

251 磁気浮上系における電磁力の直接制御

Direct Force Control of a Magnetic Levitation System

○正 清水 年美 (新潟大) 正 岡田 徳次 (新潟大)
 正 佐々木 実 (岐阜大)

Toshimi SHIMIZU, Niigata University, Ni-no-cho Ikarashi, Niigata, Japan
 Tokuji OKADA, Niigata University
 Minoru SASAKI, Gifu University

This paper presents a method for direct magnetic force control of a magnetic levitation system. In this method, a magnetic levitation system is decomposed into a mechanical subsystem and an electrical subsystem based on passivity theory. For the electrical subsystem exact linearization feedback and two degree of freedom controller is applied to control magnetic force so that it is not affected dynamics of the mechanical subsystem. Numerical simulations are carried out to illustrate validity and robustness of a closed-loop system.

Key Words: Magnetic Levitation, Force Control, Passivity, Exact Feedback Linearization

A1. はじめに

本研究では剛体球を浮上対象とした磁気浮上系に対し、浮上対象物体と電磁石のダイナミクスを分離し、それぞれのサブシステムに対して独立に制御系設計を行うことで系を安定化するような制御系設計法を示す。この手法を用いることで、電磁石は目標電磁力を発生するための単なるアクチュエータとみなすことができ、さらに、浮上物体のダイナミクスに依存せずに目標電磁力を発生することができるようになる。その結果、浮上対象物体のダイナミクスが変化しても、浮上対象物体の運動を安定化するようなコントローラを再設計するのみで磁気浮上系を安定化できる利点がある。本研究では特に電磁石のダイナミクスのみ注目し、電磁石が与えられた目標電磁力を発生するようなコントローラを厳密な線形化フィードバック手法と2自由度コントローラ設計法により設計する。

A2. モデリングと受動性

本研究では電磁石の支配方程式を磁束密度 ϕ を用いて以下のように表現する。

$$\dot{\phi} = -\frac{R}{c_1}(c_2 - y_0)\phi + u \quad (A1)$$

$$f = \frac{1}{2c_1}\phi^2 \quad (A2)$$

ここで、 c_1 はインダクタンス定数、 c_2 はギャップ定数、 R_e は抵抗、 u は電磁石への印加電圧、 f は電磁力、 y_0 は電磁石と浮上対象物体の間のギャップ長である。このとき、磁束を用いて記述した電磁石の支配方程式 (A1) は、入力を印加電圧 u 、出力を磁束 ϕ とする受動系となることが示され、その結果、入力電圧 u を用いて磁束 ϕ 、すなわち電磁力 f を制御することが可能である。

A3. コントローラ設計

本研究では浮上対象物体を安定浮上させる前段階として、電磁石に目標電磁力を発生させるようなコントローラを設計する。電磁石のダイナミクスは浮上対象物体のダイナミクスの影響を受け、電磁石と浮上対象物体の間のギャップ y_0 を含んでいる。また、状態方程式 (A1) は磁束に関して線形であるが、出力方程式 (A2) は磁束に関して非線形となっている。そこで、次のような座標変換と厳密な線形化フィードバックを適用し、電磁石のダイナミクスを見かけ上 y_0 の影響を受けず、なおかつ線形となるように変換する。

$$z_1 = \frac{1}{2c_1}\phi^2 \quad (A3)$$

$$u = \frac{R}{c_1}(c_2 - y_0)\phi + \frac{c_1}{\phi}v, \quad \phi \neq 0 \quad (A4)$$

この結果、電磁石の閉ループダイナミクスのノミナルモデルの伝達関数は $P(s) = 1/s$ となる。電磁石のコントローラの目的は電磁石が発生する電磁力を目標電磁力に追従させることなので、このノミナルモデルに対して、次式で与えられるフィードバックコントローラ C_A とフィードフォワードコントローラ C_B を適用し、2自由度サーボ系を構成した。

$$C_A(s) = \frac{1}{P_n(s)} \frac{Q(s)}{1 - Q(s)} \quad (A5)$$

$$C_B(s) = \frac{G_{ry}(s)}{1 - G_{ry}(s)} \frac{1}{1 - Q(s)} \frac{1}{P_n(s)} \quad (A6)$$

ここで、 $Q(s)$ と $G_{ry}(s)$ は設計パラメータであり、本研究ではこれらにそれぞれ τ_1 、 τ_r を時定数とするローパスフィルタを用いた。この結果、電磁石に対するコントローラがパラメータ誤差に対するロバスト性をもつことを確認した。

1. はじめに

これまでに磁気浮上技術に関連する数多くの論文が発表され、その成果は様々な分野で実用化されている。現在では電磁石と永久磁石を併用し、電磁石の定常電流を0に収束させるゼロパワー制御⁽¹⁾⁽²⁾、鋼板や柔軟ビームのような弾性体を浮上対象物体とした磁気浮上系⁽³⁾、位置センサレス化を目指したセルフセンシング磁気浮上系⁽⁴⁾など様々な応用研究が進められている。磁気浮上系は浮上対象物体と電磁石のダイナミクスから構成されるが、多くの研究ではこれらのダイナミクスを分割することなく単一の系としてモデリングを行い、制御系設計を行っている。これに対し、筆者らは浮上対象物体と電磁石のダイナミクスを分離し、それぞれのサブシステムに対して独立に制御系設計を行うことで系を安定化できることを示した⁽³⁾。この手法は電磁石を目標電磁力を発生させるためのアクチュエータとみなし、電磁石が浮上対象物体を目標値に追従させるような電磁力を発生できれば、結果として安定浮上を実現できるという考えに基づいている。さらに、電磁石が浮上対象物体のダイナミクスと独立に目標電磁力を発生することができれば、浮上対象物体の制御則を電磁石のダイナミクスと独立に設計することができる。この結果、浮上対象物体のダイナミクスが偏微分方程式として表されるような複雑な系に対しても浮上対象物体の制御系設計が容易になる。電磁力を直接制御することで安定浮上を実現しようとする研究は少ない。Yiら⁽⁵⁾は電磁力が磁束を用いて得られることに注目し、磁束をホール素子を用いて測定し、状態フィードバックと H_∞ 制御を適用して電磁力の制御を行った。一方、崔ら⁽⁶⁾は永久磁石をリニアアクチュエータに取り付け、永久磁石が発生する吸引力をギャップ長を変化させて制御した。同様に、ゼロパワー磁気浮上系においても永久磁石が発生する吸引力を制御するために積極的にギャップ長を変化させている⁽²⁾。

本研究では受動性に基づいて磁気浮上系を浮上対象物体から構成される機械系サブシステムと電磁石から構成される電気系サブシステムに分離し、電気系サブシステムが目標電磁力に追従するようなコントローラを機械系サブシステムとは独立に導出する。電気系サブシステムの支配方程式は磁束を使って記述し、厳密な線形化を施して線形システムに変換し、2自由度コントローラを適用することで外乱抑制とモデル化誤差に対するロバスト性を有するコントローラを導出する。さらに、本手法の有効性を数値シミュレーションにより検証する。

2. モデリング

Fig. 1に本研究で対象とする磁気浮上系を示す。本研究の目的は浮上対象物体の安定浮上ではなく電磁力の制御であるので、浮上対象物体をばね支持し、あらかじめ安定化しておく。

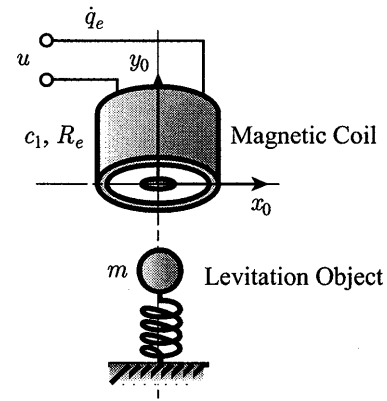


Fig. 1 Magnetic Levitation System.

電磁石は漏れ磁束がなく、磁気飽和やヒステリシスがないと仮定する。また、電磁石のインダクタンス定数を c_1 、ギャップ定数を c_2 、抵抗を R_e とし、電磁石に印加する電圧を u 、電磁石と浮上対象物体の間の磁束を ϕ 、浮上対象物体に働く電磁力を f とする。このとき、電磁石のダイナミクスは磁束を用いて以下のように表される。

$$\dot{\phi} = -\frac{R_e}{c_1}(c_2 - y_0)\phi + u \quad (1)$$

$$f = \frac{1}{2c_1}\phi^2 \quad (2)$$

浮上対象物体については質量を m とし、浮上対象物体を支えるばねのばね定数を k とする。さらに、電磁石下端面を原点とし、電磁石の中心を通り鉛直上向きを正とする y_0 軸を設定し、電磁石と浮上対象物体のギャップを y_0 とする。このとき、浮上対象物体のダイナミクスは以下のようなになる。

$$m\ddot{y}_0 + k(y_0 - \hat{y}_0) = f \quad (3)$$

ただし、 \hat{y}_0 は浮上対象物体の自重によりばねが自然に変位したときの浮上対象物体の位置である。

2.1 システムの分割

ここでは、電磁石のダイナミクス(1)から構成されるサブシステムを電気系サブシステム S_1 とし、浮上対象物体のダイナミクス(3)から構成されるサブシステムを機械系サブシステム S_2 とする。このとき、それぞれのサブシステムに対して次の命題が成立する。

命題1 電気系サブシステム S_1 は入力を電磁石への印加電圧 u 、出力を磁束 ϕ とする受動系である。

証明1 電気系サブシステム S_1 のストレージ関数の候補を

$$H_\phi = \frac{1}{2}\phi^2 \quad (4)$$

とする。これを系(1)の解軌道に沿って時間微分すれば、

$$\dot{H}_\phi = \phi\dot{\phi} = -\frac{R_e}{c_1}(c_2 - y_0)\phi^2 + \phi u \quad (5)$$

を得る. ここで, $\alpha = R_e/c_1 > 0$ とおくと, $c_2 - y_0 > 0$ であるから,

$$\begin{aligned} \dot{H}_\phi &= -\alpha(c_2 - y_0)\phi^2 + \phi u \\ &\leq -\alpha\phi^2 + \phi u \end{aligned} \quad (6)$$

を得る. 上式の両辺を 0 から T まで時間積分すれば,

$$\begin{aligned} \int_0^T \dot{H}_\phi dt &= H_\phi(T) - H_\phi(0) \\ &\leq -\alpha \int_0^T \phi^2 dt + \int_0^T \phi u dt \end{aligned} \quad (7)$$

となり,

$$\int_0^T \phi u dt \geq \alpha \int_0^T \phi^2 dt + H_\phi(T) - H_\phi(0) \quad (8)$$

が成立する. (8) 式は電気系サブシステム S_1 が入力に電磁石への印加電圧 u , 出力を磁束 ϕ とし, ストレージ関数が (4) 式, エネルギー供給率が $w(\phi, u) = \phi u - \alpha\phi^2$ で与えられる出力強受動系であることを示している.

命題 2 機械系サブシステム S_2 は入力に電磁力と外力の差 $f - k(y_0 - \hat{y}_0)$, 出力を浮上対象物体の速度 \dot{y}_0 とする受動系である.

証明 2 機械系サブシステム S_2 のストレージ関数の候補を浮上対象物体の運動エネルギー

$$T_m = \frac{1}{2} m \dot{y}_0^2 \quad (9)$$

とする. これを機械系サブシステム (3) の解軌道に沿って時間微分すれば,

$$\dot{T}_m = m \dot{y}_0 \ddot{y}_0 = \dot{y}_0 \{ f - k(y_0 - \hat{y}_0) \} \quad (10)$$

を得る. 上式の両辺を 0 から T まで時間積分すれば,

$$\begin{aligned} \int_0^T \dot{T}_m dt &= T_m(T) - T_m(0) \\ &= \int_0^T \dot{y}_0 \{ f - k(y_0 - \hat{y}_0) \} dt \end{aligned} \quad (11)$$

が成立する. (11) 式は機械系サブシステム S_2 が入力に電磁力と外力の差 $f - k(y_0 - \hat{y}_0)$, 出力を浮上物体の速度 \dot{y}_0 , ストレージ関数が浮上物体の運動エネルギー, エネルギー供給率を $w(\dot{y}_0, f - k(y_0 - \hat{y}_0)) = \dot{y}_0 \{ f - k(y_0 - \hat{y}_0) \}$ とする受動系であることを示している.

これらの命題により, 磁気浮上系は電気系サブシステム S_1 と機械系サブシステム S_2 に分割することができる. さらに, 磁気浮上系は Fig. 2 に示すように, これらをフィードバック結合した系とみなすことができる. また, 受動性理論を用いれば電気系サブシステムは印加電圧 u を用いて磁束 ϕ を制御することができ, 機械系サブシステム

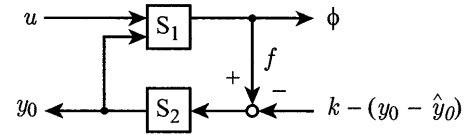


Fig. 2 Decomposition into Subsystems.

は電磁力 f を用いて浮上物体の位置 y_0 を制御することができる. さらに, 磁束と電磁力の間には (2) 式が成立するので, 磁束を制御することで電磁力, つまり浮上物体の位置 y_0 を制御できると結論付けられる.

3. コントローラ設計

本研究では浮上対象物体を目標軌道に追従させる前段階として, 電磁石が与えられた目標電磁力を発生するようなコントローラを設計することを目的としている. ここで, 電気系サブシステムのみに対してコントローラ設計を行う. コントローラは, 広い安定領域を確保しながら, パラメータ変動に対するロバスト性を有するように, 厳密な線形化手法と 2 自由度ロバストサーボ系設計手法を併用する.

3.1 厳密な線形化フィードバックの設計

得られた電気系サブシステムのダイナミクスは機械系サブシステムの影響を受け, 電磁石と浮上対象物体の間のギャップ y_0 を含んでいる. また, 状態方程式 (1) は磁束に関して線形であるが, 出力方程式 (2) は磁束に関して非線形となっている. そこで, 厳密な線形化フィードバックを適用し, 電気系サブシステムのダイナミクスを見かけ上 y_0 の影響を受けず, なおかつ線形となるように変換する. 電気系サブシステムの状態方程式 (1) は 1 次元ベクトル場を作るのでこのような変換が常に可能である. そのため, 電気系サブシステムのダイナミクスにおいて

$$f_1(\phi) = -\frac{R}{c_1}(c_2 - y_0)\phi, \quad (12)$$

$$g_1(\phi) = 1 \quad (13)$$

$$h_1(\phi) = \frac{1}{2c_1}\phi^2 \quad (14)$$

とおく. このとき, 電気系サブシステムは

$$\left. \begin{aligned} \dot{\phi} &= f_1(\phi) + g_1(\phi)u \\ f &= h_1(\phi) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

と書ける. いま (15) 式において, 非線形座標変換

$$z_1 = h_1(\phi) = \frac{1}{2c_1}\phi^2 \quad (16)$$

と線形化フィードバック

$$u = \frac{1}{L_{g_1}L_{f_1}^0 h_1(\phi)} \left\{ -L_{f_1} h_1(\phi) + v \right\} \quad (17)$$

$$= \frac{R}{c_1}(c_2 - y_0)\phi + \frac{c_1}{\phi}v, \quad \phi \neq 0 \quad (18)$$

を施すと、(15)式は次のように変換される。

$$\left. \begin{aligned} \dot{z}_1 &= v \\ f &= z_1 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここで、

$$L_{g_1} h_1(x) = \frac{\partial h_1}{\partial x} g_1(x) \quad (20)$$

のように定義され、 v は新しい入力である。(19)式は $\phi \neq 0$ で定義される線形システムで電磁力に関する式となっている。また、見かけ上、機械系サブシステムの影響を受けていない。

3.2 2自由度ロバストサーボ系の適用

電気サブシステムのコントローラの目的は電磁石が発生する電磁力を目標電磁力に追従させることなので、サーボ問題として扱うことができる。そこで、(19)式に対してフィードバック補償型の2自由度サーボ系を構成する。これにより、目標値応答と外乱応答を同時に改善できる。Fig. 3にフィードバック補償型の2自由度サーボ系を示す。 S_1 と S_2 はそれぞれ電気系サブシステムと機械系サブシステムで、破線で囲まれた部分は電気系サブシステムに厳密な線形化フィードバックを施したものに対応する。厳密な線形化フィードバックを施した後の電気系サブシステムの伝達関数 $P(s)$ は(19)式より直ちに

$$P(s) = \frac{1}{s} \quad (21)$$

として得られる。 C_A と C_B は設計されるフィードバックコントローラとフィードフォワードコントローラで、 $P_n(s)$ をノミナルプラントの伝達関数、 $Q(s)$ 、 $G_{ry}(s)$ をともに設計パラメータとするとそれぞれ

$$C_A(s) = \frac{1}{P_n(s)} \frac{Q(s)}{1-Q(s)} \quad (22)$$

$$C_B(s) = \frac{G_{ry}(s)}{1-G_{ry}(s)} \frac{1}{1-Q(s)} \frac{1}{P_n(s)} \quad (23)$$

と与えられる。本研究では設計パラメータ $Q(s)$ と $G_{ry}(s)$ を τ_1 、 τ_r を時定数とするローパスフィルタとしてそれぞれ

$$Q = \frac{1}{1+\tau_1 s}, \quad G_{ry} = \frac{1}{1+\tau_r s} \quad (24)$$

とした。

4. シミュレーション

本研究で提案する手法の有効性を検討するために数値シミュレーションを行う。実プラントのパラメータは電気系サブシステムについては $c_1 = 8.45 \times 10^{-5} [Hm]$ 、 $c_2 = 2.20 \times 10^{-3} [m]$ 、 $R_e = 4.57 [\Omega]$ とし、機械系サブシステムについては $m = 66.3 [g]$ 、 $k = 5290 [Nm]$ 、 $\hat{y}_0 = -5.00 [m]$ とした。また、 $Q(s)$ と $G_{ry}(s)$ の時定数はそれぞれ $\tau_1 = 5.00 [msec]$ 、 $\tau_r = 1.00 [msec]$ とした。ソルバには4次のルングクッタを用い、サンプリング時間は $0.1 [msec]$ とし、

初期状態は電磁石に $1.00 [V]$ の電圧を印加したときの平衡状態とした。

Fig. 4に目標電磁力を $0.1 [N]$ としたときのシミュレーション結果を示す。(a)図は電磁力の応答、(b)図は電磁石への入力電圧、(c)図は電磁石と浮上対象物体間のギャップである。これらより電磁力は $0.02 [sec]$ 程度で目標値に収束し、機械系サブシステムが振動しているにもかかわらず一定値を維持していることが確認できる。また、確認しづらいが、(b)図では定常状態において入力電圧が機械系サブシステムの振動に対して逆位相で振動しており、厳密な線形化フィードバックが機械系サブシステムの影響を相殺する結果となっている。

Fig. 5は電気系サブシステムのインダクタンス定数を25%増加させ、パラメータ誤差を考慮したときのシミュレーション結果である。(a)図は電磁力の応答、(b)図は電磁石への入力電圧、(c)図は電磁石と浮上対象物体間のギャップである。この場合、オーバーシュートが現れるがその大きさは8.6%と小さい。また、電磁力は $0.02 [sec]$ で目標電磁力に収束しており、パラメータ誤差がない場合と同様の収束性をもつ。これより、提案するコントローラがパラメータ誤差に対するロバスト性をもつことが確認できる。

5. ま と め

本研究では磁気浮上系を電気系サブシステムと機械系サブシステムに分割し、電気系サブシステムのみ注目し、機械系サブシステムのダイナミクスとは独立に、与えられた目標電磁力に追従するようなコントローラを設計した。本手法で提案したコントローラはステップ状の目標電磁力に対して良好な追従特性を示し、なおかつパラメータ誤差に対するロバスト性を有することを確認した。したがって、本手法は電磁力の直接制御に有効である。

文 献

- (1) 水野毅, 木下大輔, 高橋正也, 石野裕二, “荷重支持機構を備えたゼロパワー磁気浮上除振装置,” 日本AEM学会第13回MAGDAコンファレンス講演論文集, pp. 289-292, 2004.
- (2) J. Liu, K. Yakushi, T. Koseki and S. Sone, “3 Degrees of Freedom Control of Zero-Power Magnetic Levitation for Flexible Transport System,” The 16th International Conference on Magnetically Levitated Systems and Linear Drives, 2000.
- (3) 清水年美, 佐々木実, “柔軟ビーム磁気浮上系の受動性にもとづく非線形制御,” 計測自動制御学会論文集, Vol. 40, No. 1, pp. 36-44, 2004.

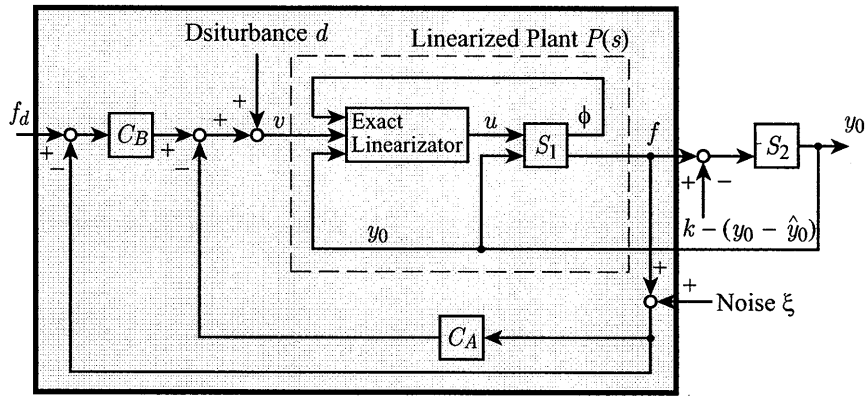
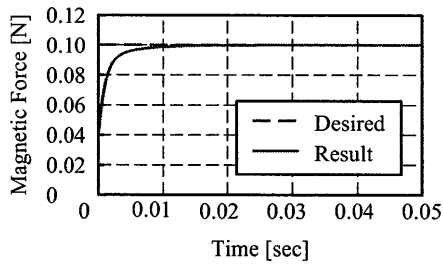
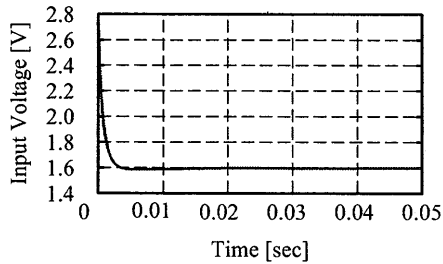


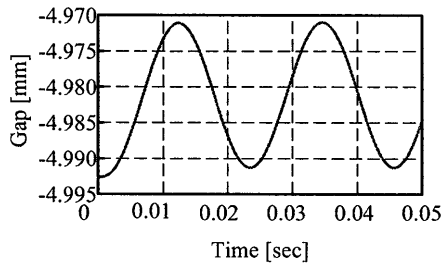
Fig. 3 Two Degrees of Freedom Servo Controller(Feedback Type).



(a) Magnetic Force.

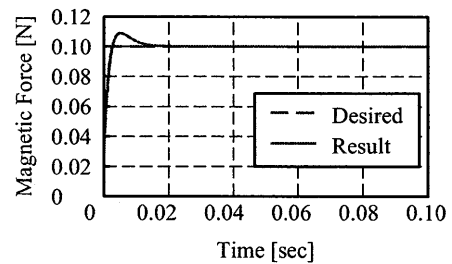


(b) Input Voltage.

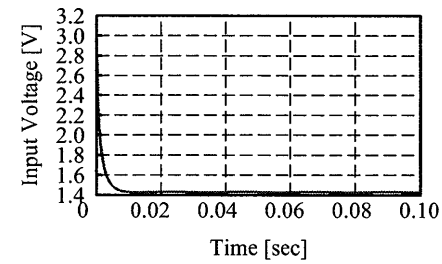


(c) Air Gap.

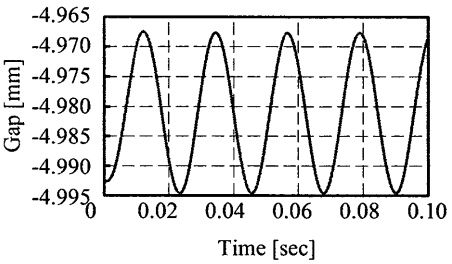
Fig. 4 Simulation Results (without parameter error).



(a) Magnetic Force.



(b) Input Voltage.



(c) Air Gap.

Fig. 5 Simulation Results (with parameter error by 25% in c_1).

- (4) D. T. Montie and E. H. Maslen, "Experimental Self-Sensing Results fo a Magnetic Bearing, " Proc. of ASME TURBOEXPO 2001, pp. 1-6, 2001.
- (5) J.H.Yi, K.H.Park, S.H.Kim, Y.K.Kwak, M.Abdelfatah and I.Bush-Vishniac, "Robust Force Control for a Magnetically Levitated Manipulator using Flux Density Measurement, " Control Eng. Practice, Vol. 4,

- No. 7. pp. 957-965, 1996.
- (6) 崔天時, 岡宏一, "Controllability and Observability of 2 Degree of Freedom Maglev System of Permanent Magnet Control, " 日本 AEM 学会第 13 回 MAGDA コンファレンス講演論文集, pp. 129-132, 2004.