mathbf{y} := \mathbf{w}_1^{(1)}$.
Step. 3 : Evaluate \mathbf{f} from $\mathbf{W}^{(1)}$.
Step. 4 : Find \mathbf{a}_j such that $y_j = \mathbf{a}_j^T \mathbf{f}$ for $1 \leq j \leq n$ and set $\mathbf{B} := \mathbf{a}$.
Step. 5 : Repeat for $i=1, 2, \dots, m_o-1$.
Step. 5.1 : Set $\mathbf{y} := \mathbf{w}_1^{(i)}$.
Step. 5.2 : Evaluate \mathbf{a}_j such that $y_j = \mathbf{a}_j^T \mathbf{f}$ for $1 \leq j \leq n$.
Step. 5.3 : Evaluate \mathbf{a}_i^* and \mathbf{a}_i^* by the Gauss-Jordan method.
Step. 5.4 :
i) if $\mathbf{a}_i^* = \mathbf{0}$, set $\mathbf{k}^{(i)} := \mathbf{a}_i^*$ and evaluate $\sigma_j^{i+1}, \mathbf{W}^{(i+1)}$ and $m^{(i+1)}$ from Eqs. (32)~(34).
ii) if $\mathbf{a}_i^* \neq \mathbf{0}$, set $\mathbf{B} := [\mathbf{B}, \mathbf{a}]$, $\mathbf{W}^{(i+1)} = \mathbf{W}^{(i)}$ and $m^{(i+1)} = m^{(i)}$.

いて \mathbf{k} を求め、動力学パラメータを以下のように再編成する。以後、上添字 (i) は i 回目の処理であることを意味する。

第 i 回目の処理後の関節トルクは次式で表せる。

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{W}^{(i)} \boldsymbol{\sigma}^{(i)} = \sum_{j=1}^{m_o} \sigma_j^{(i)} \mathbf{w}_j^{(i)} \quad (29)$$

ここで $\sigma_j^{(i)}$ と $\mathbf{w}_j^{(i)}$ は、それぞれ $\boldsymbol{\sigma}^{(i)} \in R^{m_o}$ の第 j 要素と $\mathbf{W}^{(i)} \in R^{n \times m_o}$ の第 j 列ベクトルである。今、以下の関係を満足するベクトル $\mathbf{k}^{(i)}$ が存在するとする。

$$\mathbf{w}_{i+1}^{(i)} = \sum_{j=1}^i k_j^{(i)} \mathbf{w}_j^{(i)} \quad (30)$$

ここで、 $k_j^{(i)}$ は $\mathbf{k}^{(i)}$ の第 j 要素である。式(30)を式(29)に代入すると、関節トルク $\boldsymbol{\tau}$ は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{\tau} = \sum_{j=1}^i (\sigma_j^{(i)} + k_j^{(i)} \sigma_{i+1}^{(i)}) \mathbf{w}_j^{(i)} + \sum_{j=i+2}^{m_o} \sigma_j^{(i)} \mathbf{w}_j^{(i)} \quad (31)$$

この式より、

$$\sigma_j^{(i+1)} = \begin{cases} \sigma_j^{(i)} + k_j^{(i)} \sigma_{i+1}^{(i)} & \text{for } 1 \leq j \leq i \\ \sigma_{i+1}^{(i)} & \text{for } i+1 \leq j \leq m^{(i)} \end{cases} \quad (32)$$

$$\mathbf{W}^{(i+1)} = [\mathbf{w}_1^{(i)}, \mathbf{w}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{w}_i^{(i)}, \mathbf{w}_{i+1}^{(i)}, \dots, \mathbf{w}_{m^{(i)}}^{(i)}] \quad (33)$$

$$m^{(i+1)} = m^{(i)} - 1 \quad (34)$$

と定義すると、関節トルク $\boldsymbol{\tau}$ は次式で表せる。

$$\boldsymbol{\tau} = \sum_{j=1}^{m^{(i+1)}} \sigma_j^{(i+1)} \mathbf{w}_j^{(i+1)} \quad (35)$$

$i+1$ を i に置き換えて以上のステップを繰り返すことにより、すべての MDP が求められる。初期値は、 $\boldsymbol{\sigma}^{(1)} = \boldsymbol{\sigma}_o$ 、 $\mathbf{W}^{(1)} = \mathbf{W}^*$ 、そして $m^{(1)} = m_o$ である。Table 1 に解析アルゴリズムを示す。

4. シリアルリンク機構の動力学計算と等価になる条件

記述を簡単化するために、Fig. 1 に示すように仮想木構造リンク機構のブランチは2つとする。手先からベースまでの関節変位ベクトルを $\mathbf{q}_{o1} \in R^n$ 、もう一端のブランチ先端から結合部までの関節変位ベクトルを $\mathbf{q}_{o2} \in R^{n_o-n}$ とおくと、 \mathbf{q}_o は次式で与えられる。

$$\mathbf{q}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{o1} \\ \mathbf{q}_{o2} \end{bmatrix} \quad (36)$$

また、一般化座標が \mathbf{q}_{o1} と等しいとき、すなわち、

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_{o1} \quad (37)$$

のとき、式(9)で与えられる Jacobi 行列は

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{J}_{o2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

となる。ここで

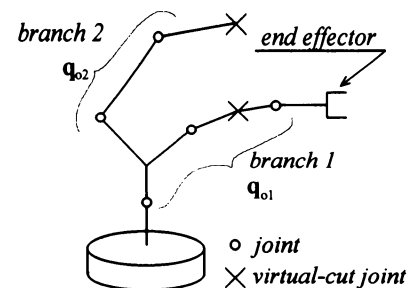


Fig. 1 Virtual tree-structure mechanism

$$J_{o2} = \frac{\partial q_{o2}}{\partial q} \in R^{(n_o-n) \times n} \quad (39)$$

である。結合部より先の動力学パラメータは、枝分れたブランチ側の結合部より先の関節トルクには影響を与えないので、 W_o は次式で表される。

$$W_o = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ 0 & W_{22} \end{bmatrix} \begin{matrix} n \\ n_o - n \end{matrix} \quad (40)$$

したがって、式(14)より

$$W^* = [W_{11} : W_{12} + J_{o2}^T W_{22}] \quad (41)$$

を得る。 σ_o が仮想木構造閉リンク機構の MDP とすると W_{11} の列ベクトルは一次独立である。したがって、 $W_{12} + J_{o2}^T W_{22}$ の列ベクトルがすべて W_{11} の列ベクトルの線形和で表せるときは

$$W = W_{11} \quad (42)$$

を意味する。このことは、動力学計算がブランチ 1 のみを考えれば良いことを意味し、計算の効率化が図れる。後で示すように、水平面でのみ動作する平行リンク機構の場合この条件を満たすため、逆動力学計算はシリアルリンク機構とほぼ同じ計算量となる。

5. プログラミング

数式処理ソフトウェア “MAPLE V” [12] を用いて 3 節の解析アルゴリズムを以下のようにプログラミングした。

- 1) τ_o は反復 Newton-Euler 法により評価する。
- 2) W_o は式の係数行列を生成する Maple コマンド `genmatrix` により評価する。
- 3) J^T と W_o の行列の積から W^* を評価する。
- 4) W^* の各要素の三角関数はコマンド `expand` により 1 変数の三角関数に展開し、コマンド `simplify/trig` により \sin に関し 1 次以下の式に変換する。例えば、 $\sin(q_1 + q_2) \sin(q_1)$ は次のように展開される。

$$\text{equ} := \text{expand}(\sin(q_1 + q_2) * \sin(q_1));$$

$$\rightarrow \text{equ} := \sin^2(q_1) \cos(q_2) + \sin(q_1) \cos(q_1) \sin(q_2)$$

$$\text{simplify}(\text{equ}, \text{trig});$$

$$\rightarrow \cos(q_2) - \cos^2(q_1) \cos(q_2) + \sin(q_1) \cos(q_1) \sin(q_2)$$

- 5) 基本関数は変数 z_1, z_2, \dots, z_k のべき乗の積 $z_1^{n_1} z_2^{n_2} \dots z_k^{n_k}$ として表される。ここで、指数部 n_1, n_2, \dots, n_k は整数に限定する。変数とは、一般化変数 $q_i (i=1 \dots n)$ 、1 階時間微分 \dot{q}_i 、2 階時間微分 \ddot{q}_i 、三角関数 $\sin(q_i), \cos(q_i)$ 及びこれらを引数とする関数を意味する。この場合、関数は変数や他の関数の整数べき乗で表せられないものに限る。例えば、 $\sqrt{q_1}$ が式に現れるとすると、これを変数 z と置くが、その時間微分は $z q_1^{-1/2}$ と表し新たな変数としない。この指数部 n_1, n_2, \dots, n_k が異なると、別の基本関数と見なせる。

基本関数は、変数や関数を抽出するコマンド `indets/function`、式のオペランドを抽出するコマンド `op`、オペランド数を評価するコマンド `nops`、式の次数を評価するコマンド `degree` 等を組み合わせて抽出する。例えば、式 $a_1 \cos^2(q_1) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + a_2 \cos(q_1) \sin(q_2) \dot{q}_1^2$ に含まれる基本関数は $\cos^2(q_1) \dot{q}_1 \dot{q}_2$ と $\cos(q_1) \sin(q_2) \dot{q}_1^2$ である。前者

は次のようにして得る。ただし、 a_1, a_2 は定数とする。

```
fun A := a1* cos(q1)*D(q1)*D(q2)
      + a2* cos(q1)* sin(q2)*D(q1)^2 :
indetset := indets(fun A, function);
  -> indetset := {cos(q1), sin(q2), D(q1), D(q2)}
seq(degree(op(fun A)[1], indetset[i]),
i=1..nops(indetset));
  -> 2, 0, 1, 1
```

ここで、 $D(\)$ は微分オペレータ、`seq(**, i=...)` は添字 i の範囲で `**` を繰り返してその結果を返すコマンドである。この結果、`fun A` の第 1 項は $\cos(q_1)$ の 2 乗、 $\sin(q_2)$ の 0 乗、 $D(q_1)$ の 1 乗、 $D(q_2)$ の 1 乗の積と分かる。

- 6) Gauss-Jordan 法による式(27)への変換は Maple コマンド `gaussjord` により評価する。
- 7) 行列にベクトルを加え新たな行列にする操作 (例、 $B := [B, a]$) 等はコマンド `concat` 等を利用した。

6. 例題

6.1 例題 1

Fig. 2 に示す 2 自由度平行閉リンクマニピュレータの MDP を求める。関節 1 と 1' は駆動関節であり、関節 2, 2' および 3' は非駆動関節である。重力方向は $-z_o$ 軸と一致するとする。ここで、関節 3' を仮想的に切断すると Fig. 3 に示す仮想木構造閉リンク機構を得る。したがって、 q_c と q_o は

$$q_c = [\theta_1, \theta_{1'}]^T$$

$$q_o = [\theta_1, \theta_2, \theta_{1'}, \theta_{2'}]^T$$

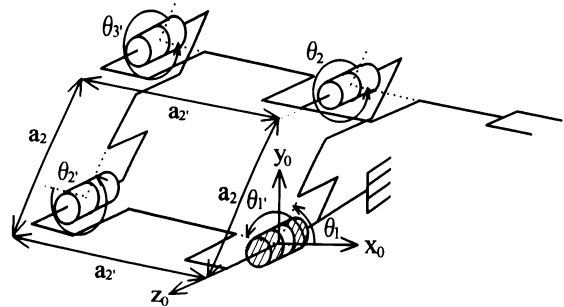


Fig. 2 Four-bar parallel mechanism with two d.o.f.

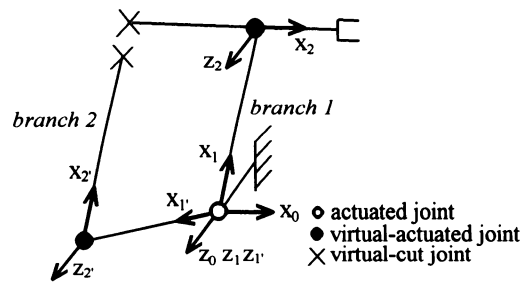


Fig. 3 Virtual tree-structure mechanism of two d.o.f. closed-link manipulator

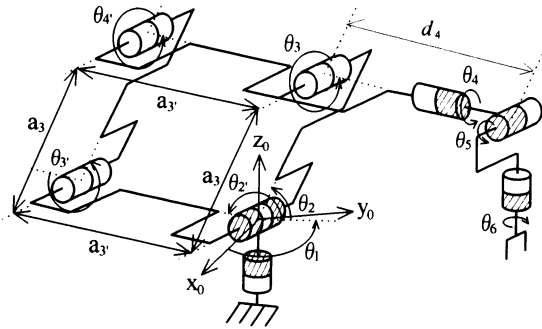


Fig. 6 Six d.o.f. manipulator with closed-link mechanism

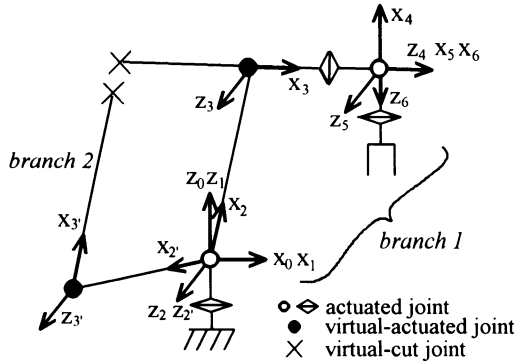


Fig. 7 Virtual tree-structure mechanism of six d.o.f. manipulator

くは直交しており、関節はすべて回転関節で、 z_0 軸は水平面と垂直である。駆動関節は、 θ_i ($i=1, 2, 2', 4, 5, 6$)であり、非駆動関節は $\theta_3, \theta_{3'}$ および $\theta_{4'}$ である。関節 $4'$ で仮想的に切断とする。Fig. 7に示す仮想木構造開リンク機構を得る。仮想木構造開リンク機構は8自由度であるから、オリジナルの動力学パラメータは80個である。文献[9]の方法を用いると仮想木構造開リンク機構のMDPは50個となり

$$\sigma_o = [I_{1,zz}, \alpha_2^T, \alpha_3^T, \alpha_4^T, \alpha_5^T, \alpha_6^T, \alpha_2^T, \alpha_3^T]^T \in R^{50}$$

と表せる。ここで

$$\alpha_i = [MS_{i,x}, MS_{i,y}, I_{i,xx}, I_{i,xy}, I_{i,xz}, I_{i,yz}, I_{i,zz}]^T \text{ for } i=2, 3, 4, 5, 6, 2', 3'$$

閉リンクマニピュレータのMDPは、数式解析の結果、以下に示す39個になった。

$$\sigma = \left[I_{1,zz}, MS_{2,x} + MS_{3',x}, MS_{2,y}, I_{2,xx} + I_{3',xx}, I_{2,xy} + I_{3',xy}, I_{2,xz} + I_{3',xz}, I_{2,yz} + I_{3',yz}, I_{2,zz} + I_{3',zz}, MS_{3,x} - \frac{a_3}{a_3'} MS_{3',x}, MS_{3,y}, I_{3,xx} + I_{2',xx}, I_{3,xy} + I_{2',xy}, I_{3,xz} - I_{2',xz}, I_{3,yz} - I_{2',yz}, I_{3,zz} + I_{2',zz}, \alpha_4^T, \alpha_5^T, \alpha_6^T, MS_{2',x} - \frac{a_3}{a_3'} MS_{3',x}, MS_{2',y}, MS_{3',y} \right]^T \in R^{39}$$

Table 2に本モデルの逆動力学計算の計算量を示す。表中のAdd.は加減算, Multi.は乗除算, Func.は三角関数の各計算回数を示す。数値計算の計算量は、オリジナルの動力学パラメータのときはLuhら[16]の繰り返しNewton-Euler法による計算法を、 σ_o のときは川崎ら[5]の計算法をそれぞれ木構造開リンク機構に拡張して求めた。数式処理では、 σ_o と σ を用い

Table 2 Number of computations of six d.o.f. closed-link manipulator including four-bar parallel mechanism

	Parameter	Add.	Mul.	Func.	Total
Numeric method	Original	1083	1254	16	2353
	σ_o	527	628	16	1171
Symbolic method	σ_o	462	599	10	1071
	σ	401	528	10	939

て前記の拡張した計算法を基に運動方程式を求めた。このとき、冗長な計算を省くため零でない要素は別の記号に割当て、Maple Vのコマンドoptimizeにより同一の部分式を同じ記号に置き換える最適化を行い、コマンドcostにより計算量を求めた。閉リンクマニピュレータのMDPを用い、数式処理により逆動力学モデルを求めたときに計算量が最小となった。これは、零要素との演算をまったく行わないことによるものである。

7. 結 言

一般的な閉リンク機構を含むマニピュレータを対象に数式処理によるMDPの系統的な解析法を示した。本方法は基本関数の概念を導入して、複雑な関数を要素とするベクトルの一次独立性を判別できるようにしたことを基礎としている。その結果、リンクパラメータとMDPとの関係が陽に求められ、機構設計等に対し明確な指針を与えることが可能となる。また、MDPを用いて動力学モデルを数式処理で求めることにより計算効率の向上に寄与する。本論文では、閉リンクマニピュレータの動力学計算を、等価なシリアルリンクマニピュレータに変換する十分条件も示した。なお、本解析法は木構造開リンクマニピュレータやシリアルリンクマニピュレータにも直接適用できることを指摘する。

参 考 文 献

- [1] W. Khalil, F. Bennis and M. Gautier: "The Use of the Generalized Links to Determine the Minimum Inertial Parameters of Robots," Jour. of Robotic Systems, 7(2), pp. 225-242, 1990.
- [2] H. Mayeda, K. Yoshida and K. Osuka: "Base Parameters of Manipulator Dynamic Models," IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol. 6, no. 3, pp. 312-321, 1990.
- [3] H. Kawasaki and K. Kanzaki: "Minimum Dynamics Parameters of Robot Models," Proc. of SYROCO '91, Robot Control 1991, Edited by I. Troch et al., pp. 33-38, 1991.
- [4] M. Gautier and W. Khalil: "A Direct Determination of Minimum Inertial Parameters of Robots," Proc. of IEEE Conf. on Robotics and Automation, pp. 1682-1687, 1988.
- [5] 川崎, 神崎: "マニピュレータモデルにおける最小動力学パラメータと逆動力学計算法", 日本ロボット学会誌, vol. 11, no. 1, pp. 100-110, 1993.
- [6] H. Kawasaki, A. Murata and K. Kanzaki: "An Efficient Formulation for Manipulator Inertia Matrix Utilizing the Minimum Set of Dynamics Parameters," Proc. of SICE '93 International Session, pp. 1229-1234, 1993.
- [7] J.J. Slotin and W. Li: "On the Adaptive Control of Robot Manipulators," Int. Jour. of Robotics Research, vol. 6, no. 3, pp. 49-59, 1987.
- [8] H. Kawasaki, S. Mochizuki and K. Kanzaki: "An Efficient Computational Algorithm for Adaptive Manipulator Control,"

- 12th IFAC World Congress, vol. 5, pp. 45-48 (1993)
- [9] 川崎, 紅谷, 神崎: “ツリー構造ロボットの最小動力学パラメータ”, 計測自動制御学会論文集, vol. 28, no. 12, pp. 1444-1450, 1992.
- [10] M. Godoussi and Y. Nakamura: “Principal Base Parameters of Open and Closed Kinematic Chains”, Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 84-89, 1991.
- [11] F. Bennis, W. Khalil and M. Gautier: “Calculation of the Base Inertial Parameters of Closed-Loops Robots,” Proc. of IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 370-375, 1992.
- [12] B. W. Chat, et al.: “Maple V Library Reference Manual,” Springer-Verlag, 1991.
- [13] J. Y. S. Luh and Y. Zeng: “Computation of Input Generalized Forces for Robots with Closed Kinematic Chain Mechanisms,” IEEE Jour. of Robotics and Automation, vol. 1, no. 2, 1985.
- [14] 中村: “パラレルメカニズムの動力学”, 日本ロボット学会誌, vol. 10, no. 6, pp. 709-714, 1992.
- [15] 吉川, 横小路, 渡部: “駆動冗長性をもつ閉リンク機構の動力学解析”, 日本ロボット学会誌, vol. 11, no. 6, pp. 913-917, 1993.
- [16] J. Y. S. Luh, W. Walker and R. P. C. Paul: “On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators,” ASME Jour. of Dyn. Syst. Meas. and Control, vol. 102, pp. 69-76, 1980.



川崎晴久 (Haruhisa Kawasaki)

1949年6月27日生。1974年3月名古屋大学大学院修士課程修了。同年日本電信電話公社(現NTT)入社。1990年4月金沢工業大学教授, 1994年8月岐阜大学工学部機械工学科教授, 現在に至る。ロボット制御などの研究に従事。計測自動制御学会, 日本機械学会, IEEEなどの会員, 工学博士。(日本ロボット学会正会員)

博士。



神崎一男 (Kazuo Kanzaki)

1928年9月16日生。1958年東京大学工学部機械工学科卒業。同年日本電信電話公社入社。1984年金沢工業大学機械システム工学科教授, 現在に至る。位置決め, バイラテラルサーボなどの研究に従事。日本機械学会, 計測自動制御学会などの会員, 工学博士。(日本ロボット学会正会員)



村田 敦 (Atushi Murata)

1969年9月13日生。1992年金沢工業大学卒業。1994年同大学大学院機械工学専攻修士課程修了。同年三菱エンジニアリング(株)入社。現在, 宇宙機器の設計・開発に従事。

(日本ロボット学会正会員)