

講
座

土質データのばらつきと設計

4. 土質データのばらつきを考慮した設計

やまもと まさあき いとう ひろし
山 本 正 明* 伊 藤 洋**
ほん じょう ゆう すけ***
本 城 勇 介***

4.1 概説

地盤関連構造物の設計には現在では必ずといってよいほど安全率の概念が用いられる。これは、構造物を計画、設計、施工する際に起こる現象を我々が正確に予知することができないためである¹⁾。すなわち、安全率は計画、設計、施工の各段階に存在する不確実性、さらには構造物が持つべき心理的な安心感をカバーするための係数と考えられ、現行の設計安全率を用いて安全率法により設計すれば過去の実績、経験により構造物には破壊等の不都合な現象はめったに生じないと考えることができる。この安全率を用いた設計法は多くの実績に裏打ちされた優れた設計法であるが、現在土質データのばらつきを含む上述の不確実性を確率論により定量的に評価し、設計を行おうとする信頼性設計法が提案されている。

ここでは、土質データのばらつきに注目し確率論を用いた信頼性設計を紹介し、また安全率法に土質データのばらつきを導入する方法についても述べる。

地盤関連構造物の設計法は土質データのばらつきの導入の程度に応じて以下の3つに大別することができる。

- ① 信頼度を用いた設計法
- ② 安全性指標を用いた設計法
- ③ 安全率を用いた設計法

信頼度を用いた設計法および安全性指標を用いた設計法では土質データのばらつきを設計に定量的に取り入れている。すなわち、前者は土質データのばらつきを確率分布としてモデル化し構造物の安全性を信頼度 (Reliability, R_s) により表現し、一方後者では、土質データのばらつきを平均値および分散によりモデル化し構造物の安全性を安全性指標 (Safety Index, β) により表現している。

一方、現行の安全率法では土質データの平均値を用いて設計するのが一般的であるが、技術者の工学的判断によりばらつきを設計に取り入れることもある。すなわち、ばらついている土質データから安全側となるように土質データの最小値 (最大値) あるいは平均値からい

くらか小さい値 (大きい値) を設計値として採用している。この設計法に土質データのばらつきをより定量的に導入するためには、平均値と標準偏差を用いて設計値を設定する方法および目標とする安全性指標 β_T に基づいた荷重・耐力低減係数を用いる方法がある。

本章においては前章までに述べた方法により二次処理がなされた土質データのばらつきの設計への導入法、信頼度および安全性指標の計算法、および土質データのばらつきを考慮した設計時の意思決定法について説明する。

4.1.1 土質データのばらつきの伝播

地盤関連構造物の設計は一般に、土質データの把握、安全性の評価および意思決定の3段階に分けることができるが、土質データのばらつきを考慮した設計の3段階を以下に説明する。

- ① 土質データの把握：一次処理されたデータを用いて入手可能なデータ数に応じて、各種土質データの確率分布、平均値・分散、あるいは範囲を求める。
- ② 安全性の評価：土質データの情報のレベルに応じて信頼度 R_s 、安全性指標 β 、あるいは安全率 F 等の安全性評価のための指標を求める。
- ③ 意思決定：計算された安全性評価のための指標および経済性等を考慮し、意思決定、すなわち設計案を採用するかどうかの判断を行う。

このため、実際の設計を行うためには、土質データのばらつきを把握するだけではなく、土質データのばらつきが安全性評価のための指標に与えられる影響を把握する必要がある。

ここでは、盛土の円弧すべりを例として土質データのばらつきがいかに安全率 F のばらつきに影響するかについて考えよう。安全率 F は(1)式のように表される。ただし、

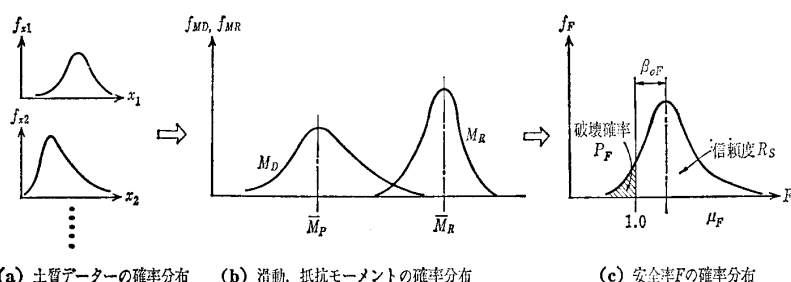


図-4.1 土質データのばらつき伝播

*鹿島建設 土木設計本部設計技術部 技術課長
 ** (財)電力中央研究所 我孫子研究所地盤研究室主査研究員
 ***竹中技術研究所 研究員

講 座

厳密にはモデル化による設計法の誤差などの要因も安全率に影響するが、ここでは説明の簡略化のためそれらの要因は除いて考える。

$$F = \frac{M_R}{M_D} = f(x_1, \dots, x_n) \dots\dots\dots(1)$$

ここに、

M_R : 抵抗モーメント

M_D : 滑動モーメント

$f()$: 安全率 F の計算式

x_i : 土質データ

土質データの確率分布が与えられている場合には図-4.1に示すように M_R および M_D の確率分布、さらには F の確率分布が求められる。図-4.1(c)は F の確率分布すなわち、 F が取りうるばらつきの範囲とおおのこの値の頻度(発生の可能性)を示している。この場合、 $F > 1.0$ であれば安全と考えられるので、図中の信頼度を表す面積が大きいほど盛土は安全となる。図中の斜線部の面積が破壊確率 P_F 、残りの面積が信頼度 R_S を示す。

また、 F の平均値 μ_F (中央安全率) と $F=1.0$ の線の離れを F の標準偏差 σ_F を単位として測った距離が安全性指標 β である。

$$\beta = \frac{\mu_F - 1.0}{\sigma_F} \dots\dots\dots(2)$$

β が大きくなれば F の確率分布は右に移動し、斜線部の面積が小さくなり盛土は安全となる。

4.1.2 中央安全率と信頼度

次に、中央安全率 μ_F と β 、 R_S の関係を考えてみよう。盛土の中央安全率 μ_F と β 、 R_S の関係の例を図-4.2に示す。図中の曲線は荷重および抵抗のばらつきの程度により変化するが、すべてのばらつきに対して $\mu_F=1.0$ と $\beta=0$ および $R_S=50\%$ は1対1で対応することが分かる。また、同一の μ_F に対して β および R_S の値はばらつきの程度に応じて変化し、現行の設計安全率 F のみでは安全性の評価は十分ではなく、ばらつきの情報を定量的に含んだ β 、

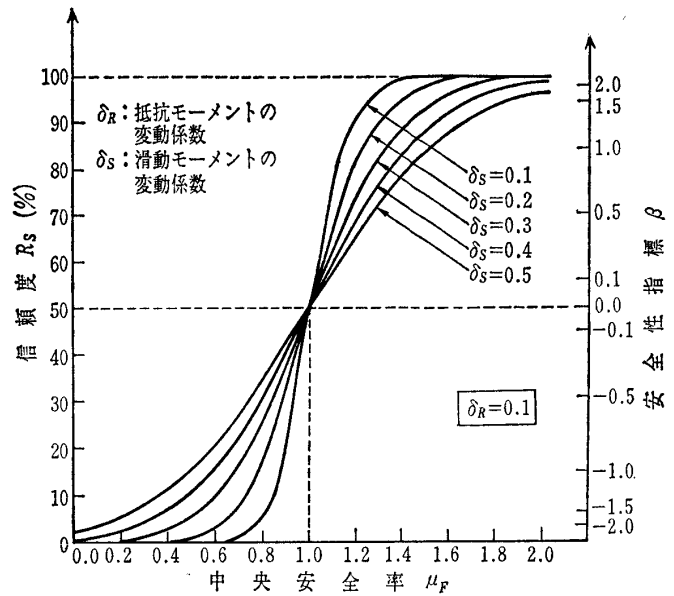


図-4.2 中央安全率と信頼度

R_S による安全性の評価が必要となることが分かる。

4.2 土質データのばらつきを考慮した設計法

本章冒頭で、安全性を評価する指標の違いに基づいて設計法を3つに分類した。また前節で述べたようにばらつきを考慮した土質構造物の設計は、①土質データの把握、②安全性の評価、③意思決定の3段階に分けることができる。表-4.1は、3つの設計法について3段階の過程における取扱い方を概略的にまとめたものである。なお、表-4.1には本講座第5章で示される設計事例について、採用している設計法による分類をも示している。本節の目的はこれら3つの設計法についてその概要、特徴などを説明することである。

4.2.1 信頼度を用いた設計法

この方法では、構造物の供用期間中における信頼度 R_S (あるいは破壊確率 P_F) をその安全性を表す指標として設計を行う。 R_S を求めるためには安全率 F の分布形を求め

表-4.1 土質データのばらつきを考慮した設計法の分類

設計の段階 分類	① 土質データの把握：地盤物性値の評価	② 安全性の評価：ばらつきを考慮するための計算手法	③ 意思決定：設計値の設定法、設計断面の決定など	本講座各事例(第5章)の位置付け
信頼度(R_S)を用いた設計法	分布形も考慮した評価	・理論解法 ・数値積分法 ・モンテカルロ法 ・二次モーメント法など	・期待総費用最小化による最適信頼性設計 ・目標信頼度の確保など	5.3.3 土留構造物の最適設計 松尾 稔「地盤工学」 ¹⁾ に事例がある
安全性指標(β)を用いた設計法	平均と分散を考慮した評価	・二次モーメント法 ・Rosenblueth法など	・目標安全性指標(β_F)の確保	5.1.2 軟弱地盤上に建設された堤体盛土の設計 5.2.3 杭基礎の事例 5.2.4 直接基礎の事例 5.3.2 地中洞道の安全性評価
安全率(F)を用いた設計法	・平均を中心として分散も考慮した評価 ・最大(最小)値に着目した評価 ・平均を中心とした評価	・安全率法 ・部分安全係数法 ・荷重耐力係数法など	・必要な安全率の確保	(5.1.3 基礎の止水処理とばらつき) (5.2.2 土質データばらつき処理の実際) ()は、実際の事例ではないもの

る必要があり、このためには設計に用いる不確実なパラメータすべての確率分布が必要である。この方法の最大の利点は、計算される R_s が意思決定を行う上で定量的な意味を持つことである。したがって、理論的には4.4で述べる期待総費用最小化基準等を用いて、最適信頼性設計を行うことができる。このように信頼度を厳密に確率論に立脚して求めようとする設計法は Freudenthal (フロイデンタール) によって約40年前に構造工学の分野に導入された。しかしながら以下に述べる種々の理由により、 R_s を厳密に計算する事は困難な場合がある。 R_s (あるいは P_F) の計算を困難にしている主な問題点は次のとおりである。

- ① 実際の問題では破壊確率 P_F の小さい場合の計算が重要となることが多く、その算定には各変数に仮定された分布形(特にその裾野部分)の影響が強くなる。しかし、分布形を同定するためのデータは通常数が限られており、特にその裾野部分の形を十分な精度で同定できることは少ない。
- ② 厳密な確率計算を行うためには、多くのたみ込み積分を行わなければならない、変数の数が多くそれらが非線形関係を持っている通常の設計計算モデルでは、この計算は煩雑である(4.3参照)。
- ③ 設計計算モデルは、実現象のモデルであるからそれ自身誤差を持っている。この誤差を定量的に推定する事はかなり難しい。

この方法は構造工学の分野では上記のような問題点のため、実際的な設計法を生み出すには至らなかったが、信頼性理論の構築という面では大きなインパクトを与えた。

一方、地盤関連構造物では、上記問題点に関し次のようなことが指摘できる(詳細は文献1)参照)。まず、盛土や掘削などでは情報化施工の活用により、事前設計の段階での破壊確率のレベルがかなり高く採れるため、分布形の影響が少ない。次に、設計に用いる確率変数が比較的少ない上に、最近の研究の進展により破壊確率が高精度で求められるようになってきた。また、地盤関連構造物では破壊事例の解析や各種計測により、解析誤差の定量的評価が可能なものが多い。

このような理由により、地盤工学の分野では信頼度を用いた設計法が実用段階に達している問題がかなりある。ただし、先に記した構造工学と同様な問題に直面しているものもあり、今後の研究の進展が求められている。

4.2.2 安全性指標を用いた設計法

安全性指標 β は式(2)で定義されるように、安全率 F の平均および分散が求めれば分布形を全く考慮することなく計算できる値である。この指標を二次モーメント法と組み合わせることにより、先に述べた問題点の内①と②の困難さを回避することができる。すなわち二次モーメント法では、設計に用いる変数の確率分布の分布形を仮定せず、その二次までのモーメント値(平均と分散)を用い、また、変数

間の非線形な関係をテーラー展開の一次までの項を取ることによって線形化して計算を行う。つまり、この方法では計算の精度をある程度犠牲にすることにより、計算の効率を著しく改良している。手法の詳細については次節で述べるが、その簡便さから現在直接確率論に立脚した実用的な設計法としては最も頻りに利用される。しかし、言うまでもなく β は R_s に比べ安全性の尺度としては精度の悪い指標であり、この点は意思決定の際に問題となる(4.4参照)。

4.2.3 安全率を用いた設計法

安全率 F を用いて設計する方法は現在最も一般的に用いられる方法であるが、そこで土質データのばらつきがどのように考慮されているかは、必ずしも明確ではない。ここでは、特に土質データのばらつきを明確に考慮しながら安全率を用いて設計を行う場合について概観する。

地盤特性値にばらつきのある事を考慮し、ある程度設計上安全側の値を設計値として採用する方法がある。この設計法の代表的な考え方は次式によって表される。

$$\left. \begin{array}{l} \text{荷重側: } X_i^D = \mu_{xi} + k\sigma_{xi} \\ \text{抵抗側: } X_i^D = \mu_{xi} - k\sigma_{xi} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

X_i^D : 地盤特性値の設計値

μ_{xi} : 地盤特性値の平均値

σ_{xi} : 地盤特性値の標準偏差

k : 安全性の余裕を確保するための係数

(3)式で $k=0$ とすると通常よく行われている平均値に着目した設計法となる。(3)式を用いて設計値を設定する提案はいくつか成されており、 k の具体的な値については4.4で述べる。ところで、抵抗側の諸特性値に関しては最小値またはそれに近い値を、荷重側の諸特性値に関しては最大値もしくはそれに近い値を採用する方法がある。この方法は、地盤の最弱部が構造物の安全性を支配しているという考え方に基づいていると考えられる。しかし、サンプル数などの関係より実際の極値と、得られたデータの極値の関係を明確にしておく必要がある。

安全率の考え方を基本とし、その中で設計に用いられる荷重や抵抗のばらつきを明確な形で設計にとり入れていこうという考えに基づき、部分安全係数設計法あるいは荷重耐力係数設計法が提案されている。これらの方法では荷重および抵抗に異なった係数を乗じて設計することにより、不確実性の程度に応じて安全性の余裕を統一的に考慮しようとしている。これは、従来の安全率法が設計の最後の段階で安全率によって安全性を検討しているため、個々の不確実な要素に対してどの程度の安全性の余裕を取っているかが不明確であった点を改善しているわけである。部分安全係数法の実務への適用は国内の地盤工学分野ではほとんど成されていないが、一部の国ではかなり以前からこの考え方に基づいた設計基準が採用されている²⁾。さらに最近

講座

の限界状態設計法の考え方に基づいた設計基準の中には、外力、構造材料、地盤などを系統的な部分係数によって統一に取り扱ったものも現れている³⁾。部分安全係数法は、現在普及している安全率法を一步進めて、ばらつきをある程度考慮した設計基準を作成しようとする場合などには有力な方法と考えられる¹²⁾。

4.3 信頼度の求め方

4.3.1 信頼度、破壊確率の定義

地盤関連構造物の破壊現象に対する安全性を信頼度あるいは破壊確率の指標を用い評価・設計する信頼性設計法は、安全性に関与する荷重や抵抗の諸特性を表す設計上のすべてのパラメーター（以下、設計変数という）を確率量として取り扱い、地盤関連構造物の安全性の不確かさを定量的に評価しようとするものである。以下にその概略を述べる。

一般に、地盤関連構造物の破壊現象は安全率 $F \leq 1.0$ という事象により表現することができる。 F は各種設計変数の関数であるため、関数 $F - 1.0$ （以下、性能関数という）は以下の様に表すことができる。

$$Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 x_i は地盤関連構造物の破壊に関与する設計変数であり、しかもばらつきを有する確率変数でもある。これより、地盤関連構造物が対象とする破壊現象に対して安全であるということは、

$$Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0 \dots\dots\dots(5)$$

と表すこととする。この場合、A.M. Freudenthal⁴⁾によれば、 x_i が確率量であることから破壊現象に関して安全であることを示す指標となる構造物の信頼度 R_s は次式の定義を計算することにより確率量として求めることができる。

$$R_s = \int\int_{\{z \geq 0\}} \dots \int f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2, \dots, dx_n \dots\dots\dots(6)$$

逆に、構造物に破壊が生じることを表す指標も確率量となることから破壊確率 P_F と定義し、

$$P_F = 1 - R_s \dots\dots\dots(7)$$

より求められる。ここに、 $f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ は構造物の破壊にかかわる確率変数 X_1, X_2, \dots, X_n の同時確率密度関数^{注1)}である。図-4.3, 4.4 は上述の概念を確率変数が2個の場合を例にとり示したものである。この場合、 P_F は $Z = g(x_1, x_2) < 0$ の斜線部で示す領域の同時確率密度関数 $f_{X_1, X_2}(x_1, x_2)$ の体積に対応し、残りの部分の体積は信頼度 R_s に相当することになる。

ところで、上述の R_s の厳密解を求めるためには(6)式の積分を忠実に行う必要がある。そのためには、まず、確率変数 X_i の統計的性質（例えば地盤の作用荷重や強度、変形等の土質データなどの平均値、標準偏差や分布形）を

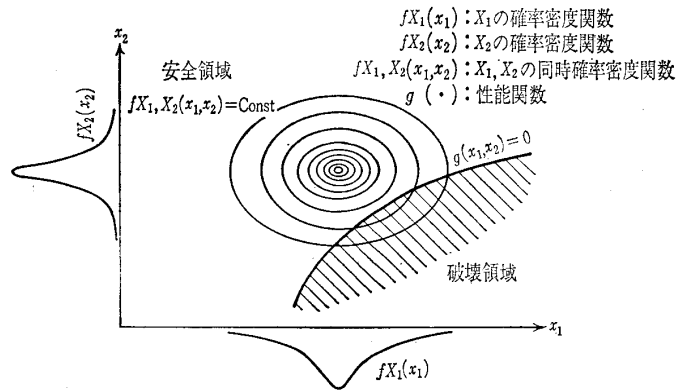


図-4.3 同時確率密度と破壊領域

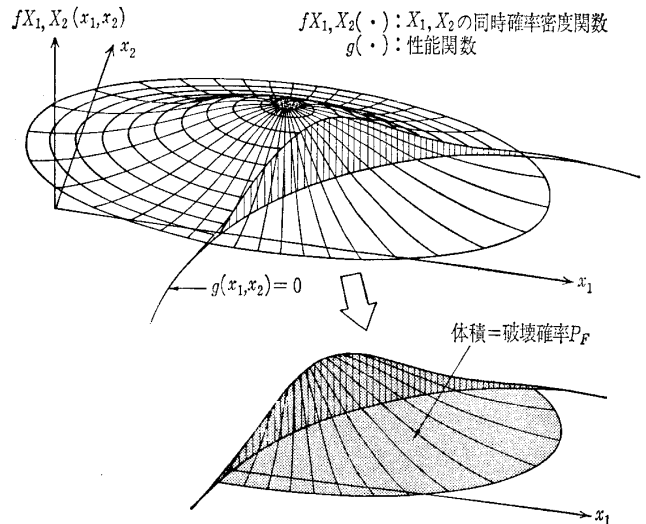


図-4.4 空間的表示による同時確率密度と破壊領域 (2変数の場合)

把握しなければならず、同時確率密度関数 $f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ の定義や積分が必要となるが、これらを厳密に求めることは一般に困難である。しかしながら、先に述べたように地盤工学における意思決定という観点からいえば、このような R_s の厳密解が必ずしも必要というわけではなく、かなりの精度で R_s の近似的解が得られれば設計代替案の採択（意思決定）が可能な場合が多い。

信頼度 R_s を近似的に求め、安全性評価や意思決定を行うために、工学的な立場から性能関数 Z の平均値と分散を確率変数 X_i の平均値、分散等から近似的に求め、その後、性能関数 Z の分布形に配慮し信頼度もしくは破壊確率を算定する種々の方法が A.H-S. Ang (アン)⁵⁾, C.A. Cornell (コーネル)⁶⁾, E. Rosenblueth (ローゼンブルース)⁷⁾ などにより提案され採用されている。以下ではこれらの手法の中から代表的、かつ実用的な手法の一つである二次モーメント法によるばらつきの分析の考え方を述べる。

二次モーメント法では性能関数 Z をテーラー展開により線形化し、 Z の平均値、標準偏差を算出し Z の変動係数の逆数として定義される安全性指標 β 、あるいは β より計算される信頼度により、構造物の安全性を評価する。

ところで、性能関数 Z をテーラー展開する場合、問題と

注 1) 確率変数 $X_i (i=1 \sim n)$ によって起こりうる積の事象の確率を同時確率率といい、これを関数表示したものを同時確率密度関数という。

なるのはどの点で線形化するかということである。一般には性能関数 Z が線形か非線形かにより分けられる。通常、線形の場合には設計変数の平均値を展開点として用いる。一方、非線形性の高い性能関数の場合には無視する高次項の大きさや変動係数の大きさによって、一次近似したことによる誤差が平均値から離れた箇所では大きくなる。それゆえ、このような場合の信頼度（もしくは破壊確率）を精度よく求めるためには展開点を設計変数の破壊点^{注2)}で行う方がよい。

以下に、性能関数 Z の特性に応じた安全性指標 β の算定式を示す。

(i) 平均値まわりの安全性指標 β の算出

$$\begin{aligned} Z &= g(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\doteq g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\mu} (x_i - \mu_{x_i}) \\ &= g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) - \underbrace{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\mu} \cdot \mu_{x_i}}_{\text{定数項}} \\ &\quad + \underbrace{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\mu} \cdot x_i}_{x_i \text{ の線形和}} \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

ここに、

μ_{x_i} : 確率変数 X_i の平均値
 $\left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\mu}$: 確率変数 X_i の平均値 ($\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}$) における偏微係数

Z がテーラー展開により線形化されたので、 Z の平均値 μ_z 、標準偏差 σ_z は確率変数 X_i の平均値 μ_{x_i} 、標準偏差 σ_{x_i} を用いて下式より求めることができる。

$$\mu_z = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \dots \dots \dots (9)$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\mu}^2 \cdot \sigma_{x_i}^2} \dots \dots \dots (10)$$

したがって、 β は次式で与えられる。

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\mu}^2 \cdot \sigma_{x_i}^2}} \dots \dots \dots (11)$$

(ii) 破壊点まわりの安全性指標 β の算出

前述(8)式と同様に性能関数 Z を確率的に破壊 ($Z \leq 0$) が発生しやすい確率変数 X_i の組合わせとなる破壊点 x_i^* でテーラー展開すると下式のように線形化できる。

$$\begin{aligned} Z &= g(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\doteq g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*} \cdot x_i^* \\ &\quad + \underbrace{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*} \cdot x_i}_{x_i \text{ の線形和}} \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

ここに、 $\left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*}$: 確率変数 X_i の破壊点 (x_1^*, x_2^*, \dots),

x_n^*) における偏微係数

上式において、 x_i^* が性能関数の破壊点であることから、

$$g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0 \dots \dots \dots (13)$$

なることを考慮すると(12)式は次式となる。

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*} (x_i - x_i^*) \dots \dots (14)$$

したがって、性能関数 Z の平均値および標準偏差は(14)式を用いて次式のように求められる。

$$\mu_z = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*} (\mu_{x_i} - x_i^*) \dots \dots \dots (15)$$

$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*} \cdot \sigma_{x_i} \dots \dots \dots (16)$$

ここに、

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*} \cdot \sigma_{x_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*}^2 \cdot \sigma_{x_i}^2}} \dots \dots \dots (17)$$

したがって、安全性指標 β は

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*} \cdot (\mu_{x_i} - x_i^*)}{\sum_{i=1}^n \alpha_i \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*} \cdot \sigma_{x_i}} \dots \dots \dots (18)$$

となる。ただし、(18)式において x_i^* の値は未定のままであるが、(18)式を整理し直すと、

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{*} (\mu_{x_i} - x_i^* - \alpha_i \cdot \beta \cdot \sigma_{x_i}) = 0$$

となり、上式が常に成り立つ条件から、 x_i^* は次式のように表すことができる。

$$x_i^* = \mu_{x_i} - \alpha_i \cdot \beta \cdot \sigma_{x_i} \dots \dots \dots (19)$$

なお、これまでの算定式の展開から理解できるように安全性指標 β は(13), (17), (19)の3式を連立して解くことにより求めることができる。しかし一般的には解析的には解が求めにくいので繰り返し計算によって β を求める。

ところで、これまで述べた二次モーメント法による安全性指標 β の算定では確率変数の分布形について全く触れていないが、上述の式の展開においては暗黙の内に確率変数はすべて正規分布であるとし、性能関数 Z がそれら確率変数の線形和となるように近似されている。しかし、実際の設計に含まれるいくつかの確率変数は一般に正規分布に従わない場合もある。このような場合でも上述した式を用いて近似的に安全性指標を求めることもできるが、何らかの形で分布形の影響を導入し解析精度を向上させる方法も提案されている⁸⁾。

4.3.2 安全性指標 β

上述したように二次モーメント法では構造物の安全性の尺度として性能関数 Z の変動係数 δ_z の逆数としての安全性指標 β が用いられる。

$$\beta = \mu_z / \sigma_z = 1 / \delta_z \dots \dots \dots (20)$$

注 2) 破壊を示す曲面 $Z=0$ 上で確率的に破壊が最も起こりやすい確率変数の組合わせで決まる点。

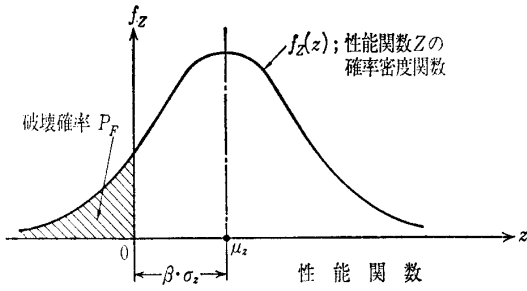


図-4.5 安全性指標と破壊確率

ここで、安全性指標 β は 図-4.5 に示すように性能関数において破壊をもたらす限界点 $Z=0$ が性能関数の平均値 μ_z からどの程度離れているかを Z の標準偏差 σ_z を用いて測った値であり、 β が大きくなれば破壊確率 P_F は小さくなり構造物は安全側となる。逆に構造物が危険となれば β の値は小さくなる。すなわち、 β と P_F (あるいは R_S) との間には1:1の関係が存在する。

前項では安全性指標 β を正確に求める手法について説明したが、荷重および抵抗が共通の確率変数を含まない場合には下記の方法により β を求めることができる。また、この方法は近似的に β を求める場合にも有効である。

性能関数 Z は荷重 S および抵抗 R を用いて以下の様に表現できる。

$$Z = R - S$$

$$= g_R(x_1, x_2, \dots, x_n) - g_S(y_1, y_2, \dots, y_m) \dots (21)$$

(21)式の各項を平均値まわりにテーラー展開し、二次以上の項を無視すると、抵抗および荷重の平均値および標準偏差は(9)、(10)式と同様に次の様に求められる。

$$\mu_R = g_R(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \dots (22)$$

$$\sigma_R = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g_R}{\partial x_i} \right)_\mu \cdot \sigma_{x_i}^2} \dots (23)$$

および、

$$\mu_S = g_S(\mu_{y_1}, \mu_{y_2}, \dots, \mu_{y_m}) \dots (24)$$

$$\sigma_S = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial g_S}{\partial y_i} \right)_\mu \cdot \sigma_{y_i}^2} \dots (25)$$

上記の平均値および標準偏差を用いれば安全性指標 β は以下の様に求められる。

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \dots (26)$$

または、

$$\beta = \frac{\ln(\mu_R/\mu_S)}{\sqrt{\delta_R^2 + \delta_S^2}} \dots (27)$$

ここに、

$$\delta_R : \text{抵抗の変動係数 } (\delta_R = \sigma_R / \mu_R)$$

$$\delta_S : \text{荷重の変動係数 } (\delta_S = \sigma_S / \mu_S)$$

(26)および(27)式のどちらの式を用いるかは、問題の特性あるいは計算上の利点により判断すべきであるが、一般的には荷重および抵抗の分布が正規分布と考えられる時には(26)式、

分布が対数正規分布と考えられる時には(27)式を用いるのがよいと思われる。

4.3.3 信頼度

前述したように性能関数 Z を確率変数 x_i の線形和で近似しているため、すべての X_i が正規分布の場合は Z の分布も近似的に正規分布となる。したがって、この場合、信頼度 R_S は以下の展開によって近似的に算定することができる。

$$R_S = P_{\text{rob}}(z \geq 0) = 1 - \Phi\left(\frac{0 - \mu_z}{\sigma_z}\right)$$

$$= 1 - \Phi(-\beta) = \Phi(\beta) \dots (28)$$

ここに、 $\Phi(\cdot)$: 標準正規確率分布関数^{注3)}

すなわち、 R_S は β を用いて求めることができる。例えば $\beta=1, 2, 3$ に対する R_S の値は概略 0.9, 0.99, 0.999 となる。

次に、確率変数 X_i が正規分布でない場合にも近似的に上述の式を用いて信頼度を求めることができるが、信頼度をより精度よく求める必要がある場合には各確率変数に関するデータの任意の分布を破壊点において確率分布関数および確率密度の値が等しい等価な正規分布に近似し、二次モーメント法から β を算出し、信頼度 R_S を(28)式より求める。なお、このような手法により得られる結果の精度は性能関数の非線形性が強いほど悪くなるため、近似解の誤差をチェックすることも必要であろう。この場合には比較的精度がよく厳密解に近い解の得られるモンテカルロ法によって求められる信頼度を誤差のチェックの基準として用いるのが適当と考える。

4.4 設計における意思決定

構造物を設計するという事は、外力、抵抗力などが必然的に持つ不確実性を考慮しつつ、与えられた工期や工費という制約条件のもとで、最も合理的と思われる方法や断面を決定する事であると言う事ができる¹⁾。本節では、設計とは一つの意思決定であるという立場に立って、特に土質データのばらつきを考慮した設計法における意思決定の方法について述べる。これは具体的には、信頼度 R_S や安全性指標 β を用いた設計代替案の選択法、また係数 k (式(3)参照)や目標安全性指標 β_T をどのように設定するかという問題である。

4.4.1 信頼度や安全性指標に基づいた意思決定

R_S と β はともに直接確率論に基礎を置いた構造物の安全性を表す指標である。4.2でも述べたように R_S は安全性を表す指標としては β より精度の良いものであるが、計算の煩雑さ、採用する確率分布形の影響など多くの問題点を持っている。一方 β は R_S の持つ多くの問題点をたくみ

注3) 平均値 $\mu=0$ 、標準偏差 $\sigma=1$ の正規分布の確率密度分布関数であり、次式で与えられる。

$$\phi(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^s e^{-\frac{1}{2}s^2} ds \quad (-\infty < s < \infty)$$

に回避して計算されるが、安全性の指標としては R_S より粗いものである。ところで図-4.2に示したように安全率の分布形が与えられれば R_S と β は1対1に対応することからも分かるように、両者は強い関連を持っており、実際の設計に当たり意思決定を行うときの考え方は、基本的に同じである。そこでここでは両者に共通した意思決定の考え方を概説し、その中で両者の差異についても述べることにする。

R_S や β に基づいた意思決定の方法は、大別すると

- ① 期待総費用最小化基準による決定
- ② 既存構造物の安全性水準との比較による決定
- ③ 経験的、工学的判断による決定

の3つになる。以下この順序で述べる。

① 期待総費用最小化基準による決定

前述したように R_S を正確に求めることは難しい。しかし、もし R_S をある程度の精度で推定できれば、我々は設計する構造物の建設費 C_C と、もしその構造物が供用期間中に破壊あるいは使用に耐えない状態になった場合にこうむる損失費用 C_F の期待値 $C_F(1-R_S)$ の和である総費用 C_T を最小化するような設計を行うことができる。

$$\text{Min. } C_T = C_C + C_F(1-R_S) \dots\dots\dots(29)$$

上式を概念的に示したのが図-4.6である。信頼度 R_S が増すにつれて建設費も増すが、これと反対に期待損失費用は減小する。両者の和である総費用を最小とする設計代替案を選ぶわけであり、この評価基準を期待総費用最小化基準と言う。実際には、考えられる設計代替案は限られた数しか存在せず、 R_S の精度がそれほど良くなくても最適案の決定が行える場合もある。さらには、安全率に正規分布などを仮定し、計算された β より R_S を計算し、期待総費用最小化基準を用いる場合も多い。

② 既存構造物の安全性水準との比較による決定

期待総費用最小化基準では、 R_S の算定の難しさもさることながら、破壊が生じた場合の損失費用の定量化が困難な場合が多い。これは主に、破壊の及ぼす社会的影響などの計量が困難なためである。ただし、社会的影響の合理的評価法の研究は現在各所で精力的に進められている。これに対し、設計する構造物の P_F を社会のほかのリスク(自然

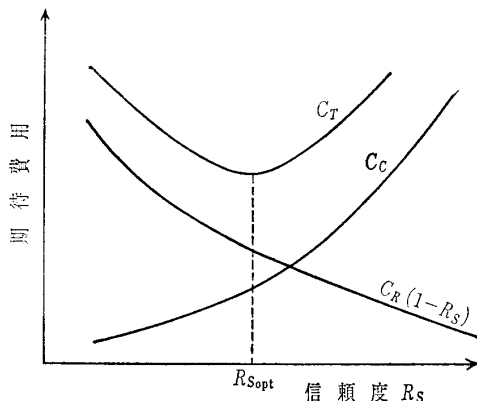


図-4.6 期待総費用最小化基準の概念図

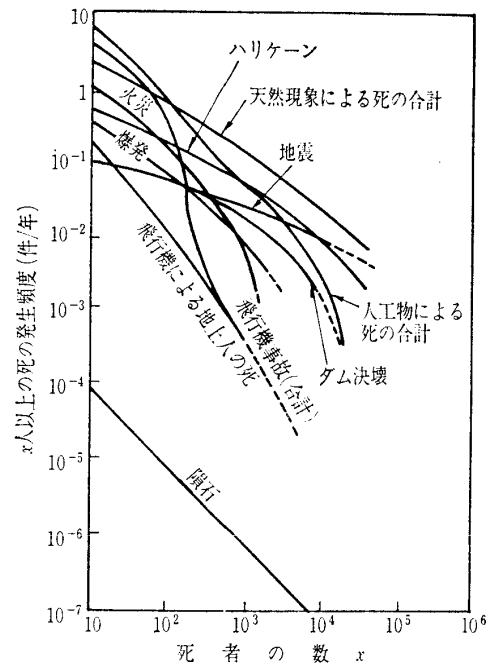


図-4.7 社会に存在する種々のリスク(近藤より⁹⁾)

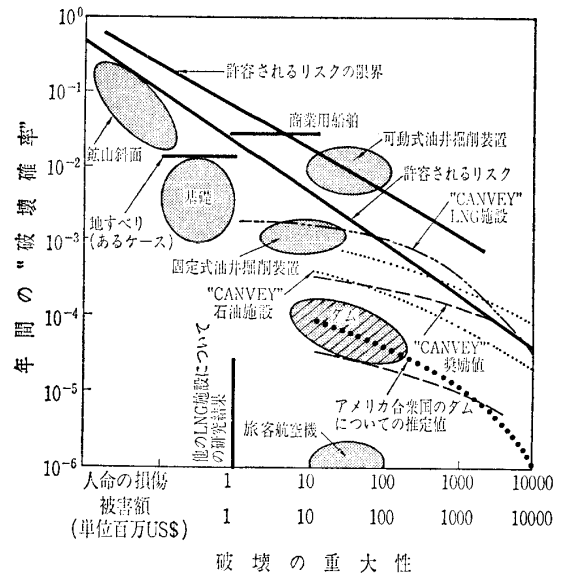


図-4.8 地盤工学プロジェクトの推定される破壊確率(Whitman¹⁰⁾より)

災害、事故など)と比較し、その許容されるリスク(allowable risk)を求め、これによって適当な R_S や β_T を設定する場合もある。図-4.7に、原子炉安全性研究として著名な WASH-1400(通称 Rasmussen 報告)で示された、社会に存在する種々のリスクの比較例を示す⁹⁾。また、図-4.8には、MITのWhitman(ウィットマン)教授が第17回 Terzaghi Lecture(1981)で示した、地盤工学関係プロジェクトの破壊確率を示した¹⁰⁾。図-4.8は図-4.7を参考とし、ほかの文献などの情報に基づいてMITのBaecher(ベッカー)教授によって作成されたものであり、両図は実際のプロジェクトなどで許容されるリスクを決定するとき参考となる。予想される被害が大きいものほどその許容

講 座

される破壊確率が小さくなる事は、期待総費用最小化の考え方から言っても理解できる。

また一般に、よく用いられる目標安全性指標 β_T を設定する方法は、既存の構造物の信頼性のレベルと整合性を図ろうとするやり方である。この方法では、外力、抵抗力などの不確実性を、統計データなどに基づいて推定した後、二次モーメント法によって既存の構造物の β の範囲を求め、これより β_T を設定する。この方法は R_S を正確に求めることができないため、言わば苦肉の策として採られる方法であり、この方法の背後には「現存し機能している構造物はほぼ適切な安全性水準を持っている」と言う前提がある事を忘れてはならない。

③ 経験的、工学的判断による決定

この方法は、ほかの構造物で用いられている β_T を直接導入するような場合である。構造工学では、 β_T として3.5前後の値を用いる事が多いようである。なお、このレベルの意思決定では R_S を問題にすることはできない。

4.4.2 安全率を用いた設計法に関連した意思決定

安全率を用いた設計法では言うまでもなく所与の安全率を満たすように設計を行う。この設計法では土質データのばらつきをはじめとする種々の不確実性は安全率によって経験的にカバーされていると考えられ、それらは普通明確な形では設計の中に現れない。ここではばらつきが明確な形で考慮された場合として、(3)式の係数 k の設定法と、部分安全係数法における係数の設定の方法について簡単に述べる。

(3)式の係数の設定の一例は、「建築基礎構造物設計基準・同解説」(1974)¹³⁾に見る事ができる。同解説は、「4章1節基礎の設計方針」の総則の中で、設計値として「測定値は、その平均をとってさしつかえない」と記した後、「しかし、特にばらつきがはなはだしい場合などは、平均値よりさらに安全をみて」 k を「1.0あるいは0.5程度の値をとっておくことも一法である」と述べている。しかしこのような決定法では k の設定が、設計された構造物にどの程度の安全性の余裕を与えるかについて議論する事はできない。最近、係数 k の設定が岩盤上の建屋基礎のすべり安全率ならびに

沈下量算定に与える影響について検討した事例が発表されている¹¹⁾。この事例では、 k の設定が設計に与える影響を確率論を用いて評価している。

先に4.2で述べた部分安全係数設計法あるいは荷重耐力係数設計法の係数の設定は意思決定という意味で興味深い。新たに設計基準を改訂するため係数を設定するとき特に構造工学の分野で用いられているのが、キャリブレーションと呼ばれる方法である¹²⁾。この方法では、まずその構造物が満足すべき信頼性を、目標安全性指標 β_T として与え、統計データなどに基づいて荷重、抵抗などに含まれる不確実性を推定した上で、構造物の β が、 β_T に最も近くなるよう各係数値を決定して行くのである。

参 考 文 献

- 1) 松尾 稔：地盤工学—信頼性設計の理論と実際，技報堂出版，1984.
- 2) Hansen, J.B.: The Philosophy of Foundation Design, Design Criteria, Safety Factors, and Settlement Limits, Proc. of Symp. titled Bearing Capacity and Settlement of Foundations, (ed. A.S. Vesic), 1967.
- 3) Det Norske Veritas: Rules for the Design, Construction and Inspection of Offshore Structures, 1977.
- 4) Freudenthal, A.M., Garrelts, J., Shinozuka, M.: The analysis of structural safety, Jour. Struct. Div., ASCE, 92-ST1, 1966.
- 5) Ang, A. H-S., Amin, M.: Safety factors and probability in structural design, Jour. Struct. Div., ASCE, ST7, 1969.
- 6) Cornell, C.A.: Structural safety specifications based on second moment reliability analysis, IABSE, Symp., 1969.
- 7) Rosenblueth, E.: Point estimates for probability moments, Proc. Nat. Acad. Sci., USA, Vol. 72, No. 10, Oct., 1975.
- 8) 白石成人・古田 均：構造物の信頼性解析法の変遷と最近の動向, JSSC, Vol.18, No.194, pp.43~44, 1982.
- 9) 近藤駿介：ラスムッセン報告の概要, 日本鋼構造協会誌, Vol.13, No.144 (12月号), 1977.
- 10) Whitman, R.V.: Evaluating Calculated Risk in Geotechnical Engineering, J. Geotechnical Eng., ASCE, Vol. 110, No. 2, 1984.
- 11) 国土学会原子力土木委員会：原子力発電所 地質・地盤調査・試験法および地盤の耐震安定性の評価手法, 第3編, pp.128~156, 1985.
- 12) たとえば, 伊藤 学・尾坂芳夫：土木工学大系 15 設計法, 彰国社, 1980.
- 13) 建築学会：建築基礎構造物設計基準・同解説, 丸善, 1974.