２次元平面の把持における物体姿勢と接触力の関係について

On the relation between object posture and contact forces in 2D grasping

○ 伊藤　聡（岐阜大／理研 BMC）　　水越　祐樹（岐阜大）　　正　佐々木　実（岐阜大）

Satoshi ITO, Gifu University / RIKEN, satoshi@gifu-u.ac.jp
Yuuki Mizukoshi, Gifu University
Minoru Sasaki, Gifu University

In this paper, we consider which posture of grasped object is best when we grasp it by pinching with friction. Up to now, we have analyzed this issue for circular object in the 2D grasping with two fingers. Here, we consider the grasping of rectangular object. As case of the circular object, we obtained a similar conclusion that the optimal posture is determined by the two friction cones at the two contact points.

Key Words: Grasping, Object posture, Contact forces, Optimization, Friction

1. 緒言

物体の把持は人間にとって必要不可欠な動作の一つである．これまでわれわれは，物体把持において，どのような物体姿勢をとればよいのかについて考察してきた[1]．２次元平面内において，形状が最も単純な球体の把持に関しては，接触力を最小とする意味で最適な姿勢を解析した[2]．今回，これを直方体に拡張したのでこれを報告する．

2. 問題設定

本稿では，把持時における物体の姿勢について考える．把持においては，部品の組み立てや液体入り容器の搬送のように，把持物体の姿勢が作業によって決められる場合もある．しかし，搬送作業時の多くの場合，把持物体の姿勢が任意にとれる場合も少なくない．このような場合，どのような姿勢をとればよいかについて以下の問題設定で考える．

・把持する物体は均質な剛体である．
・接触点において物体形状は滑らかである．
・把持での物体との接触は摩擦ありの点接触[3]である．
・把持は摩擦を用いた摘み上げによる把持を考える．
・把持を可能とする最小数の接触点が与えられている．

最後の仮定に関しては，摘み上げ把持の場合，接触点の数は２次元空間では２点，３次元空間では３点となる．

また，把持姿勢の評価として接触力の２乗ノルムを考える．接触力を小さくすることは，機構の出す力が少なくてすむことから効率がよい点，物体にかかる力が小さいため変形や破損を防げる点において有利である．

つまりここで考える問題は，「上に記した５つの仮定のもとで接触力の２乗ノルムを最小とするには，物体の姿勢をどのように選べばよいか」ということになる．

3. ２次元空間での直方体把持

3.1 仮定と問題の定式化

第２節の問題設定を一般的に解くことは難しい．そこで本稿では，２次元空間での直方体の把持に限定して解析を行う．Fig.1 に示すように，直方体の２辺の長さを L_1，L_2 とし，ある隣り合う２辺の共通頂点より長さ r_1，r_2 の点が把持点として与えられるとする．この物体を水平方向に対してどれだけ傾けて持てばよいかが問題である．

この問題は作業座標系において水平方向に対する物体の傾きを考えるよりも，物体座標系における重力の相対的な方向を考えたほうが簡単である．そこで把持点のある辺の共通頂点とは対称の位置にある頂点を原点とし，座標軸を各辺に平行にとった物体座標系を考える．この物体座標系において，両座標軸方向の力の釣り合いおよびモーメントの釣り合いを考えると以下の式を得る．

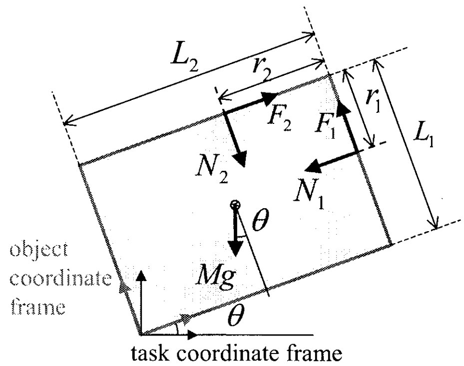

Fig.1: Coordinate system

$$LF = M \tag{1}$$

ここで，行列 L は

$$L = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ \frac{1}{2}L_1 - r_1 & \frac{1}{2}L_2 & -\frac{1}{2}L_2 + r_2 & -\frac{1}{2}L_1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

で定義される把持行列，$M = \begin{bmatrix} Mg\sin\theta & Mg\cos\theta & 0 \end{bmatrix}^T$ は重力作用を表すベクトル，$F = \begin{bmatrix} N_1 & F_1 & N_2 & F_2 \end{bmatrix}^T$ は接触力を表すベクトルで，N_1，N_2 は接触面に対する垂直方向成分，F_1，F_2 は接触面の接線方向成分である．

ここでの問題は，式(1)の解のうち接触力ベクトルの２乗ノルム

$$V = F^T F \tag{3}$$

を最小とする θ を求めることとして定式化できる．ただし，接触力には以下のような拘束がつくことに注意する．

(I)　接触力の１方向性条件

接触力は物体を押し付ける方向にしか生成できない．Fig.1 に示す接触点座標系ではこの条件は

$$N_1 > 0 \tag{4}$$
$$N_2 > 0 \tag{5}$$

として記述できる．

(II)　摘み上げ把持条件

摩擦力による摘み上げ把持に限定するには以下の条件を課す．

$$F_1 > 0 \tag{6}$$
$$F_2 > 0 \tag{7}$$

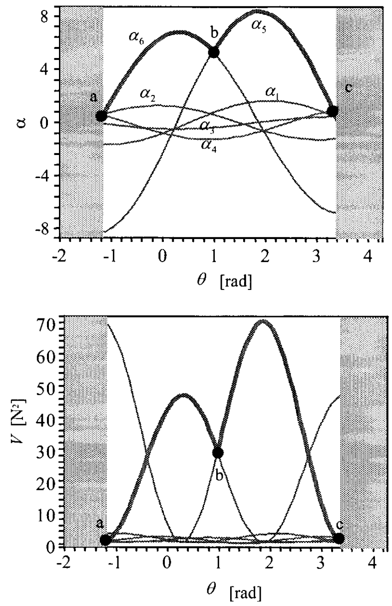

Fig.2: Results of Numerical analyses. Top: Magnitude of alpha.

Bottom: Evaluation function for each alpha.

(III) 摩擦条件

接触点で滑りを起こさないための条件は以下のようである．

$$\mu_1 N_1 - F_1 > 0 \tag{8}$$

$$\mu_2 N_2 - F_2 > 0 \tag{9}$$

ここで，μ_1，μ_2は各接触点における静止摩擦係数である．

3.2 解析

上記の問題は，式(3)を評価関数とする非線形最適化問題である．これは各拘束条件を含んだラグランジュ関数を構成し，KKT 条件を解くことにより最適解を求めることができる．しかし，本稿での問題では場合分けが多すぎ，解析により意味のある解を求めることが困難である．そこで，本稿では以下のようなアプローチにより問題を解く．

まず力・モーメントの釣り合い条件式(1)を解く．その解は

$$F = F_T(\theta) + \alpha F_N \tag{10}$$

のように記述できる[4]．ここで，F_Nは行列Lの零空間成分で$\|F_N\| = 1$と正規化したものである．F_Nは内力の方向に相当し，αは内力の大きさに対応する．一方，F_Tは式(1)の２乗ノルム最小解であり，$F_T^T \cdot F_N = 0$を満たす．

式(10)において内力の大きさαは小さければよいと考えれば，$F_T = F_T(\theta)$を最小化すればよい．しかし，式(4)から式(9)の条件を満たすαは，θにより変わりうる可能性がある．そこで$N_1 = 0$，$N_2 = 0$，$F_1 = 0$，$F_2 = 0$，$\mu_1 N_1 - F_1 = 0$，$\mu_2 N_2 - F_2 = 0$を満たす解(10)のαをθの関数としてそれぞれα_1，α_2，α_3，α_4，α_5，α_6で表す．式(4)から式(9)を満たすには，αは全ての$\alpha_k(\theta)$ $(k = 1,\cdots,6)$より大きい値を持たなければならないことが，簡単な解析よりすぐに分かる．そこで，$\alpha_k(\theta)$ $(k = 1,\cdots,6)$の中で最大のものを式(10)に代入して，その解$F = F(\theta)$を用いて式(3)を最小化する．

しかし，この解析も場合分けが多く計算が困難となる．そこで，各パラメータに適切な値を代入することによって数値的な解析を行う．

Fig.2 の上のグラフは各パラメータを$Mg = 1$，$L_1 = 9$，$L_1 = 12$，$r_1 = 7$，$r_2 = 5$，$\mu_1 = \sqrt{3}$，$\mu_2 = 1$と設定したときの各$\alpha_k(\theta)$を表す．ここで物体重心から重力方向に下ろした線が２つの接触点を結ぶ線分と交わるとき，摘み上げ把持というよりは２つの接触点の上に載せている状態となる．そのような状態を Fig.2 ではグレーで示した．この領域を除いたθで評価関数Vを描いたものが Fig.2 の下のグラフである．式(4)から式(9)を満たす$\alpha_k(\theta)$範囲で描かれる曲線を見ると，評価関数Vは点 a, b，c の３点に極小点 c をもつことが分かる．

3.3 最小点・極小点の物理的意味

極小点での把持は，物理的にはどのような状態であろうか．

点 a は３つの$\alpha_k(\theta)$が交わる姿勢である.つまり，１つの接触点において(I)から(III)の全ての条件を満たす領域の境界である．簡単な解析より，この状態は Fig.3(a)のように重心が１つの接触点の真上に位置する状態であることが分かる．

点 c に関しては詳しい解析ができていない．しかし，把持戦略においては，物体の大部分の重さを１つの接触点で支えているような点 a での把持と本質的に変わりない（Fig.3(c)）.

われわれの関心のあるのは，まさに物体を摘み上げる点 b での把持である．その姿勢は，力の釣り合い式(1)と摩擦条件式(8)-(9)から求めることができる．その姿勢は

$$\theta = \arctan\left(\frac{2\mu_2 r_1 - \mu_1\mu_2 L_2 + L_2 - 2r_2}{-2\mu_1 r_2 + \mu_1\mu_2 L_1 - L_1 + 2r_1}\right) \tag{11}$$

となる．簡単な解析により，その姿勢は Fig.3(b)に示すように２つの摩擦円錐の側面の交点と物体重心が鉛直線上に並ぶような姿勢であることが分かる．

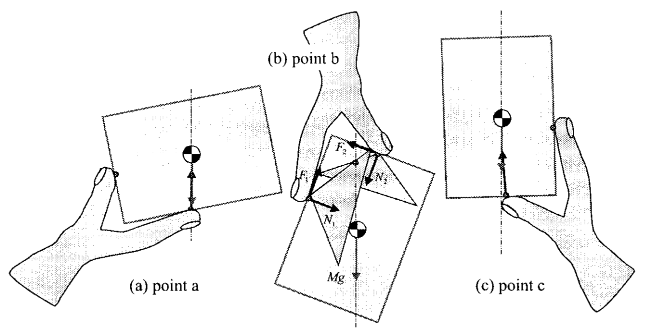

Fig. 3: Object posture at the minimal points

4. 結論

本稿では，２次元空間での直方体把持を対象に接触力の２乗ノルムを最小にする把持物体の姿勢について考察した．接触力の一方向性条件，摘み上げ把持条件，摩擦条件を考慮した解析を行った結果，２つの摩擦円錐の側面の交点と物体重心が鉛直線上に並ぶような姿勢が，摘み上げ把持として意味のある解であることが分かった．今後は一般物体形状の把持，３次元把持に関する解析を行う．

文　献

[1] 石原康司，水越祐樹，伊藤　聡，佐々木実：３次元把持における接触力を最小にする物体姿勢，第６回計測自動制御学会制御部門大会予稿集，名古屋，Vol.1，pp. 189-192, 2006.

[2] 水越祐樹，伊藤　聡，石原康司，佐々木実：２次元平面の把持における物体姿勢と必要内力の関係の数値解析，第７回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演論文集 CD-ROM, pp230-231，2006.

[3] 吉川恒夫：把持と操りの基礎理論　３．制御，日本ロボット学会誌，Vol.14, No.4, pp.505-511, 1996.

[4] 吉川恒夫：把持と操りの基礎理論，２．指先力，日本ロボット学会誌，Vol.14, No.1, pp.48-54, 1996.