C-2-63

4ポートSパラメータの一推定法

A Estimation Method of 4-port S-parameter.

大野 慎治 [1]　関根 敏和 [2]　高橋 康宏 [2]
Shinji Ohno　Toshikazu Sekine　Yasuhiro Takahashi

岐阜大学大学院工学研究科 [1]
Graduate School of Eng., Gifu University
岐阜大学工学部 [2]
Dept. of Electrical and Electronic Eng., Gifu University

1　まえがき

測定器のプローブを直接接続できないポートを持つ回路のSパラメータを求める方法が検討されている[1]．本文では，4ポート回路内の2つのポート間のSパラメータを測定して，4ポート回路全体のSパラメータを推定する一方法を述べる．ここで，2ポート間のSパラメータを測定するとき，残りの2ポートは既知の負荷で終端する．本方法の特長は，非線形方程式を解かずに線形連立方程式と2次代数方程式を解くだけでSパラメータを推定できるところにある．

2　Sパラメータ推定式の導出

図1に示す相反4ポート回路において，ポート1と2が測定器を直接接続可能とし，残りのポート3と4が直接接続できないポートとする．この回路のS行列 $\mathbf{S}$ は，入射波ベクトル $\mathbf{a}$ と反射波ベクトル $\mathbf{b}$ を用いて

$$\mathbf{b} = \mathbf{S}\mathbf{a} \tag{1}$$

ただし

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\mathbf{a} = [a_1, a_2, a_3, a_4]^T, \quad \mathbf{b} = [b_1, b_2, b_3, b_4]^T \tag{3}$$

と表される．ここで，ポート3と4に既知の負荷 $S_3^{(k)}$, $S_4^{(k)}$ を接続し，そのときのポート1と2間のS行列を $\hat{\mathbf{S}}^{(k)}$ とすると

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{S}}^{(k)} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \tag{4}$$

ただし

$$\hat{\mathbf{S}}^{(k)} = \begin{bmatrix} \hat{S}_{11}^{(k)} & \hat{S}_{12}^{(k)} \\ \hat{S}_{12}^{(k)} & \hat{S}_{22}^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{13} & S_{14} \\ S_{23} & S_{24} \end{bmatrix} \left(\mathbf{1} - \begin{bmatrix} S_3^{(k)} & 0 \\ 0 & S_4^{(k)} \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. \cdot \begin{bmatrix} S_{33} & S_{34} \\ S_{34} & S_{44} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} S_3^{(k)} & 0 \\ 0 & S_4^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{13} & S_{14} \\ S_{23} & S_{24} \end{bmatrix}^T \tag{5}$$

を得る．ここで $\mathbf{1}$ は単位行列を表す．この式(5)を $\hat{\mathbf{S}}$ の各要素ごとに分解し,，左辺に未知項，右辺に既知項が配置されるように整理すると

$$\begin{bmatrix} 1 & S_3^{(k)}\hat{S}_{ij}^{(k)} & S_4\hat{S}_{ij}^{(k)} & S_3^{(k)} & S_4^{(k)} & S_3^{(k)}S_4^{(k)}\hat{S}_{ij} & S_3^{(k)}S_4^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$\cdot \mathbf{m}_{ij} = \hat{S}_{ij}^{(k)} \qquad (i = 1, 2 \quad j = 1, 2) \tag{6}$$

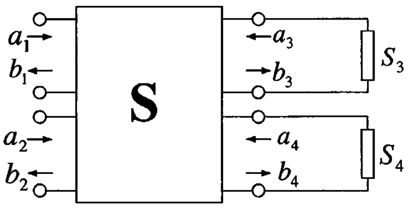

図1　相反4ポート回路

ただし

$$\mathbf{m}_{ij} = \begin{bmatrix} m_{ij}^{(1)} \\ m_{ij}^{(2)} \\ m_{ij}^{(3)} \\ m_{ij}^{(4)} \\ m_{ij}^{(5)} \\ m_{ij}^{(6)} \\ m_{ij}^{(7)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ij} \\ S_{33} \\ S_{44} \\ S_{i3}S_{j3} - S_{ij}S_{33} \\ S_{i4}S_{j4} - S_{ij}S_{44} \\ S_{34}^2 - S_{33}S_{44} \\ \begin{pmatrix} S_{ij}S_{33}S_{44} + S_{i3}S_{j4}S_{34} + S_{j3}S_{i4}S_{34} \\ -S_{i3}S_{j3}S_{44} - S_{i4}S_{j4}S_{33} - S_{ij}S_{34}^2 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \tag{7}$$

が得られる．この式(6)(7)が2ポート測定により相反4ポート回路のSパラメータを推定するための基本式である．

3　推定式の解法

式(6)は7個の未知数 $m_{ij}^{(1)} \sim m_{ij}^{(7)}$ からなるので，このままでは解が一意に定まらない．そこで $S_3^{(k)}$, $S_4^{(k)}$ を替えて $\hat{\mathbf{S}}^{(k)}$ を7回測定することで方程式を7個作り，それらを連立して解くことにする．また，7通りの $S_3^{(k)}$, $S_4^{(k)}$ の組み合わせを作るためには，最低3種類の負荷が必要である．これは，負荷 Z_1, Z_2 がそれぞれ2個ずつあるとすると，組合せは4通り (2^2) なので7通りにはならないが，Z_1, Z_2, Z_3 がそれぞれ2個ずつあると，組合せは9通り (3^2) になり，7通りを越えることによる．また，7通りの $S_3^{(k)}$, $S_4^{(k)}$ の組合せは，式(6)の係数行列の行列式が0にならない組合せにする．

また，式(6)(7)からは，$S_{13}^2, S_{14}^2, S_{23}^2, S_{24}^2$ が求まるので，これらの符号を確定するには他の知見が必要になる．例えば，図1が左右対称回路の場合，$S_{12} = S_{34}, S_{14} = S_{23}$ なので，これらの条件を追加するとすべての4ポートSパラメータの値と符号が確定する．

4　むすび

測定困難なポートを持つ回路のSパラメータを推定する一方法を述べた．

参考文献

[1] 前田 登，福井 伸治，市川 浩司，櫻井 礼彦，関根 敏和，高橋 康宏，“n-1ポート測定による相反nポート回路のSパラメータ推定,” 信学論, vol.J96-C, no.12, pp.1–8, Dec. 2013.