

正弦波発振器のQについての一考察

An Consideration of Q-factor for Sinusoidal Oscillators

中島 佑樹¹
Yuki Nakajima関根 敏和²
Toshikazu Sekine高橋 康宏²
Yasuhiro Takahashi岐阜大学大学院工学研究科¹
Graduate School of Eng., Gifu University岐阜大学工学部²
Dept. of Electrical and Electronic Eng., Gifu University

1 まえがき

正弦波発振器に要求される性能の一つに、位相雑音の少なさ、すなわち、出力周波数スペクトラムの広がり少なさがある。しかし、その小信号等価回路からは、発振周波数や発振に必要な内部の利得は求まるが、出力の振幅や出力周波数スペクトラムの周波数特性を直接求める方法は知られていない。最近になって、この広がり程度を表す指標としてアクティブQ(Q_a)が提案された[1]。 Q_a は小信号等価回路から直接求めることができる便利さがあり、大きいときには出力周波数スペクトラムの広がりによく比例することが実験的に確かめられている[3][4]。本文では、 Q_a の特徴を述べ、発振器の過渡解析から出力スペクトラムを求めて、それと Q_a との関係を検討する。

2 アクティブQと従来のQファクタ

図1(a)は正弦波発振器のブラックボックスモデルで、負荷 G_L から発振器を見たアドミタンスを $Y(\omega)$ とすると、出力電力 $P(\omega)$ は、等価雑音電流源 J を用いて

$$P(\omega) = G_L \left| \frac{J}{Y(\omega) + G_L} \right|^2 \quad (1)$$

と表される。式(1)の分母を $\text{Im} Y(\omega) = 0$ となる共振周波数 ω_0 の近傍でテイラー展開して第2項までとり、並列共振器で近似すると、 $Y'(\omega) = \partial Y(\omega) / \partial \omega$ を用いて

$$P(\omega) \cong \frac{|J|^2}{G_L} \left/ \left| \frac{Y(\omega_0) + G_L}{G_L} + \frac{\omega_0 Y'(\omega_0)}{2G_L} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right|^2 \right. \quad (2)$$

と表現できるので、図1(b)のように表すことができる。ただし、 $G_p (= \text{Re} Y(\omega))$ は周波数特性を持つことに注意する。ここで問題になることは、式(2)に発振条件

$$Y(\omega_0) + G_L = 0 \quad (3)$$

を加えると、 $P(\omega_0)$ が無限大になってしまうことである。

(a) アクティブQ(Q_a)

式(2)は、 $Y(\omega_0) + G_L$ が十分小さい場合は、出力周波数のスペクトラムを表す Leeson の近似式[2]

$$P(\omega) = \left(\frac{\omega_0}{2Q(\omega - \omega_0)} \right)^2 P_0 \quad (4)$$

に帰着される。よって

$$Q \cong Q_a = \frac{\omega_0}{2} \left| \frac{Y'(\omega_0)}{Y(\omega_0)} \right|, \quad P_0 = \frac{|J|^2}{G_L} \quad (5)$$

を得る[1]。

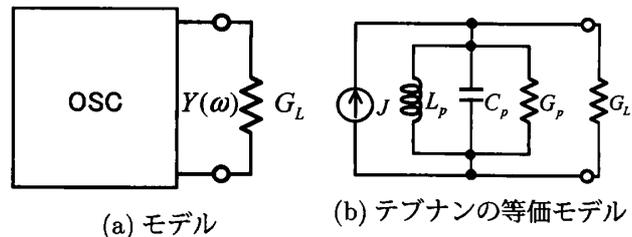


図1 正弦波発振器

(b) 外部Q(Q_e)

図1(a)において、共振周波数 ω_0 で負荷の消費電力の総和を $P(\omega_0)$ 、発振器の蓄積エネルギーの総和を $U(\omega_0)$ とすれば外部Q(Q_e)は、発振条件を満足するとき

$$Q_e = \omega_0 \frac{U(\omega_0)}{P(\omega_0)} \quad (6)$$

$$= \frac{\omega_0}{2} \left| \frac{\text{Im} Y'(\omega_0)}{G_L} \right| = \frac{\omega_0}{2} \left| \frac{\text{Im} Y'(\omega_0)}{Y(\omega_0)} \right| \quad (7)$$

と求まる。よって、 Q_a との違いは、 $\text{Re} Y'(\omega)$ を考慮するか否かにある。

(c) 半値幅から求めるQ(Q_h)

$P(\omega)$ が最大値 P_0 の半値になる周波数を ω_1, ω_2 とすれば

$$G_p + G_L = \pm B_p \quad (8)$$

$$= +\omega_0 C_p \left(\frac{\omega_2}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_2} \right) = -\omega_0 C_p \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) \quad (9)$$

の関係が得られる。また、発振器の負荷Q(Q_L)は

$$Q_L = \omega_0 \frac{C_p}{G_p(\omega_0) + G_L} \quad (10)$$

であるから、発振条件 $G_p(\omega_0) + G_L = 0$ を満足するとき Q_L は無限大になる。一方、電力が最大になる周波数を ω_p とすれば半値幅から求めるQ(Q_h)は

$$Q_h = \frac{\omega_p}{\omega_2 - \omega_1} \quad (11)$$

となって無限大にはならないので、実際の発振器の出力周波数スペクトラムの広がりをよく表すと考えられる。

3 アクティブ Q に基づく発振器の設計例

図 2(a) にコルピッツ発振器, 同図 (b) に等価雑音源 J を含む小信号等価回路を示す。ここで

$$Y(\omega) = \frac{g_m}{1 - \omega X(\omega)C_1} + \frac{1}{jX(\omega) + 1/j\omega C_2} + j\omega C_2 \quad (12)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{X(\omega_0)} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \quad (\text{共振条件}) \quad (13)$$

$$g_{m0} = G_L \frac{C_1}{C_2} \quad (\text{利得条件}) \quad (14)$$

である。ただし, g_{m0} は発振条件を満たすトランスコンダクタンス g_m である。ここで

$$\text{Re}Y'(\omega_0)|_{g_m=g_{m0}} = G_L C_2 (X(\omega_0) + \omega_0 X'(\omega_0)) \quad (15)$$

$$\text{Im}Y'(\omega_0)|_{g_m=g_{m0}} = \omega_0 C_2^2 (X(\omega_0) + \omega_0 X'(\omega_0)) \quad (16)$$

であるから, Q_a を大きくする設計法の一つとして $X'(\omega)$ を大きくする設計が考えられる。

図 3 は $Y(\omega)$ の周波数特性で, $X(\omega)$ をインダクタンス ($X(\omega) = \omega L$) にした場合を実線で, また, ショートスタブ ($X(\omega) = Z_0 \tan \tau\omega$) にした場合を破線で示している。ショートスタブの場合には, その遅延時間 τ を調整して $X'(\omega)$ が大きくなるようにしている。ここで, $\text{Re}Y'(\omega_0)$, $\text{Im}Y'(\omega_0)$ 共に大きくなっている。

図 2(a) の過渡解析を行い, その結果を離散フーリエ変換して求めた出力周波数スペクトラム特性を図 4 に示す。ここで基本発振周波数 1GHz 近傍での出力スペクトラムの広がりやを評価するため, 離散フーリエ変換の結果を更に図 1(b) の回路の特性で補間して半値幅による $Q(Q_h)$ を求めた。これは, 共振特性が急峻なため, 離散フーリエ変換の結果だけでは広がりやの評価が困難なためである。結果を図 5 に示す。ここで白丸が離散フーリエ変換で求めた値で, 実線が補間した特性である。インダクタの場合は $Q_a = 6$, ショートスタブの場合は $Q_a = 12$ と 2 倍に指定して設計してある。このとき, Q_h もほぼ 2 倍になっており, Q_a に基づく設計が有効であることがわかる。

4 むすび

発振器を等価雑音電流源と周波数特性のある負性コンダクタンスを持つ並列共振器に近似して等価表現することで, 正弦並列共振器に対して定義されたアクティブ Q と従来の外部 Q の違いは, その出力アドミタンスの実部の周波数特性を考慮するか否かにあることを示した。次にアクティブ Q と出力アドミタンスの関係に基づき, 出力アドミタンスの周波数微分を大きくする設計例を行い, それが有効であることを示した。このとき, 過渡解析の結果をフーリエ変換し, 更に並列共振器の特性で補間してスペクトルの広がりやを評価する方法を示した。出力電力周波数スペクトラムの広がりやを少なくするには, 発振器内部の共振回路の Q_e を上げる, すなわち, 出力アドミタンスの虚部の周波数に対する変化を急峻にするばかりでなく, 実部の周波数に対する変化を急峻にする設計が有効であることがわかった。

外部 Q は, 共振周波数における負荷の消費電力の総和と発振器の蓄積エネルギーの総和の比で定義される。

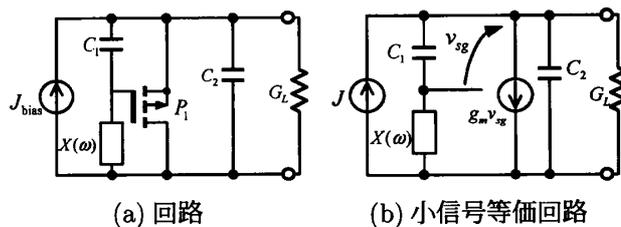


図 2 コルピッツ発振器

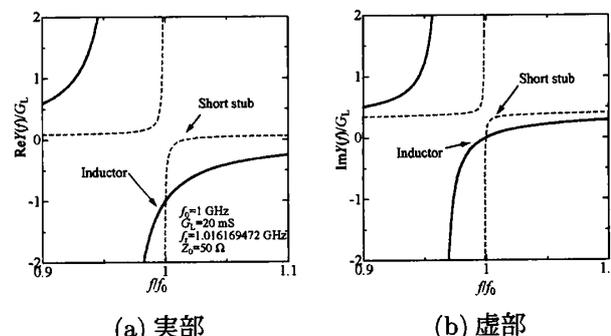


図 3 小信号等価回路から求めた出力アドミタンス特性

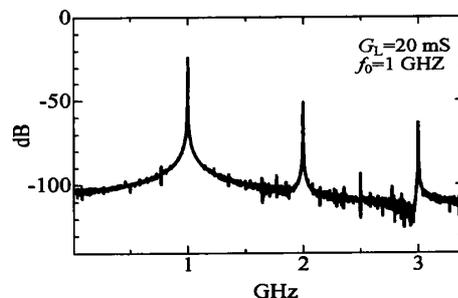


図 4 出力周波数スペクトラム特性

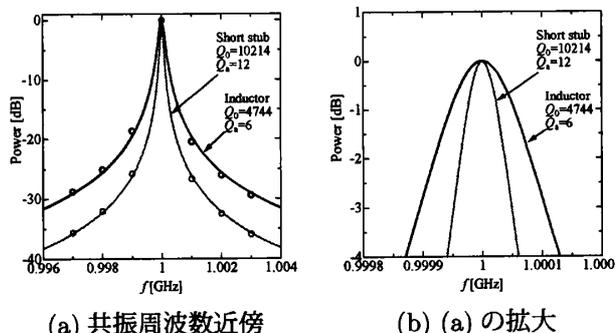


図 5 補間によって求めた出力周波数スペクトラム

今後, アクティブ Q に対してもこのような定義を明快にすることが望まれる。

参考文献

- [1] T. Ohira, and K. Araki, "Active Q-factor and equilibrium stability formulation for sinusoidal oscillators," IEEE Trans. on Circuits Syst. II, vol.54, no.9, pp. 810-814, Sep. 2007.
- [2] D. B. Leeson, "A simple model of feedback oscillator noise spectrum," Proc. IEEE, vol. 54, no. 2, pp. 329-330, Feb. 1966.
- [3] 森正朝也, 伊東健治, 別段信一, 牧野滋, 廣田哲夫, 野口啓介, 大平孝, 津留正臣, 池松寛, "同軸共振器装荷 FET 発振器の発振器 Q の解析と評価," 信学技報, MW2010-128, pp. 35-40, Dec. 2010
- [4] 三輪清孝, 森正朝也, 伊東健治, 別段信一, 牧野滋, 廣田哲夫, 野口啓介, 大平孝, "同軸共振器装荷トランジスタ発振器の Q の解析と評価," 信学技報, MW2012-11, pp. 11-16, May. 2012