有限要素法を用いた柔軟物体の把持操作における重心位置および姿勢算出方法の検討

Basic Study on Calculation Method for Gravity Center and Posture in Grasping Soft Object using FEM

○ 横山 哲也（岐阜県情報技術研究所）　棚橋 英樹（岐阜県研究開発財団）
正 川崎 晴久（岐阜大学工学部）

Tetsuya YOKOYAMA, Gifu Prefectural Research Institute of Information Technology
Hideki TANAHASHI, Gifu Research and Development Foundation
Haruhisa KAWASAKI, Faculty of Engineering, Gifu University

We propose a method that is enable to translate and rotate in grasping a soft object using FEM. The proposed method transforms a stiffness matrix and calculates an inverse matrix of the stiffness matrix using Singular Value Decomposition. The translation and rotation are calculated using the inverse matrix. In this paper, we describe the proposed method and do a simulation of grasping the soft object.

Key Words: Virtual Reality, Haptic Display, FEM, Soft Object, Singular Value Decomposition

1. はじめに

力覚提示における有限要素法を用いた柔軟物体の把持操作において，物体の重心位置および姿勢情報は物体の変形と反力算出に必須である．力覚提示装置を使用しない変形のアニメーションでは，変形の基準となる基準形状を有する物体（以下，基準物体）を設け，重心位置と姿勢を計算する手法[1][2]がある．しかし，その手法は計算式に外力を与え，変位を求める手法であるため，力覚提示に流用することは難しい．何故なら，多くの力覚提示手法は位置情報および変位が入力となるためである．

そこで本稿では，力覚提示における有限要素法を用いた柔軟物体の把持操作において，変形の基となる基準物体の重心位置と姿勢を，特異値分解等を用いて強制変位から算出する手法を提案し，その検討を行う．剛性行列は非正則であり零空間を有するため，剛性方程式の入力となる強制変位には，変形に寄与しない変位，つまり剛体変位が含まれる．この剛体変位に基づき基準物体を移動させることで，柔軟物体と基準物体は連動して動くことになる．なお，重力が働かない柔軟物体を扱い，準静的な動きを対象とする．

以下では，剛性方程式による強制変位と荷重の関係を記述し，提案手法の説明を行う．そして提案手法の検証を行う．

2. 剛性方程式による強制変位と荷重の関係

ノード数nで表現される線形有限要素モデルによる3次元の剛性方程式は，荷重$f \in R^{3n}$，変位$u \in R^{3n}$と剛性行列$K \in R^{3n\times 3n}$を用いて式(1)で与えられる．

$$f = Ku \tag{1}$$

剛性方程式(1)を以下のとおり書き直す．

$$\begin{pmatrix} 0 \\ f_u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_u \\ u_k \end{pmatrix} \tag{2}$$

添字のuは未知ノード，kは既知ノードを指す．本論文では強制変位を取り扱うため，$u_k \in R^{3l}$は接触箇所の強制変位，$u_u \in R^{3(n-l)}$は非接触箇所の変位，$f_u \in R^{3l}$は接触箇所に働く未知荷重とする．ここでlは強制変位が働くノード数である．式(2)の左辺第1行は外から荷重が働かないため0である．

未知変位u_uは式(2)の第1行より，以下のとおり求まる．

$$u_u = -K_{11}^{-1} K_{12} u_k \tag{3}$$

未知荷重f_uは式(2)と式(3)より，

$$f_u = \underbrace{(-K_{21}K_{11}^{-1}K_{12} + K_{22})}_{\alpha} u_k \tag{4}$$

となる．なお，α行列は非正則となる．なぜなら物体に拘束条件が付加されておらず，荷重が働いても剛体変位により一意に変位が決まらないためである．

3. 提案手法

変形は物体に変位uが働き，歪みが生じることである．つまり式(1)に変位uを与えても，歪みが生じなければfは発生しない．式(1)の剛性行列Kは非正則で零空間を有する[3]．変位uをKの値域に属するベクトル(以下，非零空間ベクトル) u_1と零空間に属するベクトル(以下，零空間ベクトル) u_2で構成すると，式(1)は式(5)となる．

$$f = K(u_1 + u_2) = Ku_1 \tag{5}$$

u_2はfを発生しないので変形に寄与しない物体の並進と回転，つまり剛体変位に該当する．図1に変形に寄与する強制変位u_{k1}と，並進と回転に寄与する強制変位u_{k2}を示す．

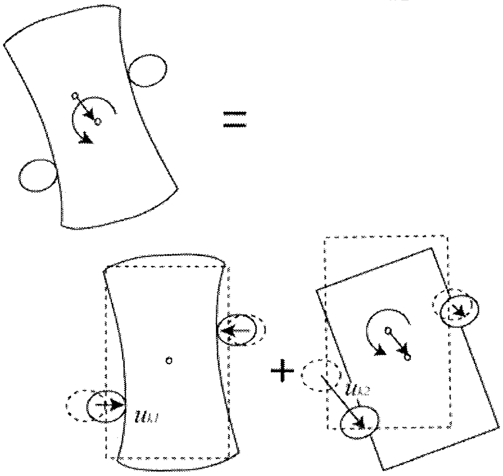

Fig. 1 Breakdown of displacement

提案手法の処理手順を図2に示す．はじめに基準物体の形状と提示装置のエンドエフェクタ位置との差から強制変位u_kを算出し，u_kと式(4)からf_uを求める．次に接触箇所の変更があった場合，式(5)のα行列の特異値分解を行う．そしてf_uと特異値分解した行列を用いて，非零空間ベクトルu_{k1}を算出する． $u_{k2}=u_k-u_{k1}$より，基準物体の重心位置と姿勢を示す回転行列を求め，更新する．この処理を繰り返し行うことで，柔軟物体と基準物体の動きを連動させる．

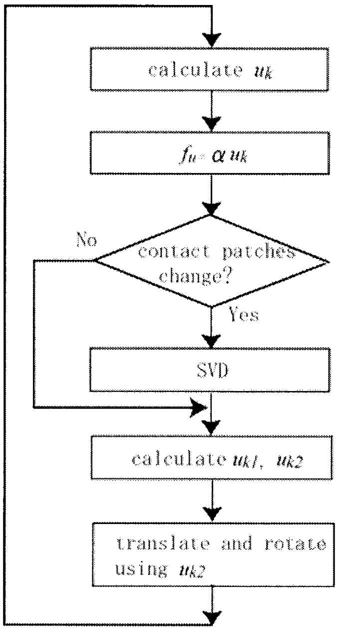

Fig.2 Process of proposed method

4. 検証

提案手法の有効性を調べるため，シミュレーションによる検証を行った．

基準物体の重心位置と姿勢が，変形にどの程度影響を及ぼすか，(a)提案手法を用いて基準物体の位置姿勢を更新した場合と(b)基準物体を更新しない場合の2ケースで，歪みエネルギーを算出した．

柔軟物体は，図3に示す一辺0.06[m]の立方体を用いた．物体の特性値はヤング率E=50000[Pa]，ポアソン比σ=0.4とした．強制変位u_kは図中の左側黒塗箇所に0.00[m]，右側黒塗箇所に，x方向に-0.01[m]を与えた．なお，図2の繰り返し処理において，力覚提示装置のエンドエフェクタ位置は変化しないとする．

図4に変形を示す．細実線が物体の変形形状，太実線が基準物体，破線が変形前の物体形状である．(a)は基準物体の位置姿勢の更新で，基準物体が変形物体に沿っていることがわかる．(b)は基準物体の位置姿勢を更新しないので，基準物体と変形前物体は一致している．

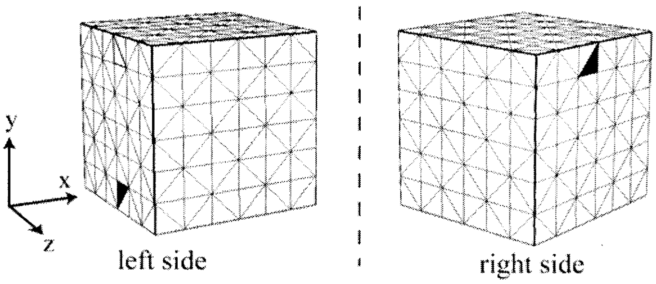

Fig. 3 Contact patches where forced displacement works

表1に歪みエネルギーを示す．(a)は重心位置と姿勢が更新されることで強制変位u_kが変化し，歪みエネルギーは(b)に比べて小さい値となる．(b)は基準物体の重心位置と姿勢が更新されないので，変形は初期状態(変形前の状態)の基準物体の位置と姿勢に依存される．現実世界は物体が空間に固定されない限り，変形は初期状態の影響を受けない．提案手法は基準物体の位置と姿勢が更新されることで，初期状態の影響を受けていないことがわかる．

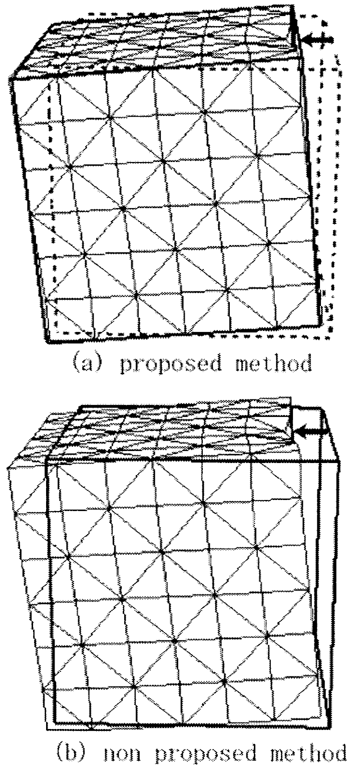

Fig. 4 Deformed objects

Table 1 Results of strain energy

	strain energy[J]
(a) proposed method	0.0154
(b) non proposed method	0.0165

5. まとめ

本稿では，力覚提示における有限要素法を用いた柔軟物体の把持操作において，変形の基となる基準物体の重心位置と姿勢を算出する手法を提案し，その検討を行った．基準物体の位置姿勢を更新することで，歪みエネルギーが減少することがわかった．今後は提案手法の有効性を確認するため，さらなる検証を行う予定である．

文　献

[1] Demetri Terzopoulos, Andrew Witkin, “Phisically Based Models with Rigid and Deformable Components”, IEEE Computer Graphics and Applications, Vol.8, No.6, p.41-51, 1988
[2] M. Muler, J. Dorsey, L. McMillan, R. Jagnow, B. Cutler:, “Stable Real-Time Deformations”, Proceedings of ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation , 2002
[3] 三好敏郎，“有限要素法入門”，培風館，1978