

学術論文

2 点支持柔軟ビーム磁気浮上系の受動性を基にした制御

Passivity Based Control of a Magnetic Levitation System with Two Electromagnets for a Flexible Beam

清水 年美^{*1} (正員), 佐々木 実^{*2} (正員), 輪島 健太郎^{*3}

Toshimi SHIMIZU (Mem.), Minoru SASAKI (Mem.), Kentarou WAJIMA

This paper presents a passivity based control of a magnetic levitation system handling a flexible beam supported by two electromagnets. It is important for levitating a flexible object to suppress the elastic vibrations in order to ensure stable control. In this paper the system is decomposed into two subsystems: an electrical subsystem and a mechanical subsystem. It is shown that the whole system can be regarded as a feedback connected system with these subsystems and a controller for each subsystem can be designed independently. Passivity for each subsystem is also shown and a controller for each subsystem is designed based on its passivity. A controller for the mechanical subsystem consists of position and velocity feedback related to deflections of the flexible beam. The whole controller ensures stability of the system and suppression of the elastic vibrations by means of Lyapunov stability theory. Several experiments are carried out to verify the validity of the proposed control method.

Keywords: passivity based control, flexible beam, magnetic levitation.

1 緒言

磁気浮上技術は磁気浮上鉄道, 磁気軸受, 磁気搬送装置などですでに実用化されている。近年, 搬送システムや塗装システムでは, 薄平板や柔軟ビームのような柔軟物体に対する磁気浮上技術が要求されてきている。柔軟物体を浮上させた場合, 弾性振動がシステムの制御性能や安定性に影響をおよぼす。したがって, このような磁気浮上系では柔軟物体に生じる弾性振動の抑制が必須となる。柔軟物体を含むシステムのダイナミクスは偏微分方程式で表され, 無限個の自由度を持つ。このようなシステムに対するコントローラの設計には通常, 有限次元化の手続きを伴う以下の設計法が用いられる。

- (1) 無限次元コントローラを設計し, 得られた無限次元コントローラを有限次元化する。
- (2) 無限次元モデルを有限次元化し, 得られた有限次元モデルに対して有限次元コントローラを設計する。

Igusa ら[1]は薄鋼板を浮上対象として線形最適制御を適用し, Sasaki ら[2]は浮上対象を柔軟ビームとして外乱オブザーバと LQG 制御を適用した。これらの研究では, 弾性振動のダイナミクスはモード展開され,

高次のモードを打ち切ることで有限次元化されている。また, 系に含まれる非線形要素は目標値の近傍で線形近似されている。したがって, これらのコントローラでは高次モードの打ち切りによるスピルオーバー現象が制御性能を劣化させる恐れがあり, また, 線形近似の影響により大浮上量の実現が困難になる。

著者らは, すでに1個の電磁石によって支持された剛体球磁気浮上系に対して受動性[3]に基づいた制御則の導出を行い[4], さらに, 1個の電磁石によって支持された柔軟ビーム磁気浮上系についても受動性に基づいた制御則の導出を行った[5-7]。受動性に基づくコントローラは実装が容易で, なおかつコントローラ設計において有限次元化を行わないためにスピルオーバーが生じないという特徴がある[8]。しかし, 1個の電磁石で柔軟ビームを支持する系では柔軟ビームの水平軸方向の回転を制御できない。この問題を解決するために, 筆者らは2個の電磁石によって支持された柔軟ビーム磁気浮上系を取り上げ, これに対して受動性に基づいたコントローラを設計し, 数値シミュレーションによりその有効性を検証した[9]。そこで, 本論文では, 2点支持柔軟ビーム磁気浮上系に対して受動性に基づくコントローラの設計を行い, コントローラの有効性を実験によって検証する。本論文では, 磁気浮上系は機械系サブシステムと電気系サブシステムの2つに分割され, それぞれのサブシステムに対して独立にコントローラの設計を行う。電気系サブシステムのコ

連絡先: 佐々木 実, 〒501-1193 岐阜市柳戸 1-1, 岐阜大学工学部人間情報システム工学科,

e-mail: sasaki@cc.gifu-u.ac.jp

^{*1} 新潟大学 ^{*2} 岐阜大学 ^{*3} マルヤス工業

ントローラは電流のフィードバックを用いずに構成され、機械系サブシステムのコントローラは柔軟ビームの位置と速度のフィードバックから構成される。

2 モデリング

Fig. 1に示すような、2つの電磁石によって支持された柔軟ビームに対する磁気浮上系を考える。2つの電磁石の特性は等しく、インダクタンス定数を c_1 、ギャップ定数を c_2 、内部抵抗を R_e とする。柔軟ビームは長さを l 、線密度を ρ 、曲げ剛性を EI 、質量を $m = \rho l$ とする。また、左右の電磁石に印加する電圧をそれぞれ u_1 、 u_2 とし、電磁石に流れる電流を \dot{q}_{e1} 、 \dot{q}_{e2} とする。

2.1 柔軟ビームの運動の記述

柔軟ビームの運動は並進と回転の剛体運動と、弾性振動で記述される。そのためFig. 1に示すように2つの座標系を設定する。

- (1) 固定座標系 Σ_0 : x_0 軸は2つの電磁石の下端面を通り左から右に向かう方向を正とする。 y_0 軸は2つの電磁石の距離を等分する鉛直軸で、上向きを正とする。 z_0 軸は Σ_0 座標系が右手座標系となるように設定する。このとき、 z_0 軸は紙面の裏から表に向かう方向となる。
- (2) 動座標系 Σ_1 : 柔軟ビームの左端に設定される座標系で、柔軟ビームの変形前の中立軸を x_1 軸とし、回転前の鉛直上向き方向を y_1 軸とする。 z_1 軸は Σ_1 座標系が右手座標系となるように設定する。このとき、 z_1 軸は紙面の裏から表に向かう方向となる。

柔軟ビームの剛体運動は y_0 軸方向の並進と z_0 軸周りの回転のみと仮定する。また、 x_0 軸方向の並進は無視する。柔軟ビームはベルヌーイ・オイラーの仮定が満たされる両端自由はりとしてモデル化を行う。 Σ_1 座標系の原点から距離 x_1 だけ離れた点での柔軟ビームのたわみを $w(x_1, t)$ 、 Σ_0 座標系から見た Σ_1 座標系原点の y_0 軸方向の距離を y_0 、 x_0 軸と x_1 軸の回転角度を θ とする。

2.2 支配方程式

柔軟ビーム磁気浮上系の支配方程式を Hamilton の原理を用いて導出するため、柔軟ビームと電磁石のエネルギーを求める。まず、固定座標系 Σ_0 で観測した柔軟ビームの運動エネルギー K_b 、重力によるポテンシャル

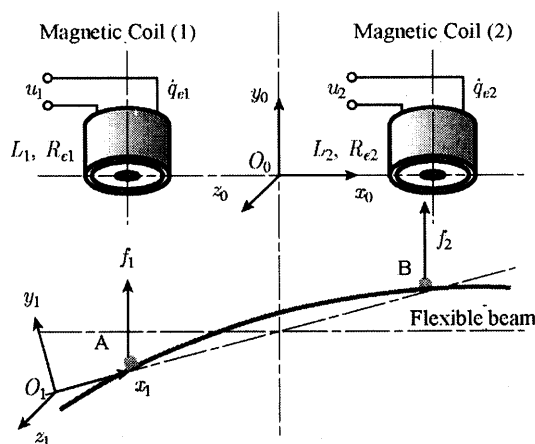


Fig. 1 Magnetic levitation system for a flexible beam supported by two electromagnets.

エネルギー U_{b1} 、および弾性ひずみエネルギー U_{b2} はそれぞれ以下ようになる。

$$K_b = \frac{1}{2} \int_0^l \rho \left\{ \dot{y}_0^2 + (x_1^2 + w^2) \dot{\theta}^2 + \dot{w}^2 + 2x_1 \dot{\theta} \dot{w} + 2(x_1 \cos \theta - w \sin \theta) \dot{y}_0 \dot{\theta} + 2\dot{y}_0 \dot{w} \cos \theta \right\} dx_1 \quad (1)$$

$$U_{b1} = - \int_0^l \rho g (c_2 - y_0 - x_1 \sin \theta - w \cos \theta) dx_1 \quad (2)$$

$$U_{b2} = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left\{ \frac{\partial^2 w(x_1, t)}{\partial x_1^2} \right\}^2 dx_1 \quad (3)$$

ここで、 g は重力加速度である。また、電磁石のエネルギー T_e は、柔軟ビームに作用する電磁力が柔軟ビーム上の点 $x_1 = a_1, a_2$ に集中荷重として働くと仮定すると、以下ようになる。

$$T_e = \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_1 \cos \theta - a_1 \sin \theta} \dot{q}_{e1}^2 + \frac{1}{2} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_2 \cos \theta - a_2 \sin \theta} \dot{q}_{e2}^2 \quad (4)$$

さらに、内部抵抗と電磁石の印加電圧による仮想仕事 δW は以下のように書ける。

$$\delta W = -R_e \dot{q}_{e1} \delta q_{e1} - R_e \dot{q}_{e2} \delta q_{e2} + u_1 \delta q_{e1} + u_2 \delta q_{e2} \quad (5)$$

Hamilton の原理より、磁気浮上系の支配方程式は以下の停留条件を満足する微分方程式として与えられる。

$$\delta I = \int_{t_1}^{t_2} (\delta K_b + \delta T_e - \delta U_{b1} + \delta U_{b2} + \delta W) dt = 0 \quad (6)$$

上式の変分計算を行うと、柔軟ビーム磁気浮上系の

支配方程式は,

$$m\ddot{y}_0 + \frac{1}{2}ml\ddot{\theta}\cos\theta - \frac{1}{2}ml\dot{\theta}^2\sin\theta - f_1 - f_2 + mg = 0, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}ml\ddot{y}_0\cos\theta + \int_0^l \rho(x_1^2 + w^2)\ddot{\theta}dx_1 + 2\int_0^l \rho w\dot{w}\dot{\theta}dx_1 \\ + \frac{1}{2}mgl\cos\theta + f_1(w_1\sin\theta - a_1\cos\theta) \\ + f_2(w_2\sin\theta - a_2\cos\theta) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \rho\ddot{w} + \rho x_1\ddot{\theta} + \rho\ddot{y}_0\cos\theta - \rho w\dot{\theta}^2 \\ - f_1\cos\theta(x_1 - a_1) - f_2\cos\theta(x_1 - a_2) \\ + \rho g\cos\theta + EI\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_1\cos\theta - a_1\sin\theta}\ddot{q}_{e1} \\ + \frac{c_1(\dot{y}_0 + \dot{w}_1\cos\theta - w_1\dot{\theta}\sin\theta + a_1\dot{\theta}\cos\theta)}{(c_2 - y_0 - w_1\cos\theta - a_1\sin\theta)^2}\dot{q}_{e1} \\ + R_e\dot{q}_{e1} = u_1, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_2\cos\theta - a_2\sin\theta}\ddot{q}_{e2} \\ + \frac{c_1(\dot{y}_0 + \dot{w}_2\cos\theta - w_2\dot{\theta}\sin\theta + a_2\dot{\theta}\cos\theta)}{(c_2 - y_0 - w_2\cos\theta - a_2\sin\theta)^2}\dot{q}_{e2} \\ + R_e\dot{q}_{e2} = u_2. \end{aligned} \quad (11)$$

また, 境界条件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w(l,t)}{\partial x_1^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial x_1^2} = 0, \\ \frac{\partial^3 w(l,t)}{\partial x_1^3} = 0, \quad \frac{\partial^3 w(0,t)}{\partial x_1^3} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

となる. ここで, f_1 と f_2 は電磁力で, 以下のように表される.

$$f_1 = \frac{1}{2} \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w_1\cos\theta - a_1\sin\theta)^2} \dot{q}_{e1}^2, \quad (13)$$

$$f_2 = \frac{1}{2} \frac{c_1}{(c_2 - y_0 - w_2\cos\theta - a_2\sin\theta)^2} \dot{q}_{e2}^2. \quad (14)$$

式(7)-(9)はそれぞれ柔軟ビームの y_0 軸方向の並進運動, z_0 軸周りの回転運動, 弾性振動の運動方程式である. 式(10), (11)はそれぞれ左右の電磁石の回路方程式である. 式(12)は $x_1 = 0$ と $x_1 = l$ において柔軟ビームに作用するせん断力と曲げモーメントがそれぞれ 0 であ

ることを示している.

3 システムの分割と受動性

受動性は系に流入するエネルギーと系に貯蓄されるエネルギーの関係から, 系の安定性を議論するときに用いられる概念である. 入力を u , 出力を y とする系 S が受動的な写像 $S: u \mapsto y$ であるとは, 系のエネルギーを入力と出力との内積

$$\langle u, y \rangle = \int_0^T u(t)y(t)dt \quad (15)$$

によって測るとき, $\langle u, y \rangle \geq 0$ となることをいう.

参考文献[5], [6], [7]では, 1 個の電磁石を用いた柔軟ビーム磁気浮上系を, 電磁石の方程式を磁束を用いて記述することで 2 つの受動的なサブシステムに分割し, それぞれのサブシステムに対してコントローラを独立に設計できることを示した. 本論文でも同様の議論を行い, 電磁石の方程式を磁束を用いて記述することで同様の結果が得られることを示す. それぞれの電磁石の磁束は以下のように定義される.

$$\phi_i = \frac{c_1}{c_2 - y_0 - w_i\cos\theta - a_i\sin\theta} \dot{q}_{ei}. \quad (16)$$

ここで, $i=1,2$ であり, $i=1$ は左の電磁石を, $i=2$ は右側の電磁石を表す. このとき, 電磁石の支配方程式と電磁力は

$$\dot{\phi}_i = -R_e \frac{c_2 - y_0 - w_i\cos\theta - a_i\sin\theta}{c_1} \phi_i + u_i, \quad (17)$$

$$f_i = \frac{1}{2c_1} \phi_i^2 \quad (18)$$

と書ける. このとき, 電磁石と柔軟ビームに対して以下の性質が成り立つ.

性質 1: 電磁石から構成される電気系サブシステム(17)は入力を u , 出力を Φ とする受動的な写像

$$S_1: u \mapsto \Phi \quad (19)$$

を定義する. ここで, u は電磁石の電圧ベクトルで, Φ は電磁石の磁束ベクトルであり, 以下のように定義される.

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

性質 2: 柔軟ビームから構成される機械系サブシステム(7)-(9)は入力を f , 出力を \dot{y} とする受動的な写像

$$S_2: \mathbf{f} \mapsto \dot{\xi} \quad (21)$$

を定義する. ここで \mathbf{f} は電磁力ベクトルで, $\dot{\xi}$ は Σ_0 座標系で観測した, 電磁力の作用点における柔軟ビームの速度ベクトルで, それぞれ以下のように定義される.

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{y}_0 - (w_1 \sin \theta - a_1 \cos \theta) \dot{\theta} + \dot{w}_1 \cos \theta \\ \dot{y}_0 - (w_2 \sin \theta - a_2 \cos \theta) \dot{\theta} + \dot{w}_2 \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (23)$$

これらの結果より以下のことが言える.

- (1) 磁気浮上系は電気系サブシステム S_1 と機械系サブシステム S_2 に分割でき, 全体の系は Fig. 2 に示すように 2 つのサブシステムのフィードバック結合として表すことができる.
- (2) 電磁力と磁束は静的な関係式で結ばれているので, 電磁石は電磁力 \mathbf{f} を生成するアクチュエータと見なすことができる. したがって, 機械系サブシステムのコントローラと電気系サブシステムのコントローラは互いに独立に設計できる. さらに機械系サブシステムの受動性は $\dot{\xi}$ が \mathbf{f} によって制御できることを示している.

4 コントローラの設計

4.1 電気系サブシステム

電気系サブシステムに対するコントローラは以下の指針で設計する.

- (1) 与えられた目標電磁力 \mathbf{f}_d に追従するような目標磁束 ϕ_d を決定する.
- (2) 目標磁束 ϕ_d を実現するような入力電圧 \mathbf{u} を決定する.

このとき, 以下の磁束誤差 $\tilde{\phi} = \phi - \phi_d$ に関する正定値関数を考える.

$$H_d = \frac{1}{2} \tilde{\phi}^T \tilde{\phi}. \quad (24)$$

式(24)を時間微分して, 式(17)を代入すると,

$$\dot{H}_d = \tilde{\phi}^T (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) = \tilde{\phi}^T (-\mathbf{F}\phi + \mathbf{u} - \dot{\phi}_d) \quad (25)$$

となる. ここで行列 \mathbf{F} は

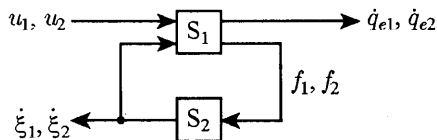


Fig. 2 Decomposition into the subsystems.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} R_e \frac{c_2 - \xi_1}{c_1} & 0 \\ 0 & R_e \frac{c_2 - \xi_2}{c_1} \end{bmatrix} \quad (26)$$

である. いま, 電気系サブシステムの入力電圧 \mathbf{u} を

$$\mathbf{u} = \dot{\phi}_d + \mathbf{F}\phi_d \quad (27)$$

と選ぶと, 式(25)は以下ようになる.

$$\dot{H}_d = -\tilde{\phi}^T \mathbf{F} \tilde{\phi} \leq 0. \quad (28)$$

$c_1 > 0$, $R_e > 0$, $c_2 - \xi_i > 0, i=1,2$ であるから行列 \mathbf{F} は正定である. したがって, 式(24)は電気系サブシステムの閉ループ系の Lyapunov 関数となる. ゆえに, $t \rightarrow \infty$ のとき $\tilde{\phi} \rightarrow \mathbf{0}$ が示される.

次に, 電磁力と磁束の間には静的な関係があるので, 電磁石の目標磁束を以下のように定義する.

$$f_{id} = \frac{1}{2c_1} \phi_{id}^2, i=1,2. \quad (29)$$

目標磁束とその時間微分は上式の解として

$$\phi_{id} = \sqrt{2c_1 f_{id}}, \quad \dot{\phi}_{id} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2c_1}{f_{id}}} \dot{f}_{id}, i=1,2 \quad (30)$$

と与える. ただし, 負の解は無視する. これを電気系サブシステムのコントローラ(27)に代入すると以下ようになる.

$$u_i = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2c_1}{f_{id}}} \dot{f}_{id} + R_e (c_2 - \xi_i) \sqrt{\frac{2f_{id}}{c_1}}. \quad (31)$$

4.2 機械系サブシステム

機械系サブシステムのコントローラは柔軟ビームを目標値に追従させ, 弾性振動を抑制するような電磁力 \mathbf{f}_d を決定する. そこで, 以下の正定値関数を考える.

$$V = K_b + \frac{1}{2} \int_0^l EI \left\{ \frac{\partial^2 (w - w^o)}{\partial x_1^2} \right\}^2 dx_1 + \frac{1}{2} \tilde{\xi}^T \mathbf{K} \tilde{\xi}. \quad (32)$$

ここで, K_b は柔軟ビームの運動エネルギーである. w^o

は柔軟ビームの平衡点であり、以下の式を満足する.

$$EI \frac{\partial^4 w^o}{\partial x_1^4} + \rho g \cos \theta_d - \frac{1}{2} \frac{c_1 \cos \theta_d \delta(x_1 - a_1)}{(c_2 - y_{0d} - w^o \cos \theta_d - x_1 \sin \theta_d)^2} \dot{q}_{ed1}^2 - \frac{1}{2} \frac{c_1 \cos \theta_d \delta(x_1 - a_2)}{(c_2 - y_{0d} - w^o \cos \theta_d - x_1 \sin \theta_d)^2} \dot{q}_{ed2}^2 = 0. \quad (33)$$

また、 y_{0d} , θ_d , \dot{q}_{ed1} , \dot{q}_{ed2} は柔軟ビームの変位、角度、および左右の電磁石の電流の目標値である。 \mathbf{K} は正定行列、 $\tilde{\xi} = \xi - \xi_d$ は位置誤差ベクトルである。目標位置ベクトル ξ_d は以下のように定義される。

$$\xi_d = \begin{bmatrix} y_{0d} + w^o \cos \theta_d + a_1 \sin \theta_d \\ y_{0d} + w^o \cos \theta_d + a_2 \sin \theta_d \end{bmatrix}. \quad (34)$$

式(32)の第2項目は修正されたひずみエネルギーの項で、第3項目は位置誤差に関連した人工ポテンシャル項である。式(32)を機械系サブシステムに沿って時間微分すると以下ようになる。

$$\dot{V} = \dot{\xi}^T (\mathbf{f} + \mathbf{K} \tilde{\xi}) - \int_0^l \left\{ \rho g \dot{\xi}(x_1) + EI \dot{w} \frac{\partial^4 w^o}{\partial x_1^4} \right\} dx_1. \quad (35)$$

ここで、 $\xi(x_1)$ は

$$\xi(x_1) = y_0 + w \cos \theta + x_1 \sin \theta \quad (36)$$

である。式(35)の第2項目の積分に平衡状態のたわみ方程式(33)を代入して整理すると

$$\begin{aligned} & \int_0^l \left\{ \rho g \dot{\xi}(x_1) + EI \dot{w} \frac{\partial^4 w^o}{\partial x_1^4} \right\} dx_1 \\ &= \int_0^l \left[\rho g \left\{ \dot{y}_0 - (w \sin \theta - x_1 \cos \theta) \dot{\theta} + \dot{w} \cos \theta \right\} \right. \\ & \quad \left. + \rho g \dot{w} \cos \theta_d + m_1^o g \dot{w} \cos \theta_d \delta(x_1 - a_1) \right. \\ & \quad \left. + m_2^o g \dot{w} \cos \theta_d \delta(x_1 - a_2) \right] dx_1 \end{aligned} \quad (37)$$

となる。ここで、 m_1^o と m_2^o は以下のように定義される。

$$m_1^o = - \frac{mb_2 + \frac{1}{2} ml \cos \theta_d - m y_G^0 \sin \theta_d}{b_1 - b_2}, \quad (38)$$

$$m_2^o = - \frac{mb_1 + \frac{1}{2} ml \cos \theta_d - m y_G^0 \sin \theta_d}{b_2 - b_1}. \quad (39)$$

また、

$$b_1 = w_1^o \sin \theta_d - a_1 \cos \theta_d, \quad (40)$$

$$b_2 = w_2^o \sin \theta_d - a_2 \cos \theta_d, \quad (41)$$

$$y_G^o = \frac{1}{m} \int_0^l \rho w^o dx_1 \quad (42)$$

である。式(37)において

$$\frac{1}{m} \int_0^l \rho \dot{y}_0 dx_1, \quad \frac{1}{m} \int_0^l \rho (w \sin \theta - x_1 \cos \theta) \dot{\theta} dx_1$$

は柔軟ビームの質量中心の並進と回転による速度成分を表し、これらはともに剛体運動であるので、

$$\frac{1}{m} \int_0^l \rho \dot{y}_0 dx_1 = \frac{m_1 \dot{y}_0 + m_2 \dot{y}_0}{m_1 + m_2}, \quad (43)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{m} \int_0^l \rho (w \sin \theta - x_1 \cos \theta) \dot{\theta} dx_1 \\ &= \frac{m_1 (w_1 \sin \theta - a_1 \cos \theta) \dot{\theta}}{m_1 + m_2} \\ & \quad + \frac{m_2 (w_2 \sin \theta - a_2 \cos \theta) \dot{\theta}}{m_1 + m_2} \end{aligned} \quad (44)$$

となるような電磁力の作用点に取り付けられた集中質量 m_1 , m_2 を用いて、質量中心の剛体速度を近似することができる。いま、平衡状態を考え、上式において θ を θ_d , w を w^o に置き換えて、 m_1 と m_2 について解くと

$$m_1 = - \frac{mb_2 + \frac{1}{2} ml \cos \theta_d - m y_G^0 \sin \theta_d}{b_1 - b_2} = m_1^o \quad (45)$$

$$m_2 = - \frac{mb_1 + \frac{1}{2} ml \cos \theta_d - m y_G^0 \sin \theta_d}{b_2 - b_1} = m_2^o \quad (46)$$

を得る。得られた m_1 , m_2 を用いて式(37)を書き直すと以下ようになる。

(47) 平衡点近傍を考えているので、 $\theta \approx \theta_d$ と仮定すると上式は

$$\int_0^l \left\{ \rho g \dot{\xi}(x_1) + EI \dot{w} \frac{\partial^4 w^o}{\partial x_1^4} \right\} dx_1 = \dot{\xi}^T \mathbf{g} \quad (48)$$

となる。ここで、 \mathbf{g} は

$$\mathbf{g} = [m_1 \mathbf{g} \quad m_2 \mathbf{g}]^T \quad (49)$$

と定義される。これらの結果を用いて式(35)を書き換えると以下ようになる。

$$\dot{V} = \dot{\xi}^T (\mathbf{f} + \mathbf{K}\tilde{\xi} - \mathbf{g}). \quad (50)$$

ここで、制御入力 \mathbf{f} を以下のように選ぶ。

$$\mathbf{f} = -\mathbf{K}\tilde{\xi} - \mathbf{K}_d\dot{\tilde{\xi}} + \mathbf{g}. \quad (51)$$

\mathbf{K}_d は次式で定義される正定行列である。

$$\mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} K_{d1} & 0 \\ 0 & K_{d2} \end{bmatrix} > 0. \quad (52)$$

このとき、式(50)は

$$\dot{V} = \dot{\xi}^T \mathbf{K}_d \dot{\tilde{\xi}} \leq 0 \quad (53)$$

となる。したがって、式(32)は機械系サブシステムの閉ループ系の Lyapunov 関数となり、得られたコントローラが安定であることが保証される。しかし、 $\dot{V} = 0$ となるためには $\dot{\xi} = 0$ となれば $\xi \neq 0$ であってもよい。したがって、このコントローラでは安定ではあるが漸近安定ではない。

得られたコントローラは柔軟ビームの位置誤差と速度の PD フィードバックと重力補償によって構成される。さらに、 ξ はセンサで直接測定することができ、容易にデジタルコンピュータに実装できる。

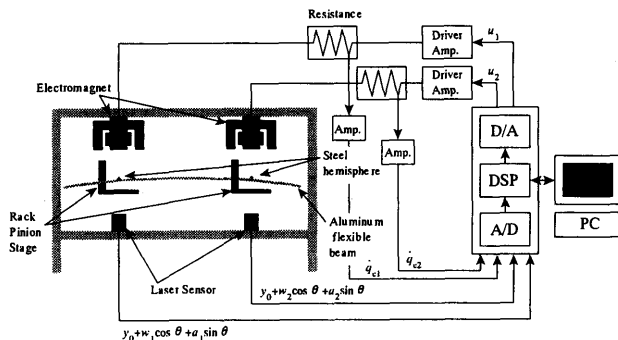


Fig. 3 Experimental system.

5 実験

5.1 実験条件

導出されたコントローラの有効性を検証するために実験を行う。コントローラは MATLAB/Simulink を用いて作成し、それを DSP にダウンロードするこ

とで実装する。左側と右側の電磁力の作用点での柔軟ビームの位置はレーザー変位計を用いて測定し、速度は変位の後退差分を用いて近似的に微分して求める。電流は $0.1[\Omega]$ の基準抵抗の両端の電圧を増幅器で 10 倍に増幅して測定する。サンプリング時間は $0.5[\text{msec}]$ である。

柔軟ビームには長さ $1[\text{m}]$ 、幅 $1[\text{cm}]$ 、厚さ $2[\text{mm}]$ のアルミニウム製の平棒を用いる。アルミニウムは強磁性体ではなく、電磁石に吸引されないで、Fig.3 に示すように柔軟ビームの電磁力の作用点に鋼製の半球を取り付けた。また、これにより柔軟ビームに作用する電磁力の分布がモデリングのときに仮定したデルタ関数になることが期待できる。

目標軌道は Σ_0 座標系で観測した柔軟ビームの位置 y_{0d} と角度 θ_d 、および柔軟ビームのたわみ w° を与えるべきであるが、本実験では実験装置の都合上、左右の電磁石の作用点での柔軟ビームの位置 ξ_1 と ξ_2 のみしか測定できないことと、機械系サブシステムのコントローラが ξ_1 と ξ_2 に関する PD フィードバックで構成されることから、 ξ_1 と ξ_2 の目標軌道を与える。 ξ_1 と ξ_2 の目標軌道は $-6[\text{mm}]$ の初期値から $-3.38[\text{mm}]$ まで浮上するステップ状の軌道を用いる。柔軟ビームの速度の初期値は $0[\text{m/sec}]$ とし、たわみに関しては柔軟ビームを支持台に置いたときに自然に生じるたわみとした。電流の初期値は左右の電磁石の電圧を $3[\text{V}]$ としたときに電磁石に流れる電流値とした。

後退差分によって得られる速度信号はノイズの影響が大きいため、速度信号を次式で与えられるローパスフィルターに通すことでノイズをカットする。

$$G(s) = \frac{2 \times 10^{-4} s + 1}{8 \times 10^{-4} s + 1}. \quad (54)$$

また、電磁石のローパス特性の影響により、高次の弾性振動を減衰することができず、これにより浮上ができなくなることがある。そこで、次式で与える位相進み補償を施し、高周波領域のゲインを回復させ、振動抑制性能を向上させた。

$$G(s) = \frac{8 \times 10^{-3} s + 1}{4.5 \times 10^{-3} s + 1}. \quad (55)$$

5.2 実験結果

実験で用いたコントローラのパラメータとフィードバックゲインを Table 1 に示した。また、電磁石の

位置は $a_1 = 0.3$ [m], $a_2 = 0.7$ [m]とした. Fig. 4 に実験結果を示す. Fig. 4 の(a), (b)より, 目標値付近で振動をしているものの柔軟ビームが浮上していることが確認できる. これにより導出された受動性を基にしたコントローラの有効性が示された.

Table 1 Gains and parameters of the controller.

Parameter	Value	Unit
K_1, K_2	20	[-]
K_{d1}, K_{d2}	6	[-]
c_1	6.00×10^{-5}	[Hm]
c_2	2.20×10^{-3}	[m]
R_c	5.3	[Ω]
m_1, m_2	37.0×10^{-3}	[kg]

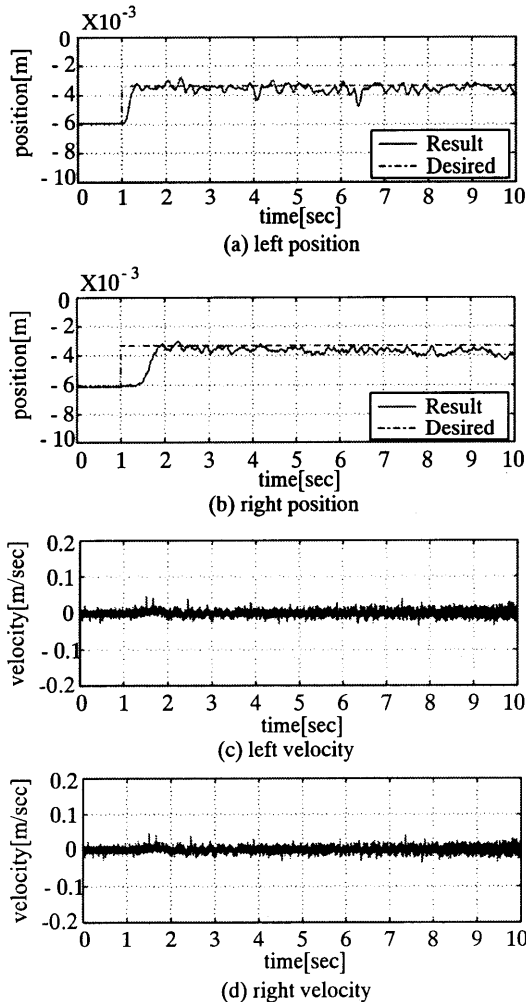


Fig. 4 Experimental results.

6 結言

2 点支持柔軟ビーム磁気浮上系に対して受動性を基にしてコントローラの設計を行い, その有効性を実験により検証した. その結果, 電磁石にローパス特性があることと, 左右の電磁力の作用点での柔軟ビームの速度信号のノイズによって, 安定に浮上させることができなかった. そこで, 制御入力に位相進み補償器を施し, 得られた速度信号にローパスフィルタを施すことで, 低周波領域での振動が残るものの柔軟ビームを安定に浮上させることができた. これより, 2 点支持柔軟ビーム磁気浮上系に対して受動性に基づくコントローラは有効であり, 実機に適用可能であると結論付けることができる. しかし, 本論文で導出されたコントローラは安定性のみしか保証されず, また, 振動減衰特性も十分ではない. 今後は漸近安定化を実現するコントローラを構築する予定である.

参考文献

- [1] A. Igusa, Y. Oshinoya and K. Ishibashi, Elasticity vibration of steel plate with magnetic force for restraining horizontal position in magnetic levitation, in *Proc. of the 10th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics*, pp.39-40, 2001.
- [2] M. Sasaki, Y. Kobayashi, Y. Hori and F. Fujisawa, "Active Electromagnetic Levitation Control of a Flexible Beam by Using Disturbance Observer," in *Proc. of the International Conference on Mechatronics and Information Technology*, pp.112-117, 2001.
- [3] A. van der Schaft, *L₂-Gain and passivity Techniques in Nonlinear Control*, Springer, 1999.
- [4] 清水 年美, 佐々木 実, 磁気浮上系に対する受動性をもとにした電流フィードバックを用いない非線形制御, 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 68, No. 675, pp. 3292-3297, 2002.
- [5] T. Shimizu and M. Sasaki, "Non-linear Control of a Magnetic Levitation System of a Flexible Beam Based on Passivity," in *Proc. of International Conference on Mechatronics and Information Technology*, pp.571-576, 2003.
- [6] 清水 年美, 佐々木 実, 柔軟ビーム磁気浮上系の受動性にもとづく非線形制御, 計測自動制御学会論文集, Vol. 40, No. 1, pp. 36-44, 2004.
- [7] 清水 年美, 佐々木 実, 柔軟ビーム磁気浮上系の受動性にもとづく制御(安定性解析と実験による検証), 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 70, No. 694, pp. 1553-1559, 2004.
- [8] 大須賀 公一, モデルベース制御からダイナミクスベース制御へ - ロボットにおける「表モデル」と「裏モデル」, システム/制御/情報, Vol. 43, No. 2, pp. 94-100, 1999.
- [9] 清水 年美, 佐々木 実, 輪島健太郎, 2 点支持による柔軟ビーム磁気浮上系の受動性に基づく制御, 計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会講演論文集 CD-ROM, pp.1128-1129, 2003.
- [10] 井村 順一, システム制御のための安定論, コロナ社, 2000.