

A-1-23

## 損失伝送線路過渡解析における拡張特性法の離散化誤差

Discretization Error of Extended Method of Characteristics for Transient Analysis of Lossy Transmission Line

石田 一恭<sup>1</sup>

Kazutaka Ishida

関根 敏和<sup>2</sup>

Toshikazu Sekine

高橋 康宏<sup>2</sup>

Yasuhiro Takahashi

岐阜大学 工学研究科<sup>1</sup> 工学部<sup>2</sup>Graduate School of Eng.<sup>1</sup>, Dept. of Electrical and Electronic Eng.<sup>2</sup>, Gifu University

## 1 まえがき

拡張特性法は、特性法を無条件安定になるように拡張したもので、伝送線路の時間領域解析に用いるとき時間刻みを大きくとって解析を高速にできる特長がある。本文では、伝送線路に損失がある場合の離散化誤差を解析的に求め、誤差が0になる条件を求める。

## 2 離散化誤差の導出

図1の不均一線路の伝送特性を数値的に解くための離散化した線路方程式は、前進波、後進波それぞれに対して

$$\begin{aligned} & \frac{(V_i^{n+1} + Z_i I_i^{n+1}) - (V_{i-1}^n + Z_i I_{i-1}^n)}{\Delta t} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{G_i}{C_i} V_i^{n+1} + \frac{R_i}{L_i} Z_i I_i^{n+1} \right) + \left( \frac{G_i}{C_i} V_{i-1}^n + \frac{R_i}{L_i} Z_i I_{i-1}^n \right) \right\} \\ & - \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}} \right) \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{V_i^{n+1} - V_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{V_i^n - V_{i-1}^n}{\Delta x} \right) \right. \\ & \left. + Z_i \left( \frac{I_i^{n+1} - I_{i-1}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{I_i^n - I_{i-1}^n}{\Delta x} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(V_{i-1}^{n+1} - Z_i I_{i-1}^{n+1}) - (V_i^n - Z_i I_i^n)}{\Delta t} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{G_i}{C_i} V_{i-1}^{n+1} - \frac{R_i}{L_i} Z_i I_{i-1}^{n+1} \right) + \left( \frac{G_i}{C_i} V_i^n - \frac{R_i}{L_i} Z_i I_i^n \right) \right\} \\ & - \left( -\frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}} \right) \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{V_{i-1}^{n+1} - V_i^{n+1}}{\Delta x} + \frac{V_i^n - V_{i-1}^n}{\Delta x} \right) \right. \\ & \left. - Z_i \left( \frac{I_{i-1}^{n+1} - I_i^{n+1}}{\Delta x} + \frac{I_i^n - I_{i-1}^n}{\Delta x} \right) \right\} = 0 \end{aligned} \quad (1b)$$

となる[1]。ここで、 $L_i, C_i, R_i, G_i$ は線路上 $i\Delta x$ での分布一次定数で、 $V_i^n$ は $V(i\Delta x, n\Delta t)$ の略記、 $V(x, t), I(x, t)$ は、線路上 $x$ 、時刻 $t$ での電圧と電流を表している。 $Z_i (= \sqrt{L_i/C_i})$ は線路の時間領域での特性インピーダンスである。離散化された式は近似解 $I_i^n, V_i^n$ で成立するので、厳密解 $\bar{I}_i^n, \bar{V}_i^n$ を代入すると等号は成立しない。よってこのとき的前進波、後進波に対する離散化誤差を $\pm \epsilon_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ とおく。このときテーラー展開

$$f(a + \Delta x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left( \frac{d}{dx} \right)^n f(a) \Delta x^n \quad (2)$$

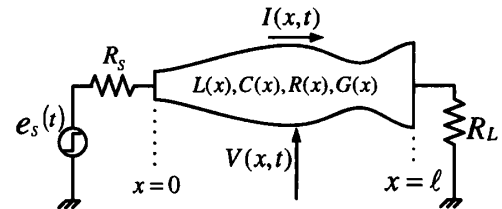
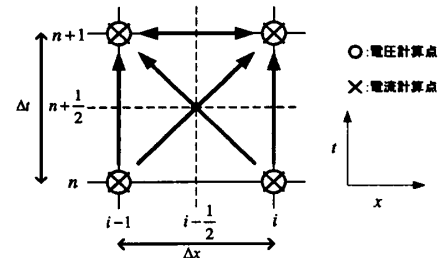


図1 終端された不均一線路

図2  $x-t$  平面とクーラン数 $\nu$ との関係式

$$\nu \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}} \quad (3)$$

を用いると、 $\frac{R_i}{L_i} = \frac{G_i}{C_i}$ のとき

$$\begin{aligned} \pm \epsilon_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\Delta t}{2} \right)^{2m} \frac{2m}{(2m+1)!} \left( \frac{d}{dt} \right)^{2m} \\ & \frac{G_i}{C_i} \left( \bar{V}_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \pm Z_i \bar{I}_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{\Delta x}{2\Delta t} (\pm 1 \mp \nu) \\ & \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4}{m!} \left( \frac{\Delta x}{2} \right)^{2m+1} \left( \frac{d}{dx} \right)^m \left( \bar{V}_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \pm Z_i \bar{I}_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

が得られる。式(4)から、 $\frac{G_i}{C_i} = 0, \nu = 1$ のときに離散化誤差は0となることがわかる。

## 3 むすび

拡張特性法を損失伝送線路に用いる場合の離散化誤差を導出した。

## 参考文献

- [1] 関根敏和, 高橋康宏, “拡張特性法の収束性の解析,” 信学技報, EMCJ2011-80, pp. 49-53, Sept. 2011.