A-1-19

Yee格子有限要素法による線路方程式の解析

Analysis of Transmission Line Equation by FEM using Yee Grids

関根 敏和 [1] Toshikazu Sekine
高橋 康宏 [1] Yasuhiro Takahashi
小林 邦勝 [2] Kunikatsu Kobayashi

岐阜大学工学部 [1] Dept. of Electrical and Electronic Eng., Gifu University
山形大学工学部 [2] Dept. of Information Science, Yamagata University

1 まえがき

配線の影響を考慮し，信号の品質を劣化させない回路設計が重要になってきており，配線を伝搬する信号の時間特性を効率よく求める方法が望まれている．配線を損失伝送線路で表すとき，その線路方程式の解は解析的には得られない．先に筆者らは，有限要素法を適用して少ない分割数で線路方程式を解く一方法を述べた [1]．本文では空間方向ばかりでなく，時間方向にも電圧と電流の計算格子点を交互に取ることで，数値的に効率よく解く一方法を述べる．

2 Yee 格子有限要素法による離散化

図 1 に示す損失不均一線路の線路方程式は，線路上の座標 x と時刻 t を用いて，単位長当りのインダクタンス，キャパシタンス，抵抗，コンダクタンスを，それぞれ $L(x), C(x), R(x), G(x)$ とすると

$$-\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = L(x)\frac{\partial I(x,t)}{\partial t} + R(x)I(x,t) \quad (1)$$

$$-\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = C(x)\frac{\partial V(x,t)}{\partial t} + G(x)V(x,t) \quad (2)$$

ただし

$$e_S(t) = V(0,t) + R_S I(0,t),\ 0 = V(\ell,t) - R_L I(\ell,t) \quad (3)$$

と表される．線路上に電圧計算点 (○) と電流計算点 (×) を図 2 のように空間と時間で交互に取り，基底関数 $\varphi_k(x)$ を用いて，$V(x,t), I(x,t)$ の近似関数を

$$V^h = \sum_{k=0}^{n+1} V(x_k,t)\varphi_k(x) \quad (k = 0,1,2,\cdots,n+1) \quad (4)$$

$$I^h = \sum_{p} I(x_p,t)\varphi_p(x) \quad (p = 0,\tfrac{1}{2},\cdots,n+\tfrac{1}{2},n+1) \quad (5)$$

とおく．このとき，各時刻 t における残差のモーメントを 0 とすると

$$\int_0^\ell \left(\frac{\partial V^h}{\partial x} + L(x)\frac{\partial I^h}{\partial t} + R(x)I^h\right)\varphi_i(x)dx = 0 \quad (6)$$

$$(i = 0,\tfrac{1}{2},1+\tfrac{1}{2},\cdots,n+\tfrac{1}{2},n+1)$$

$$\int_0^\ell \left(\frac{\partial I^h}{\partial x} + C(x)\frac{\partial V^h}{\partial t} + G(x)V^h\right)\varphi_q(x)dx = 0 \quad (7)$$

$$(q = 0,1,\cdots,n+1)$$

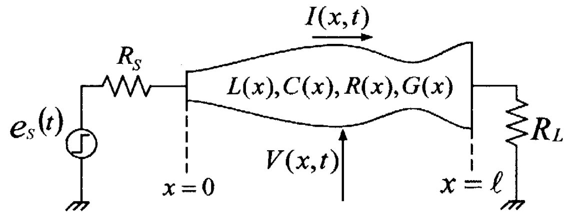

図 1　終端された損失不均一線路

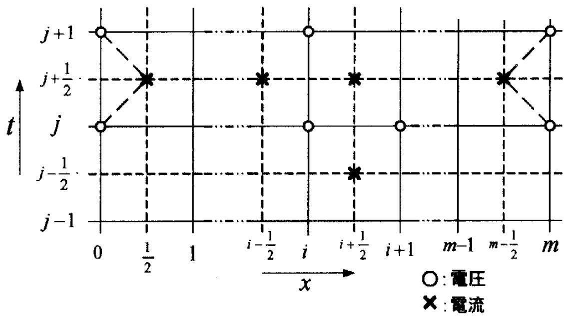

図 2　線路全体の $x-t$ 平面

が得られ，式 (6)，(7) に式 (4),(5) をそれぞれ代入すると

$$\begin{pmatrix} \Delta x\left(\frac{1}{\Delta t}\boldsymbol{C}+\boldsymbol{G}\right) & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{A} & \Delta x\left(\frac{1}{\Delta t}\boldsymbol{L}+\boldsymbol{R}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{V} \\ \boldsymbol{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

の形に整理される．

3 境界条件の組み込み

式 (8) に入出力端での境界条件式 (3) を加えて $\boldsymbol{V},\boldsymbol{I}$ を求めるために，入出力端で式 (2) を満足させ，式 (1) を無視することにする．

4 むすび

線路方程式が電圧と電流に関して相補的な形をしていることを利用し，線路上の電圧と電流の計算点を時間と空間の両方で交互に取って，効率よく計算する Yee 格子有限要素法を提案した．

参考文献

[1] 関根，高橋，小林，“電圧と電流の計算点を交互に配置した有限要素法による線路方程式の解析，” 2006 信学総大，no. A-1-13, Mar. 2006.